

УДК 519.866.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВВП КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ С ПОМОЩЬЮ ВРЕМЕННОГО РЯДА ЗА 2000 – 2020гг.

Курманбек у.Т., Давлятова Б.

КГУ им. И.Арабаева, КГТУ им. И. Раззакова

В данной статье рассматривается построение качественной модели для ВВП Кыргызской Республики, с использованием статистических данных ВВП за 2000 – 2020 гг. Проводится анализ данных с целью определения формы модели, проверяется качество модели и определяются прогнозные значения ВВП на ближайшие годы.

Ключевые слова. Временные ряды, метод наименьших квадратов, тенденция, автокорреляционная функция, коррелограмма, критерий Дарбина–Уотсона, тест Фостера–Стьюарта, стационарные ряды, авторегрессионное преобразование AR (1), валовый внутренний продукт (ВВП).

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН ИЧКИ ДҮҢ ПРОДУКЦИЯСЫН 2000 - 2020 жж. КӨРСӨТКҮЧТӨРҮН КОЛДОНУУ МЕНЕН МОДЕЛДӨӨ ЖАНА ПРОГНОЗДОО

Курманбек у.Т., Давлятова Б.

И.Арабаев атындагы КМУ, И. Раззаков ат. Кыргыз мамлекеттик техникалык университети

Бул макалада 2000-2020-жылдарга карата ИДПнын статистикасын колдонуу менен Кыргыз Республикасынын ИДПсынын сапаттык моделин түзүү талкууланат. Маалыматтарды талдоо моделдин формасын аныктоо үчүн жүргүзүлөт, моделдин сапаты текшерилет жана жакынкы жылдарга ИДПнын болжолдуу маанилери аныкталат.

Баштапкы сөздөр. Убакыт катарлары, эң аз квадраттар методу, тренд, автокорреляция функциясы, коррелограмма, Дурбин-Уотсон тести,

Фостер-Стюарт тести, стационардык катар, AR(1) авторегрессивдүү трансформация, ички дүң продукция (ИДУ).

THE STUDY OF THE GDP OF THE KYRGYZ REPUBLIC USING A TIME SERIES FOR 2000-2020

Kurmanbek T. , Davlyatova B.

KSU. I. Arabaeva,

Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov

This article discusses the construction of a qualitative model for the GDP of the Kyrgyz Republic, using statistical data of GDP for 2000-2020. Data analysis is carried out in order to determine the shape of the model, the quality of the model is checked and the projected GDP values for the coming years are determined.

Keywords. Time series, least squares method, tendency, autocorrelation function, correlogram, Darbin-Watson criterion, Foster–Stewart test, stationary series, autoregressive transformation AR(1), Gross Domestic Product (GDP).

В данной работе рассматриваются данные ВВП Кыргызской Республики за 2000–2020 гг. для исследования этого показателя – характер поведения, структуру ряда, выбор и построение соответствующей модели, прогнозирование на ближайшие годы.

Данные ВВП КР приведены в следующей таблице 1.

Таблица 1

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
ВВП, млн с.	65357,9	73883,3	75240,4	83871,6	94350,6	100899,2	113800,1

Год	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
ВВП, млн с.	141897,7	187991,9	201222,9	220369,3	285989,1	310471,3	350028,0

Год	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ВВП, млн с	400694,0	423635,3	458027,4	520958,6	569385,6	619102,7	598344,5

Исследование данных, выбор и обоснование соответствующей модели, построение и проверка адекватности модели разбиваем на несколько последовательных этапов:

- анализ поведения данных временного ряда – стационарность или не стационарность ряда, наличие тренда, периодических колебаний;
- выбор и обоснование вида соответствующей модели, построение модели;
- проверка адекватности модели;
- прогнозирование ВВП на ближайшие годы.

В связи с тем, что в эконометрическом моделировании используются ограниченное количество статистических данных, т.е. выборочная совокупность значений исследуемых переменных, а также стохастический характер зависимой переменной и большое разнообразие видов применяемых моделей, получение качественной модели для исследования и прогнозирования, требует в каждом случае находить более соответствующие подходы и выполнение большого объема работ.

