

УДК 517.9 + 532.5

ЧЕТКИ КАТМАРДА СУЮКТУКТУН АГЫМЫН ИЗИЛДӨӨДӨГҮ МАТЕМАТИКАЛЫК ЫКМАЛАРЫ

Бийбосунов¹ А.И., Жусупбекова² С.Т., Садыкова³ Н.А.

¹Н.Исанов ат. КМКТАУ, ²Скрябин атындагы КУАУ,

³Баласагын атындагы КУУ

Бул макалада Рейнольдстун жана Гертлердин сандарынын чон маанилеринде борбордук күчтөр талаасында кысылуучу жана кысылбоочу суюктуктар үчүн Навье-Стокстун тендемесин сызыктуу эмес асимптотикалык талдоо аткарылды, агымдын окшоштук параметрлери аныкталды, негизги куюндардын модаларын мүнөздөө үчүн сызыктуу жакындатылган сандык чыгарылыштары каралган.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Бийбосунов¹ А.И., Жусупбекова² С.Т., Садыкова³ Н.А.

¹КГУСТА им. Н. Исанова, ²КНАУ им. Скрябина, ³КНУ им Баласагына

В данной работе выполнен нелинейный асимптотический анализ уравнения Навье-Стокса для сжимаемой и несжимаемой жидкостей в поле центральных сил в главных значениях чисел Рейнольдса и Гертлера, определены параметры подобия течений и линейные описаны приближенные количественные производные.

MATHEMATICAL METHODS OF STUDY OF LIQUIDS IN THE BORDER LAYER

Biybosunov¹ A., Zhusupbekova² S., Sadykova³ N.

¹KSUSTA named of N. Isanov, ²KNAU named of Scriabin,

³KSU named of Balasagyn

In this paper, a nonlinear asymptotic analysis of the Navier-Stokes equation for compressible and non-compressible fluids in the field of central forces in the major values of the Reynolds and Hertler numbers is performed, flow similarity parameters are determined, and linear approximate quantitative derivatives are described.

Иймек беттеги суюктуктун агымына борбордук күчтөр таасир эткендиктен суюктуктун агымында туруксуздук ошондой эле, четки катмарда карама - каршы айланган стационардык же агымдын багытындагы кош куюндар (Гертлердин куюну) пайда болот.

Четки катмар теориясында Гертлердин куюнунун негизинде агымдын иймек беттеги ламинардык агымдын туруксуздугу көйгөйүн изилдөө фундаменталдык жана чон прикладдык мааниге ээ. Бул кубулуш агымдын өзгөрүшү менен ар кандай гидравликалык түзүлүштөрдүн ишинде, изилдөөнүн жыйынтыктары жаны технологияларды түзүүдө, ГЭСтин гидротурбиналары үчүн жана учуучу аппараттарды перспективдүү проектирлөөдө колдонулат.

Кысылуучу суюктук учун. Рейнольдстун жана Гертлердин чон бирок критикалык (сын) сандарынан ашпаган борбордук четтөөчү күчтөр талаасында кысылуучу четки катмарда толкундоолордун өсүшүнүн сызыктуу эмес фазасын сүрөттөгөн математикалык модели түзүлгөн. Бул модель Гертлердин куюнунун өсүшүнө багытталат. Ошентип, кысылуучу илээшкек суюктук иймек бетти агып өтүүсү каралат. Мейли, X бет боюнча эсептелген, ал эми Y нормал боюнча, Z тин координаталары (X,Y) тегиздигине перпендикулярдуу болсун. Томонку белгилөөлөрдү жургузобуз:

$x\ell, y\ell, z\ell, U_\infty U, U_\infty V, U_\infty W, \rho_\infty U_\infty^2 R, \rho_\infty \rho, U_\infty^2 H/2, \mu_\infty \mu$ - ылдамдык векторлору басым, тыгыздык, динамикалык илээшкектик коэффициенти, толук энтальпия.

Берилген иште четки катмардагы толкундоолор беттин алдынкы кыртышынын L аралыгында өсүшү каралат. Рейнольдстун саны жогору деп алынат

$$Re = \rho_{\infty} U_{\infty} L / \mu_{\infty},$$

бирок сын маанилеринен ашпайт, ошон үчүн мейкиндиктүү толкундоолордун өсүү аймагында агым турбуленттүү (туруксуз) болуп калат. Тандалып алынган координата системасында Навье – Стокстун тендемеси төмөндөгүчө жазылат:

$$\begin{aligned} \frac{\rho u}{1-Ky} \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{K \rho u v}{1-Ky} + \frac{1}{1-Ky} + \frac{1}{1-Ky} \frac{\partial P}{\partial x} &= \varepsilon^2 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \dots \right] \\ \frac{\rho u}{1-Ky} \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\rho K u^2}{1-Ky} + \frac{\partial P}{\partial y} &= \varepsilon^2 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \dots \right] \\ \frac{\rho u}{1-Ky} \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} &= \varepsilon^2 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \dots \right] \\ \frac{\rho u}{1-Ky} \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} + \rho w \frac{\partial H}{\partial z} &= \varepsilon^2 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{P_r} \right) \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(1 - \frac{1}{P_r} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{U^2}{2} \right) \right] \\ \frac{1}{1-Ky} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} - \frac{K v}{1-Ky} &= 0 \end{aligned}$$

