

ПОИСК КОРНЕЙ И ЗНАЧЕНИЙ НЕИЗВЕСТНЫХ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ НАИМЕНЬШУЮ ИЛИ НАИБОЛЬШУЮ НЕВЯЗКУ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

В прикладных задачах параметры, характеризующие физико-механические свойства процессов, бывают заранее неизвестными. Если они известны, то они задаются с большими погрешностями, так как при определении параметров лабораторными способами из-за сложности эксперимента допускаются значительные погрешности. Например, коэффициенты теплопроводимостей мерзлых грунтов, коэффициенты диффузии загрязняющих веществ, коэффициенты фильтрации и т.д. Большие погрешности, содержащиеся в исходных данных, влияют на достоверность результатов. Поэтому нахождение этих параметров как решение задачи с заданной точности по косвенно заданной точной информации является важным для прикладных задач. Часто параметры содержатся в нелинейных или трансцендентных уравнениях.

Цель работы заключается в разработке программы на языке программирования C++ для нахождения корней, а в случае отсутствия корней - нахождения значений неизвестных, обеспечивающих наименьшую или наибольшую невязку нелинейных уравнений.

Методика решения. Существует разные методы решения нелинейных и трансцендентных уравнений вида $f(x)=0$, которые позволяют находить решение уравнения в заданном интервале. Но эти методы не позволяют находить интервал, в котором находится решение, а в случае отсутствия корня, не позволяют находить значение неизвестных, обеспечивающих наибольшую или наименьшую невязку уравнения. В предложенной методике учитываются вышеупомянутые случаи.

Полезность этой работы заключается в том, что она позволяет определять не только корни, но и значения неизвестных параметров, обеспечивающих наименьшее или наибольшее значение невязки уравнения.

Необходимым признаком существования корня уравнения $f(x)=0$ в отрезке $[a, b]$ является условие $f(a)*f(b)<0$. Надо отметить, что в нашем случае интервал $[a, b]$ является неизвестным, и для нахождения корня в программе сначала осуществляется поиск такого интервала. Алгоритм поиска интервала описывается ниже. После нахождения интервала используется метод деления отрезка пополам для нахождения корня уравнения с заданной точностью.

Методика нахождения интервала, содержащего корни нелинейного уравнения, а также методика нахождения наибольшего и наименьшего значения невязки уравнения производятся по следующему алгоритму:

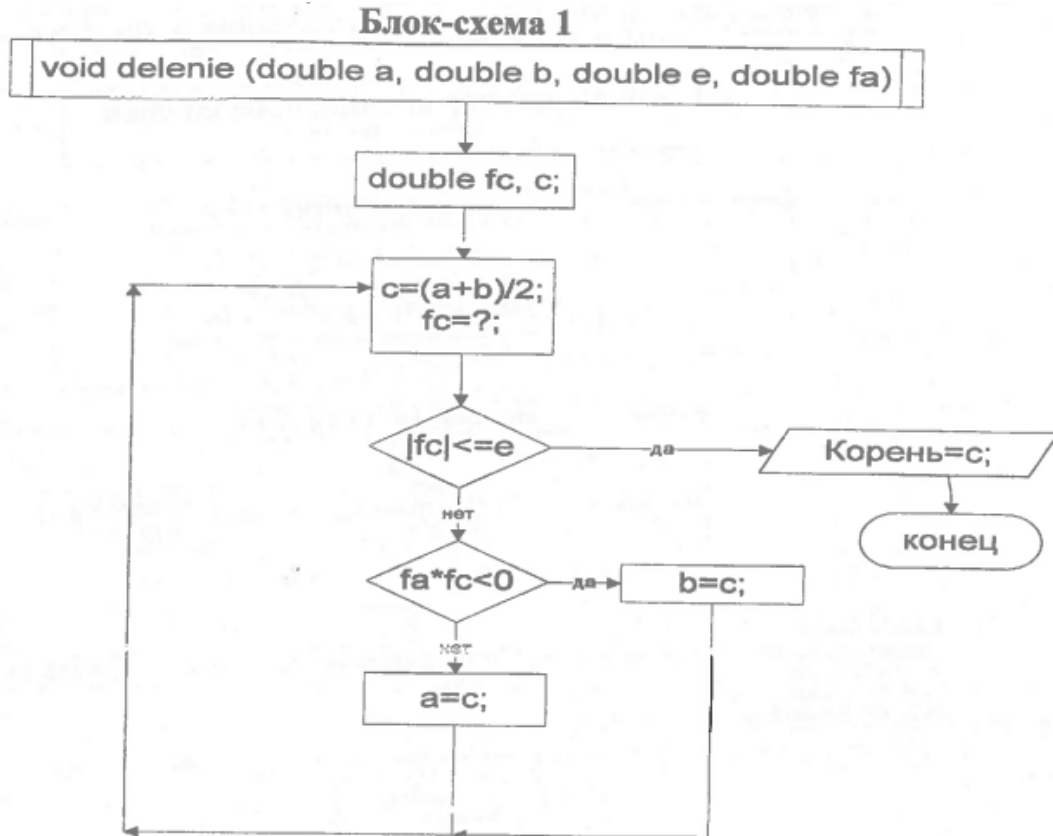
- в начале работы программы вводятся вид нелинейного уравнения и произвольная начальная точка **a**, с которой начинается поиск интервала, а также величина шага **h** и точность вычисления корней **e**;

