

УДК 519.612

РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ГРАФИЧЕСКИМ И АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ

Осмонканов А.М., Кожокматов Т.М., Рашитова Н.
КГУСТА им. Н. Исанова

Статья посвящена решению задачи линейного программирования. В данной работе рассмотрены основные методы решения строительных задач.

Ключевые слова: симплекс метод, линейное программирование, аналитический метод, математическая модель

ЭКОНОМИКАЛЫК ЖАНА МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛДЕРДИ ГРАФИКАЛЫК ЖАНА АНАЛИТИКАЛЫК ЫКМАЛАР МЕНЕН ЧЕЧҮҮ

Осмонканов А.М., Кожокматов Т.М., Рашитова Н.
Н. Исанов ат. КМКТАУ

Макала сызыктуу программалоо маселесин чечүүгө арналган. Бул макалада курулуш көйгөйлөрүн чечүүнүн негизги ыкмалары талкууланат.

Баштапкы сөздөр: симплекс ыкмасы, сызыктуу программалоо, аналитикалык метод, математикалык модель

SOLUTION OF ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELS BY GRAPHIC AND ANALYTICAL METHODS

Osmonkanov A.M., Kozhokmatov T.M., Rashitova N.
KSUCTA named of N Isanov

The article is devoted to solving a linear programming problem. This paper discusses the main methods for solving construction problems.

Key words: simplex method, linear programming, analytical method, mathematical model

В работе рассматривается сравнение методов решения задачи линейного программирования, на основе полученных расчетов решения задачи оптимального распределения ресурсов при производстве продукции мебельного цеха, определение наиболее эффективного, применительно к конкретной задаче.

Данная проблема касается не только крупных транснациональных корпораций, но и совсем небольших предприятий, цехов. Являясь участниками экономических отношений, ежедневно им приходится решать данные задачи. Самыми известными методами решения задач линейного программирования являются: графический метод, аналитический способ, и симплекс – метод. Итак, рассмотрим решение задачи оптимального распределения имеющихся ресурсов на примере ситуации мебельного цеха. Для производства полок и шкафов мастера небольшого мебельного цеха использует различные ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в таблице 1.

Таблица – 1 Нормы затрат ресурсов на одно изделие.

Ресурсы Наличии	Нормы расходов ресурса на одно изделие		Общее кол-во ресурсов наличии
	Полка	шкаф	
Древесина 1 вида	3	2	27
Древесина 2 вида	2	4	28
Металлич. заготов.	2	3	23
Прибыль от реализации 1-го изд	4	7	

Теперь составим математическую модель задачи. Пусть цех производит x_1 полок и x_2 шкафов, по условию задачи эти коэффициенты не отрицательны, $x_1 \geq 0$ и $x_2 \geq 0$. Тогда прибыль составит, F сома, ее необходимо максимизировать.

$$F = 4x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$$

Теперь составим ограничения задачи. Для изготовления x_1 стульев и x_2 столов потребуется древесины первого вида, запасы которой 27 единиц.

Тогда для изготовления x_1 полок и x_2 шкафов потребуется дерева второго вида, запасы которого 28 единиц и металлических заготовок, запасы которых 23 единицы. Теперь, получим задачу линейного программирования, которым решим графическим методом:

$$F = 4x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 27$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 28$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 23 \quad \text{При } x_1, x_2 \geq 0$$

Имеем целевую функцию и ограничения. Запишем уравнения граничных прямых и построим их графики:

А: если $x_1 = 0$, то $x_2 = 13,5$, если $x_2 = 0$, то $x_1 = 9$

В: если $x_1 = 0$, то $x_2 = 7$, если $x_2 = 0$, то $x_1 = 14$

С: если $x_1 = 0$, то $x_2 = 7 \frac{2}{3}$, если $x_2 = 0$, то $x_1 = 11,5$

Найдем для каждого ограничения область допустимых значений, после чего определим совместную область допустимых решений.

Имеем выпуклый многоугольник ABCDE. В нем содержатся точки, каждая из которых является допустимым решением задачи. Необходимо найти оптимальное.

Приравняем F к произвольному числу:

Пусть $F = 28$, тогда $F = 28$

Если $x_1 = 0$, то $x_2 = 4$

Если $x_2 = 0$, то $x_1 = 7$

Построим прямую для данного уравнения. Передвигая прямую параллельно самой себе определим точку максимума и по графику

определим ее значение (рисунок 1).

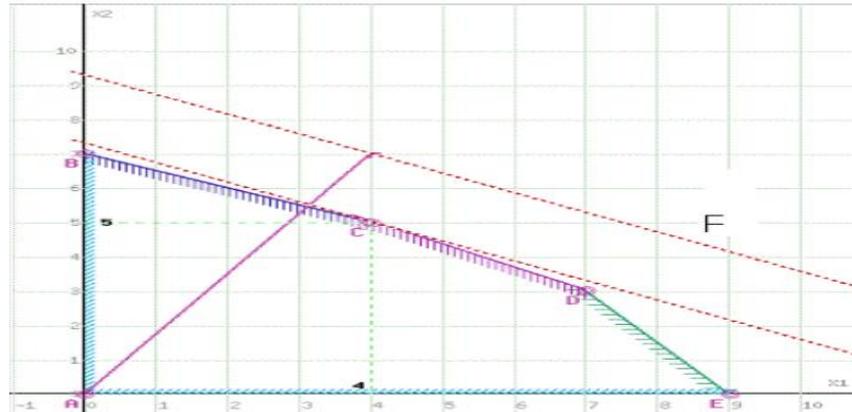


Рис. 1- Оптимальное решение задачи.