(1)

мында системанын акыркы тендемеси - энергиянын тендемеси энтальпия аркылуу жазылган : $H = C_p T$.

Бул жерде андан ары мүчөлөрдү талдоочу олуттуулары келтирилет. Төмөнкү чектик өтүүлөрдү аткаруу болжолдонот

$$Re \rightarrow \infty, Ge \rightarrow \infty, Ge = 2 Re^{1/2} \ell / r \quad (2)$$

I аймак – тышкы илээшкек эмес агымдын толкундаган бөлүгү, анын мүнөздүү калыңдыгы:

$$\Delta y_1 > \delta \sim O(\varepsilon).$$

II аймак – четки катмардын негизги бөлүгү, анын мүнөздүү калыңдыгы:

$$\Delta y_2 \sim \delta.$$

III аймак – илээшкек бетке жакын бөлүгү мүнөздүү калыңдыгы:

$$\Delta y_3 < \delta.$$

Агымдын кыймылы үчүн төмөнкү баа берүү туура болот:

$$u \sim O(a/\varepsilon), \quad \Delta P \sim O(\kappa a^3/\varepsilon^2), \quad w \sim O(\kappa^{1/2} a^{3/2}/\varepsilon) \quad (3)$$

Жалпы учурда агымдын толкундаган аймагынын калыңдыгы “a” анын туурасы $\Delta z \sim O(c) \sim O(a)$, жана (1) үзгүлтүксүздүк тендемесинин мүчөлөрүнүн чондуктарынын тартибин барабарлап төмөнкүнү алса болот.

$$a \sim c \sim O(\kappa b^2) \quad (4)$$

мында «a», «b» жана «c» - мүнөздүү калыңдык, узундугу жана туурасы агымдын мейкиндүү толкундага куюндуу аймагында жана: $\varepsilon^2 < a < c < b < 1$. (2) и (3) катыштары кыймылдын тендемесинин конвективдүү жана негизги диссипативдүү мүчөлөрүнүн тартибин баалоого мүмкүндүк берет:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \sim O(\kappa^2 b^3/\varepsilon), \quad \varepsilon^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \sim O(\varepsilon/\kappa b^2) \quad (5)$$

(5) төн көрүнүп тургандай, качан конвекциянын жана диссипациянын

механизмдери барабар жана: $u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \sim \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

Толкундаган аймактын узундугу(узактыгы же узартуусу) b» тартиби боюнча төмөнкүгө барабар:

$$b \sim O(\varepsilon^{3/5}/\kappa^{3/5}) < 1 \quad (6)$$

(1), (2) и (5) катыштары агымдын толкундаган куюндуу аймак (III) үчүн мүнөздүү ченемдери:

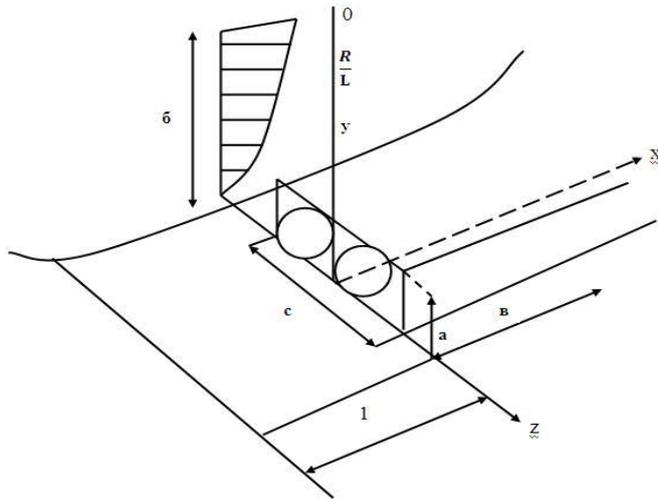
$$\Delta x \sim O(b) \sim O(\varepsilon/\kappa)^{3/5}, \quad \Delta y \sim \Delta z \sim O(a) \sim O(c) \sim O(\varepsilon^{6/5}/\kappa^{1/5})$$