- начиная с точки **a** с шагом **h** осуществляется последовательный проход в правую или в левую сторону относительно точки **a**, пока не выполнится условие существования корня. В каждом случае подсчитываются значения невязки в точках **a** и **b=a+h**. Если значения невязки уравнения удовлетворяют в этих точках заданной точности, то соответствующая точка будет являться корнем. В противном случае:

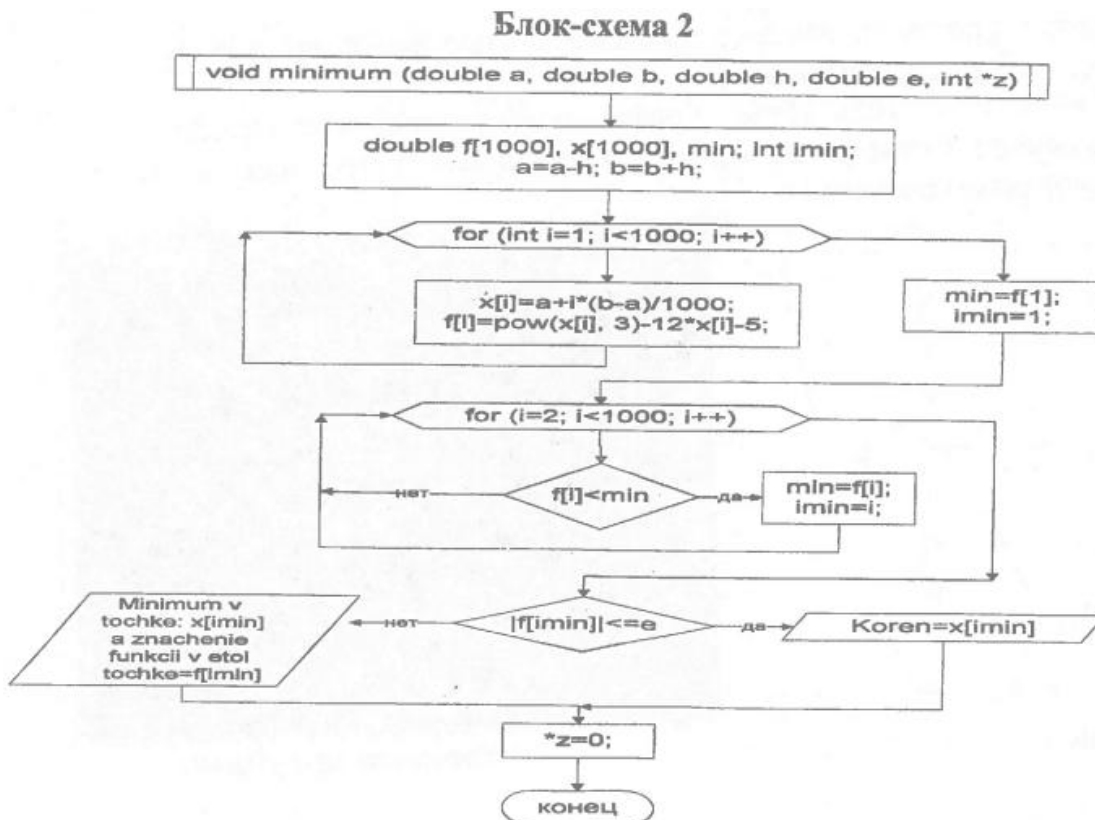
- производится проверка условия существования корня в интервале $[a, b]$
- $f(a)*f(b)<0$. Если это условие выполняется, то на данном отрезке $[a, b]$ существует корень и управление передается подпрограмме `delenie( )`, которая находит этот корень с заданной точностью. В противном случае продолжается поиск интервала. Поиск поводится целенаправленно в сторону приближения к нулю;