1. Исследование поведения временного ряда ВВП КР.

График данных может показать поведение исследуемого показателя в общем виде:

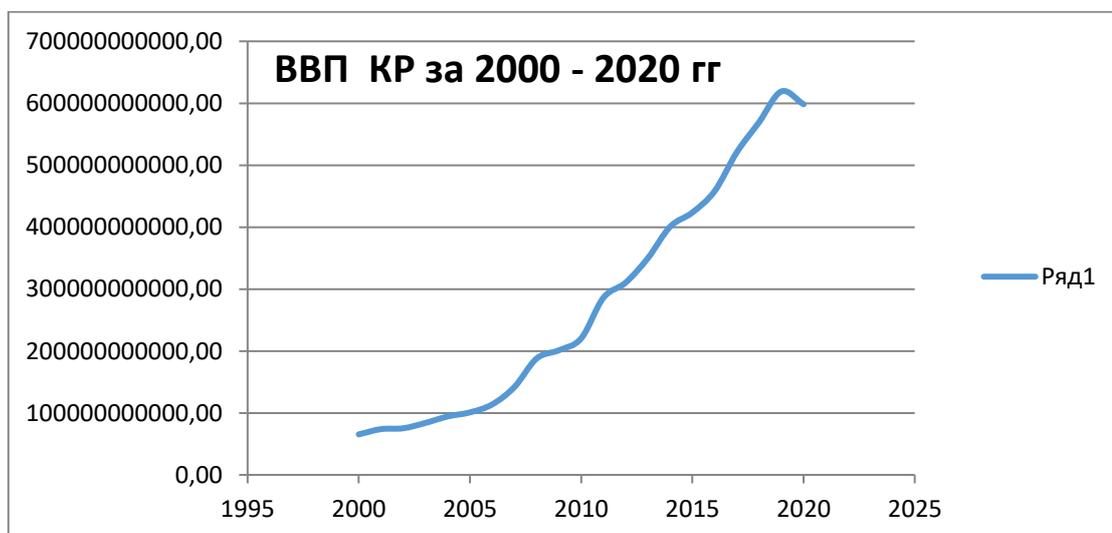


Рис. 1. Динамика ВВП КР за 2000 -2020 гг.

По графику видно, что ВВП КР в данные годы имеет возрастающую тенденцию без заметных периодических колебаний. Также можно сделать вывод, что среднее значение ВВП не является постоянной величиной. Эти выводы, говорят о не стационарности временного ряда.

Заметим, что общее количество наблюдаемых значений, т.е. объем выборки равен $T = 21$.

Для этой же цели можно использовать коррелограмму – график автокорреляционной функции ACF, которая имеет вид:

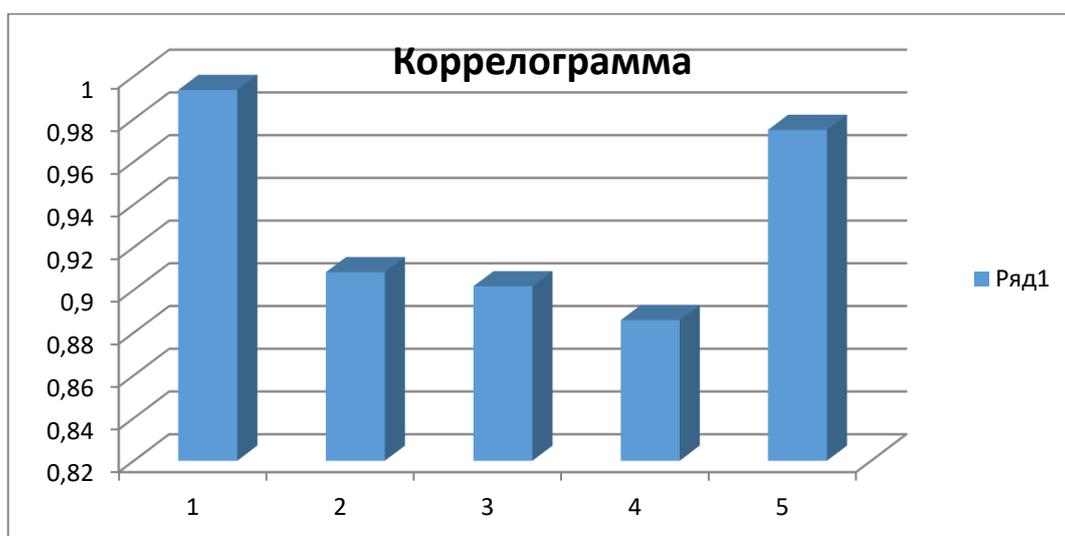


Рис.2. График автокорреляционной функции.

Как видно из коррелограммы, наибольшее значение имеет коэффициент автокорреляции 1 порядка, следовательно, исследуемый ряд имеет тенденцию, но не имеет периодических колебаний. Таким образом, ряд не является стационарным.

Чтобы в большей степени убедиться в предположении о том, что имеется тенденция, применим тест Фостера – Стьюарта.

Статистика Фостера – Стьюарта для данного ряда

$$t_p = \frac{\sum_{i=2}^n (p_i - q_i)}{2 \sum_{i=2}^n \frac{1}{i}} = 3,5, \quad (1)$$

$$\text{где } p_i = \begin{cases} 1, & \text{при } y_i < y_1 < y_2 < \dots < y_{i-1}, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$q_i = \begin{cases} 1, & \text{при } y_i > y_1 > y_2 > \dots > y_{i-1}, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Критическое значение находится из таблицы Стьюдента: $t_{\alpha, n-1} = t_{0,05;20} = 1,725$. Так как в данной задаче имеем $tp > t_{0,05;20}$, что свидетельствует о наличии тренда.

2. Выбор вида тенденции.

Как видно, на графике динамики ВВП (рис.1), процесс имеет монотонный характер развития и не имеет пределов роста, хотя бы в течение ограниченного времени. В этом случае для моделирования тенденции могут использоваться:

- линейная модель – $y_t = b_0 + b_1t$,
- параболическая – $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_k t^k$;
- экспоненциальная - $y_t = e^{a_0 + a_1t}$;
- степенная - $y_t = a_0 t^{a_1}$.

Выбор вида тенденции сделаем на основе анализа показателей динамики временного ряда. Сначала исследуем последовательные разности первого порядка $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, затем в случае необходимости разностей второго порядка $\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$ и т.д.

Анализируя разности первого порядка данного временного ряда по критерию Фостера – Стьюарта, получили проверочную статистику $t_p = 1,16$, а критическое значение $t_{\alpha, n-1} = t_{0,05;20} = 1,729$. Отсюда можно сделать вывод, что ряд из первых разностей не имеет тенденцию. В этом случае тенденция линейно зависит от времени: $y_t = a_0 + a_1t$. Построим модель линии тренда с помощью метода наименьших квадратов.

Линейный тренд ВВП имеет вид:

$$y_t = -49932,9 \cdot 10^6 + 30061 \cdot 10^6 \cdot t + \varepsilon_t. \quad (2)$$

Качество этой модели достаточно хорошее, так как проверка параметров модели показало:

- проверочная статистика для свободного члена $t_{\beta_0} = |-2,55| = 2,55$;
- проверочная статистика для коэффициента регрессии $t_{\beta_1} = 19,3$;
- критическое значение статистики $t_{\alpha/2, n-1} = t_{0,025; 20} = 2,086$;
- проверочная статистика для коэффициента детерминации $F = 372,68$;
- критическое значение $F_{0,05; 1; 19} = 4,38$.

