

УДК 519.233.5

**ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КУРСОВ ВАЛЮТ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ КОРРЕЛЯЦИОННОГО И РЕГРЕССИОННОГО  
АНАЛИЗОВ**

**Рыспаев А.О., Абдиева Л.К., Сыдыкова А.Ж., Жапаркулов Ж.Ш.**  
КГУСТА им. Н. Исанова

В работе построены и исследованы математические модели курсов валют с применением корреляционного и регрессионного анализов.

**Ключевые слова:** математические модели, корреляционный анализ, регрессионный анализ.

**КОРРЕЛЯЦИЯЛЫК ЖАНА РЕГРЕССИЯЛЫК АНАЛИЗДЕРДИ  
КОЛДОНУУ МЕНЕН ВАЛЮТА КУРСТАРЫНЫН МАТЕМАТИКАЛЫК  
МОДЕЛДЕРИН ТҮЗҮҮ**

**Рыспаев А.О., Абдиева Л.К., Сыдыкова А.Ж., Жапаркулов Ж.Ш.**  
Н.Исанов ат. КМКТАУ

Макалада корреляциялык жана регрессиялык анализдерди колдонуу менен валюта курсунун математикалык моделдери түзүлгөн жана изилденген.

**Баштапкы сөздөр:** математикалык моделдер, корреляциялык анализ, регрессиялык анализ.

**CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL MODELS OF EXCHANGE  
RATES USING CORRELATION AND REGRESSION ANALYSIS**

**Ryspaev A.O., Abdieva L.K., Sydykova A.J., Japarkulov J.Sh.**  
KSUCTA named of N. Isanova

Mathematical models of exchange rates with the use of correlation and regression analyses are constructed and investigated in the work.

**Keywords:** mathematical models, correlation analysis, regression analysis.

На фоне развивающихся процессов глобализации все больше возрастает сложность процессов, которые протекают на финансовом рынке. Финансовые рынки становятся все более нестабильными и слабо регулируемы. Наблюдается повышение курсов валюты, курсов акций компаний, опционов на сырьевые товары и т. д. Нет сомнений, что в таких условиях моделирование и прогнозирование экономических данных представляют большой практический интерес.

В настоящее время имеется достаточно разнообразное количество методов моделирования и прогнозирования. Одним из наиболее популярных и часто применяемых моделей являются экономико-математические регрессионные модели [1]. Формализованные процедуры математических методов обеспечивают получение статистически достоверных и экономически интерпретируемых результатов оценки [2,3]. В процессе моделирования требуется получить такие модели, для которых среднее абсолютное отклонение истинного значения от прогнозируемого стремится к минимальному значению.

Рассмотрим применение корреляционного и регрессионного анализов для построения математической модели курсов валют доллара, евро, рубля и тенге через их относительные курсы к сому с марта 2020 года по март 2021 года. Данные взяты с официального сайта НБ КР. Из 365 данных после обработки (исключения дублирующих значений) было оставлено 248 чисел. Нужно построить и исследовать модели обменных курсов валют доллара и евро через другие валюты.

Сформулируем для проверки следующие гипотезы:

- 1) Первая гипотеза: логарифм курса доллара USD (отклик  $Y$ ) следует за логарифмами курсов евро EUR, рубля Rub и тенге Kzt (регрессоры  $X$ );
- 2) Вторая гипотеза: логарифм курса евро EUR (отклик  $Y$ ) следует за логарифмами курсов доллара USD, рубля Rub и тенге Kzt (регрессоры  $X$ ).

Введем для удобства записи следующие обозначения:

$Usd_i, Usd_{i-1}$  - курсы котировок доллара в моменты времени  $i$  и  $i-1$ ,

$Eur_i, Eur_{i-1}$  - курсы котировок евро в моменты времени  $i$  и  $i-1$ ,

$Rub_i, Rub_{i-1}$  - курсы котировок рубля в моменты времени  $i$  и  $i-1$ ,

$Kzt_i, Kzt_{i-1}$  - курсы котировок казахского тенге в моменты времени  $i$  и  $i-1$ ,

$$U_i = \ln \frac{Usd_i}{Usd_{i-1}}, \quad E_i = \ln \frac{Eur_i}{Eur_{i-1}}, \quad R_i = \ln \frac{Rub_i}{Rub_{i-1}}, \quad K_i = \ln \frac{Kzt_i}{Kzt_{i-1}}, \quad i = \overline{1, n}, \quad n=248.$$

В общем виде линейная множественная регрессионная модель записывается в виде:

$$Y = \alpha_1 \cdot X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \alpha_0,$$

где  $X_1, X_2, X_3$  – регрессоры, независимые факторы,  $Y$  – отклик, зависимый фактор от регрессоров  $X$ ,  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  - неизвестные коэффициенты уравнения регрессии, которые необходимо найти.