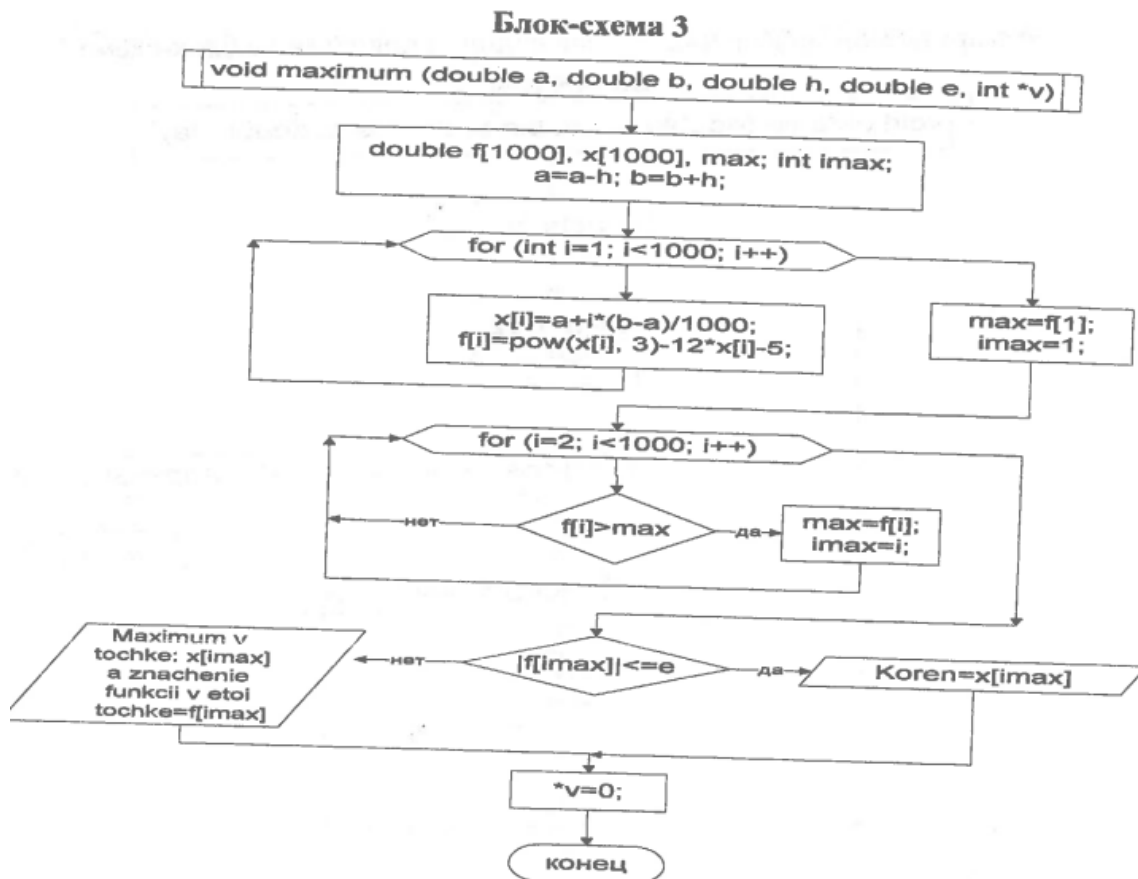
- значения неизвестных, обеспечивающих наименьшую или наибольшую невязку нелинейных уравнений, на каждом шаге компьютер проверяет, возрастает или убывает поведение невязки уравнения. Если невязка возрастала и начинает убывать, то в этом интервале находится значение, обеспечивающее наибольшую невязку. Это значение находится с помощью подпрограммы `maximum( )`. Аналогично, если невязка убывала и начинает возрастать, то в этом интервале находится наименьшее значение невязки. Данное значение находится с помощью подпрограммы `minimum( )`.