түздөн-түз ойгон бетине жакын жайгашкан, агым функцияларынын төмөнкү өзгөрмөлөрдү жана асимптотикалык кеңейүүлөрдү киргизүү:

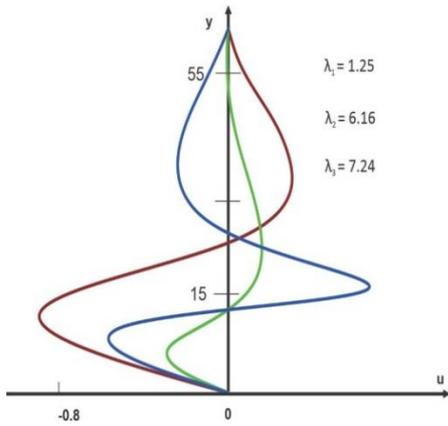
$$x = (\varepsilon^{3/5}/\kappa^{3/5}) X_3, \quad y = (\varepsilon^{6/5}/\kappa^{1/5}) Y_3, \quad z = (\varepsilon^{6/5}/\kappa^{1/5}) Z_3,$$

$$u = (\varepsilon^{1/5}/\kappa^{1/5}) u_3 + \dots, \quad v = \kappa^{1/5} \varepsilon^{4/5} v_3 + \dots, \quad w = \kappa^{1/5} \varepsilon^{4/5} w_3 + \dots, \quad \Delta P =$$

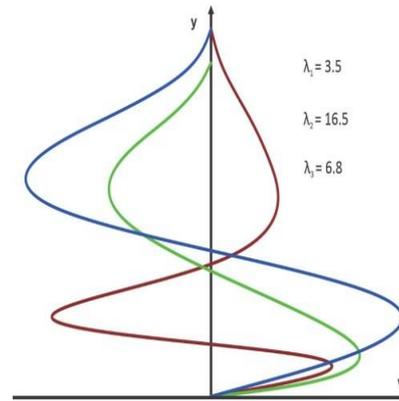
$$= \kappa^{2/5} \varepsilon^{8/5} P_3 + \dots \quad (7)$$



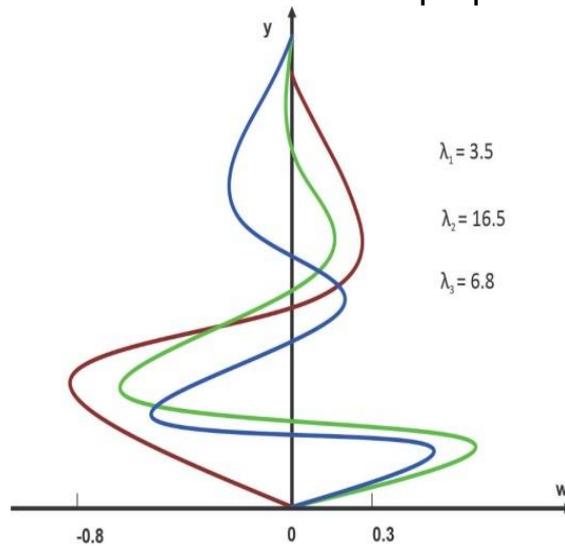
1-сур. Изилденип жаткан агымдын схемасы.



2-сур. Уч куюндук мода учун u ылдамдыгынын профили



3-сурот. Биринчи, экинчи жана учунчу мода учун V профилинин ылдамдыгы



4-сур. Биринчи, экинчи жана учунчу мода учун W профилинин ылдамдыгы

Жыйынтыгы:

- Рейнольдстун жана Гертлердин сандарынын чон маанилеринде борбордук күчтөр талаасында кысылуучу жана кысылбоочу суюктуктар үчүн Навье-Стокстун тендемесин сызыктуу эмес асимптотикалык талдоо аткарылды;
- мүнөздүү режимдер үчүн чектүү маселелер;
- агымдын окшоштук параметрлери аныкталды;
- биринчи үч негизги куюндардын модаларын мүнөздөө үчүн сызыктуу жакындатылган сандык чыгарылыштары алынды.

АДАБИЯТТАР

1. Лойцянский Л.Г. Суюктук жана газдын механикасы/ Л.Г. Лойцянский - М., Дрофа, 2003.-846с.
2. Ван–Дайк М. Механикадагы толкундоодогу ыкмалары/ М. Ван–Дайк - М., «Мир», 1967ж.-296с.
3. Шлихтинг Г. Четки катмар теориясы. М., Изд-во «Ин.лит.» 1960ж.
4. Бийбосунов А.И. Кысылган суюктуктун иймек бетте агуудагы чектик маселелерин сандык чечүүнүн кээ бир учурлары. /Бийбосунов А.И.// - Илимий эмгектердин жыйындыс, КАСИ, г. Бишкек, 1995 ж.-14с.