Следовательно, свободный член β_0 , коэффициент регрессии β_1 и коэффициент детерминации статистически значимы, так как $t_{\beta_0} > t_{0,025; 20}$, $t_{\beta_1} > t_{0,025; 20}$ и $F > F_{0,05; 1; 19}$, что показывает хорошее качество модели.

Теперь остается анализировать поведение остатков на автокоррелированность, так как в моделях со временными данными часто имеется автокорреляция остатков.

Для определения наличия или отсутствия автокорреляции остатков используем тест Дарбина – Уотсона. Статистика Дарбина – Уотсона:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = 0,28.$$

Интервал, соответствующий отсутствию автокорреляции остатков, в данном случае имеет вид (из таблицы Дарбина – Уотсона):
 $(d_u; 4 - d_u) = (1,42; 2,58)$

Как видно, $DW = 0,28$ не принадлежит этому интервалу, т.е. имеет место автокорреляция остатков модели (2).

Для устранения автокорреляции остатков модели используем авторегрессионную схему 1 порядка AR(1). Предположим, что случайные остатки подвержены автокорреляции 1 порядка:

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t,$$

где v_t , $t=2,3,\dots,T$, случайные отклонения, удовлетворяющие условиям Гаусса – Маркова, а коэффициент ρ должен быть известен.

С использованием ρ получим следующее уравнение:

$$y_t - \rho \cdot y_{t-1} = \beta_0(1 - \rho) + \beta_1(x_t - \rho \cdot x_{t-1}) + (\varepsilon_t - \rho \cdot \varepsilon_{t-1}). \quad (3)$$

Прежде чем оценить уравнение (3), должны определить ρ . Для этого существует несколько методов. Самым простым является формула:

$$\rho = 1 - \frac{DW}{2}.$$

Поэтому получим: $\rho = 0,86$. Методом наименьших квадратов, получим следующую модель:

$$y_t = -38335,3 \cdot 10^6 + 41321,8 \cdot 10^6 x_t - 35536,8 \cdot 10^6 x_{t-1} + 0,86 \cdot y_{t-1} + v_t. \quad (4)$$

Так как $x_t = t$, $x_{t-1} = t - 1$, из (4) получим:

$$y_t = -2798,5 \cdot 10^6 + 5785,0 \cdot 10^6 t + 0,86 \cdot y_{t-1} + v_t. \quad (5)$$

Все параметры данной модели удовлетворяют условиям хорошего качества:

- $t(\beta_0) = |-2,35| = 2,35$, $t(\beta_1) = 7,95$, а $t_{\text{критич.}} = t_{0,05;18} = 2,131$, т.е. свободный член и коэффициент регрессии статистически значимы;
- коэффициент детерминации также статистически значим, так как $F=63,27$, а $F_{\text{критич.}} = F_{0,05;1,18}=4,41$.

Автокорреляция модели устранена: $DW = 1,85$ принадлежит интервалу отсутствия автокорреляции: (1,42; 2,58).

Таким образом, тенденция ВВП, т.е. кривая роста является еще авторегрессионной моделью.

Прогнозирование ВВП на ближайшие годы приводим в следующей таблице:

Год	t	Прогнозное значение ВВП, млн с
2021	22	639048,9
2022	23	679839,7
2023	24	720704,9

2024	25	761634,1
2025	26	802618,1

Выводы:

- 1). ВВП КР во времени в абсолютных значениях имеет возрастающую тенденцию и не имеет периодических колебаний.
- 2). Тенденция ВВП во времени описывается линейной функцией.
- 3). Модель тенденции ВВП является авторегрессионной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доугерти К. Введение в эконометрику /Пер с англ. – М., 2017.
2. Бородич С.А. Эконометрика. – М., 2018.
3. Maddala G.S. Introduction to Econometrics. – USA, 2012.
4. Жияяков Е.Г., Скубилин В.В.- «Научные ведомости», №22(165), выпуск 28/1. С.144-147, 2014.
5. Кыргызстан в цифрах. Бишкек, 2017, с.341.
6. Кыргызстан в цифрах. Бишкек, 2019, с.343.