Алгоритм метода деления отрезка пополам приведен на блок-схеме 1.



Алгоритмы методов нахождения наименьшего и наибольшего значений невязки уравнения приведены в блок-схемах 2 и 3.





Результаты

Достоверность алгоритма и правильность программы проверялась решением следующих уравнений:

- $x^4 + 3x^3 - 24x^2 + 10x + 15 = 0$. Графическое представление невязки уравнения показано на *графике 1*, а результаты расчета представлены на распечатке программы;

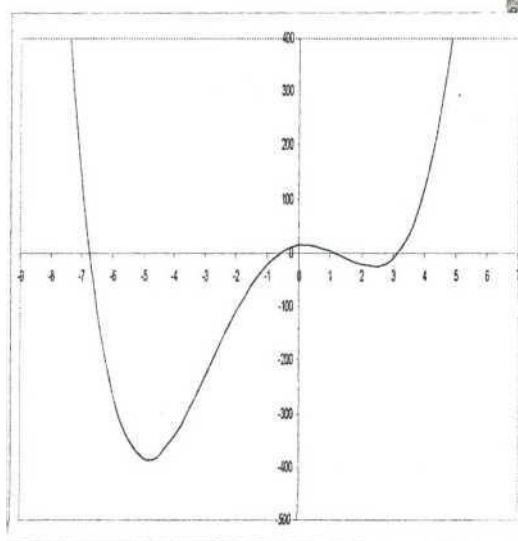


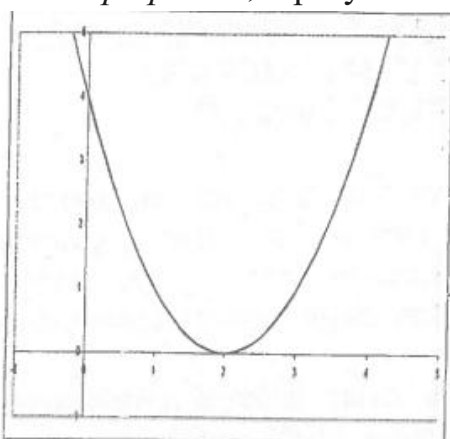
График 1

```

C:\Documents and Settings\Administrator\Рабочий стол\Programs\VC6\Debug\Safe.exe
уравнения вида y=A*x^5+B*x^4+C*x^3+D*x^2+E*x+F введите коэффициенты при x:
0
3
-24
10
15
дано уравнение вида: y=(0)*x^5+(1)*x^4+(3)*x^3+(-24)*x^2+(10)*x+(15)
введите число a:-4
введите число h:0.5
мень=-0.596146
ксимум в точке: 0.2185 а значение функции в этой точке=16.0728
мень=1.18907
нимум в точке: 2.369 а значение функции в этой точке=-24.6199
мень=3.14196
нимум в точке: -4.8375 а значение функции в этой точке=-386.996
мень=-6.73489
press any key to continue
  
```

Распечатка программы

2. $x^2 - 4x + 4 = 0$. Графическое представление невязки уравнения показано на *Графике 2*, а результаты расчета показано на распечатке программы.



```
Для уравнения вида y=A*x^5+B*x^4+C*x^3+D*x^2+E*x+F вводите коэффициенты по х:  
A=0  
B=0  
C=0  
D=1  
E=-4  
F=4  
Уравнение вида: y=(0)*x^5+(0)*x^4+(0)*x^3+(1)*x^2+(-4)*x+(4)  
Введите число a:5  
Введите число h:0.7  
Корень=1.9991  
Значение функции в этой точке=8.1e-007  
Press any key to continue
```

График 2

Распечатка программы

Как видно из результатов расчета, программа работает правильно. Она определяет все корни нелинейных уравнений и находит значения неизвестных, обеспечивающих наибольшее и наименьшее значения невязки. Из графиков видно, что результаты расчета хорошо согласуются с графиком невязки уравнения.

Выводы:

Разработанная программа позволяет находить корни нелинейных уравнений, а в случае отсутствия решения находить наибольшее или наименьшее значение невязки уравнения и будет маленькой подпрограммой большой программы решения прикладной задачи.

Список литературы

1. Джаманбаев М. Дж. Лабораторные работы по вычислительной математике: Учебное пособие /КГТУ им. И. Раззакова. - Б.: ИЦ «Текник», 2011.

- 68 с