1. Вначале найдем значения коэффициентов корреляции между рассматриваемыми факторами логарифмами курсов доллара, евро, рубля и тенге. В результате вычислений были получены следующие данные:  $r(UE)=0,9456$ ,  $r(UR)= 0,8052$ ,  $r(UT)=0,8895$ ,  $r(ER)=0,8276$ ,  $r(ET)=0,8756$ ,  $r(RT)=0,8299$ . Все полученные значения коэффициентов больше 0.8 и близки к единице, следовательно, между логарифмами котировок данных валют существует сильная корреляционная связь.

Регрессионные модели должны включать в себя эти факторы:

- 1) линейная множественная модель зависимости логарифма курса доллара от логарифма курсов евро, рубля и тенге;
- 2) линейная множественная модель зависимости логарифма курса евро от логарифма курса доллара, рубля и тенге.

С другой стороны, так как имеются сильные связи между регрессорами рубль и тенге рассмотрим дополнительно еще две «упрощенные» модели:

3) линейная множественная модель зависимости логарифма курса доллара от логарифма курса евро и тенге;

4) линейная множественная модель зависимости логарифма курса евро от логарифма курса доллара и рубля.

2. Далее были найдены коэффициенты другие требуемые статистики регрессионных моделей и через пакет прикладных программ «Анализ данных» MS Excel. Результаты следующие уравнения регрессий:

1-я модель:  $U = 0,695804E - 0,013828R + 0,254259T - 0,000135$

2-я модель:  $E = 0,775604U + 0,122098R + 0,073686T + 0,000493$

3-я модель:  $U = 0,687785E + 0,246151T - 0,00013$

4-я модель:  $E = 0,82528U + 0,140408R + 0,000478$

3. Оценка статистической значимости, качества и адекватности полученной модели:

а)  $t$  – статистики: В первой модели  $t_{11}=16,84363$ ,  $t_{12}=-0,51823$ ,  $t_{13}=6,305976$ ,  $t_{14}=-0,52744$  при  $t_{крит} = 1.96$  и при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  с  $f = 242$  степенями свободы, статистически значимыми оказались коэффициенты при логарифмах евро и тенге. Незначимость коэффициента при логарифме рубля означает, что из данной модели этот фактор нужно исключить. Это подтверждает правильность рассмотрения 3 модели, где исключен фактор – логарифм рубля. Также незначим коэффициент при свободном члене регрессии.

Во второй модели  $t_{21}=16,84363$ ,  $t_{22}=4,510184$ ,  $t_{23}=1,612748$ ,  $t_{24}=1,834197$  при  $t_{крит} = 1.96$  и при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  с  $f = 242$  степенями свободы, статистически значимыми оказались коэффициенты при логарифмах доллара и рубля. Незначимость коэффициента при логарифме тенге означает, что из данной модели этот фактор нужно исключить. Это подтверждает правильность рассмотрения 4 модели, где исключен фактор – логарифм тенге. Также незначим коэффициент при свободном члене регрессии.

В третьей модели  $t_{11}=17,98392$ ,  $t_{12}=6,633887$ ,  $t_{13}=-0,4982$  при  $t_{крит} = 1.96$  и при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  с  $f = 242$  степенями свободы, статистически значимыми оказались коэффициенты при логарифмах евро и тенге. Незначим коэффициент при свободном члене регрессии.

В четвертой модели  $t_{11}=24,031691$ ,  $t_{12}=5,6944461$ ,  $t_{13}=1,7750964$  при  $t_{крит} = 1.96$  и при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  с  $f = 242$  степенями свободы, статистически значимыми оказались коэффициенты при логарифмах доллара и рубля. Незначим коэффициент при свободном члене регрессии.

Стандартные ошибки коэффициентов регрессии  $S_{11}=0,04131$ ,  $s_{12}=0,026682$ ,  $s_{13}=0,04032$ ,  $s_{14}=0,000256$ ;  $S_{21}=0,046047$ ,  $s_{22}=0,027072$ ,  $s_{23}=0,045689$ ,  $s_{24}=0,000269$ ;  $S_{31}=0,038244$ ,  $s_{32}=0,037105$ ,  $s_{33}=0,000255$ ;  $S_{41}=0,034341$ ,  $s_{42}=0,024657$ ,  $s_{43}=0,000269$  являются небольшими числами. Чем меньше стандартные ошибки, тем точнее являются оценки коэффициентов регрессии. Поэтому полученные оценки коэффициентов регрессии являются точными и надежными.

б) F – статистика:  $F_1=821,0837$ ,  $F_2=793,0262$ ,  $F_3=1235,209$ ,  $F_4=1180,462$ ,  $F_{табл} = 2,6419$ . Сравнивая значения полученных статистик с табличным, делаем вывод, что построенные модели значимы и адекватны наблюдаемым данным.