Рассмотрим график, с помощью которого и определим оптимальное решение, что в дальнейшем послужит основой для решения задачи аналитическим способом.

Из графика видно, что оптимальному решению соответствует точка С (4;5).

Решим данную задачу аналитическим методом. Аналитический метод во многом базируется на графическом методе: вершина многоугольника в которой целевая функция приобретает максимальное значение, является оптимальной, координаты этой вершины и являются искомыми оптимальными значениями переменных. Искомая точка С. На графике она образуется прямыми С и В. Найдем значение точки С решив систему уравнений прямых С и В

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 28 \\ 2x_1 + 3x_2 = 23 \end{cases}$$

$$\text{Упростим систему } \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2x_2 + 14 \\ 2x_1 + 3x_2 = 23 \end{cases}$$

После упрощений, выразим одну переменную через другую и найдем их значения $x_1 = 4$ и $x_2 = 5$ В точке С целевая функция равна 48. Что соответствует максимальной прибыли.

Данную задачу также можно решить с помощью Microsoft Excel. Заполним ячейки исходными данными в виде таблицы и формулами математической модели (рис.2). Вносим целевую функцию и ограничения.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Основные переменные и целевая функция					
2							
3			полка	шкаф		целевая функция	
4			0	0			
5		прибыль	4	7		0	max
6							
7							
8							
9		Требуется для производства(ограничения)					
10							
11		Древесина 1	3	2	<=	27	0
12		Древесина 2	2	4	<=	28	0
13		Стекло	2	3	<=	23	0
14							

Рис. - 3 Таблица с целевой функцией и ограничениями. Вводим в соответствующие ячейки необходимые формулы. Таблица в режиме формул (рис.3).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Основные переменные и целевая функция					
2							
3			Полка	Шкаф		Целевая функция	
4			0	0			
5		Прибыль	4	7		=СУММПРОИЗВ(C4*C5+D4*D5)	max
6							
7							
8							
9		Требуется для производства(ограничения):					
10							
11		Древесина 1	3	2	<=	27	=СУММПРОИЗВ(C11*C4+D11*D4)
12		Древесина 2	2	4	<=	28	=СУММПРОИЗВ(C12*C4+D12*D4)
13		Стекло	2	3	<=	23	=СУММПРОИЗВ(C13*C4+D13*D4)

Рис. 3 - Таблица в режиме формул Вызываем надстройку «Поиск решения» и заполняем параметры (рисунок 4).

Рис. 4 - Таблица в режиме параметров поиска решения. После выполнения расчетов таблица преобразуется, выдавая полученные результаты.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Основные переменные и целевая функция					
2							
3			Полка	Шкаф		Целевая функция	
4			4	5			
5		Прибыль	4	7		51	max
6							
7							
8							
9		Требуется для производства(ограничения):					
10							
11		Древесина 1	3	2 <=		27	22
12		Древесина 2	2	4 <=		28	28
13		Стекло	2	3 <=		23	23

Рис. 3. Таблица с решением задачи.

Получили целочисленное решение – 4 полок и 5 шкафов. Максимальная прибыль составила 51 единицу.

Итак, рассмотренная задача решена тремя методами: графическим, аналитическим и с помощью компьютерной программы, результат полученного ответа одинаковый. Решить данную задачу оказалось возможным всеми тремя методами. Первый, графический метод дает очень наглядное решение, однако требует предварительного построения уравнений функции и ограничений, а также точного построения графика, а также дополнительных построений. Точность и достоверность результатов, при решении данным методом находится в зависимости от точности построения графика. Аналитический метод во многом базируется на принципах графического метода. Однако определение точки, в которой достигается оптимальное значение происходит посредством решения системы уравнений, пересекающихся в данной точке. Метод решения посредством вычисления компьютерной программы требует точного построения таблицы и внесения параметров решения. Однако этот метод имеет ряд преимуществ. Наглядно выдаются не только оптимальный результат, но сразу же и количество использованного ресурса каждого вида,

и при построении дополнительных ячеек и внесения в них соответствующих формул, можно также получить и остаток недоиспользованного ресурса. Во многом этот метод наиболее прост, нагляден и эффективен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурда А.Г. Бурда Г.П. Методы принятия управленческих решений в экономических системах АПК: учеб. пособие. - Краснодар: КубГАУ, 2013.
2. Основы математического моделирования социально-экономических процессов: учеб. пособие / С. Н. Косников; под ред. д-ра экон. наук, проф. А. Г. Бурда. – Краснодар: КубГАУ, 2013.