в) Коэффициент детерминации:  $R^2=0,91$ ,  $R^2=0,9$ ,  $R^2=0,910445$ ,  $R^2=0,906679$ . Значения  $R^2$  моделей больше 0.9, это означает, что вариации отклика - доллара в среднем описываются вариациями регрессоров более чем на 90%, следовательно модели являются качественными.

Г) По 1-й модели:  $RSS = 0,042811$ ,  $\sigma_e^2 = 0,0000158$ ,  $MSE = 0,012994$ .

По 2-й модели  $RSS = 0,046236$ ,  $\sigma_e^2 = 0,0000176$ ,  $MSE = 0,013989$ .

По 3-й модели:  $RSS = 0,042811$ ,  $\sigma_e^2 = 0,0000158$ ,  $MSE = 0,019489$ .

По 4-й модели  $RSS = 0,046236$ ,  $\sigma_e^2 = 0,00001776$ ,  $MSE = 0,0209606$ .

Величины остаточной суммы квадратов RSS находится вблизи нуля, а это говорит о минимальности погрешности в моделях от наблюдаемых данных. Среднеквадратические ошибки MSE моделей значительно больше среднеквадратической ошибки воспроизводимости отклика  $\sigma_e^2$  это говорит, что в выборке нет «переполнения» случайными данными и модель описывает наблюдаемые значения удовлетворительно.

Математические ожидания остатков  $Me$  и дисперсии остатков  $De$  для моделей следующие:  $Me_1=0,000000000000000017$ ,  
 $Me_2=-0,000000000000000026$ ,  $Me_3=0,0000000000000000193$ ,  
 $Me_4=-0,000000000000000026$ ,  $De_1=4,12 * 10^{-17}$ ,  $De_2=5,09 * 10^{-17}$ ,  
 $De_3=4,06 * 10^{-17}$ ,  $De_4=5,09 * 10^{-17}$ . Математические ожидания и дисперсии остатков очень близки к нулю, дисперсии остатков  $De$  есть конечные числа, значит регрессионные ошибки являются случайными и независимыми друг от друга.

Таким образом, можно отметить, что не все коэффициенты уравнений регрессии моделей при регрессорах являются статистически значимы. Однозначно статистически значимыми являются коэффициенты при регрессорах евро и доллара. Анализ остатков указывает, что регрессионные модели качественные и объективно отражают наблюдаемые значения. Коэффициенты детерминации в моделях почти одинаковы, больше чем 0.9, значит модели являются качественными. Критерий Фишера указывает, что построенные регрессионные модели описывают наблюдаемые значения адекватно. Более лучшие показатели критерия Фишера, меньшие значения остаточных сумм и стандартных ошибок коэффициентов регрессии показали 3-я и 4-я модели. Поэтому выбираем эти модели для целей прогнозирования.

Далее были проведены расчеты по выбранным уравнениям регрессий значения откликов на данных 3-месячного периода с 1 марта

2021 года по 30 июня 2021 года. Построены графики фактических и предсказанных значений по регрессионным моделям.



Рис.1 – Графики фактических и расчетных значений логарифма курса доллара



Рис.2 – Графики фактических и расчетных значений логарифма курса евро

Визуально графики фактических и расчетных значений моделей близки и имеют небольшое количество несовпадений. Следует отметить, что у второй модели отклонения точек с гораздо меньшими значениями. Т.е. можно говорить о том, что вторая модель лучше аппроксимирует наблюдаемые данные, в ней отражены значения логарифмов курса евро через логарифмы курсов доллара и рубля. Однако, обе множественные регрессионные модели, обладают свойствами адекватности и качества и имеют меньшие отклонения от фактических значений, чем линейные однофакторные модели. Поэтому, можно сделать вывод о том, что логарифм курса доллара следует за логарифмами курсов евро и тенге; а логарифм курса евро следует за логарифмами курсов доллара и

рубля. Соответствующие им регрессионные модели могут применяться для целей краткосрочного прогнозирования и аппроксимации курса валют на финансовом рынке КР.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Грачева М.В., Фадеева Ю.Н., Черемных Ю.Н. Моделирование экономических процессов. – Б.: Юнити, 2005. – 351 с.
2. Тимофеев С.А., Юрьев В.Н. Прогнозирование динамики курсов валют на основе статистического анализа показателей мировой экономики //Научно-техн. ведомости СПбГПУ. -2013.- №3(173).- с.16-22.
3. Фадеев И.В. Анализ и вычисление экономических данных с помощью математических моделей // Межд.журнал гуман. и естест. наук. – 2019. - №5 (4). – с.78-81.