

УДК 330.356.7

ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ КОББА-ДУГЛАСА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ИССЛЕДОВАНИИ МАКРОЭКОНОМИКИ

Аширбаев Б.Ы., Касымбекова Э.Ж.

Кыргызский государственный технический университет
имени. И. Раззакова

В статье исследована развитие макроэкономики Кыргызской Республики за последний десять лет и построена производственная функция Кобба-Дугласа, характеризующая зависимость объема валового внутреннего продукта (ВВП), от величины объема инвестиции и количества людей, занятых в экономике.

Ключевые слова: производственная функция, эластичность труда и капитала, валовый внутренний продукт, прямые иностранные инвестиции.

КОББА-ДУГЛАС ӨНДҮРҮШТҮК ФУНКЦИЯСЫ ЖАНА АНЫН МАКРОЭКОНОМИКАНЫ ИЗИЛДӨӨДӨ КОЛДОНУЛУШУ

Аширбаев Б.Ы., Касымбекова Э.

И. Раззаков атындагы Кыргыз мамлекеттик техникалык университети

Илимий макалада Кыргыз Республикасынын акыркы он жылдагы макроэкономикасы изилденип жана ички-дүң продуктынын, инвестициянын көлөмүнө жана экономикада иштеген адамдардын санына көз карандылыгын туюнтуучу Кобба-Дуглас өндүрүштүк функциясы түзүлдү.

Баштапкы сөздөр: өндүрүштүк функция, эмгек жана капитал ийкемдүүлүгү, ички-дүң продукциясы, түз чет элдик инвестициясы.

PRODUCTION FUNCTION OF COBB-DOUGLAS AND ITS APPLICATION IN THE RESEARCH OF MACROECONOMICS

Ashirbaev B.Y., Kasymbekova E.Zh.

Kyrgyz State Technical University name. I. Razzakova

The article examines the development of the macroeconomics of the Kyrgyz Republic over the past ten years and builds the Cobb-Douglas production function, which characterizes the dependence of the gross domestic product

(GDP) on the amount of investment and the number of people employed in the economy.

Key words: production function, elasticity of labor and capital, gross domestic product, foreign direct investment.

Введение

Производственная функция Кобба-Дугласа отражает зависимость выпуска определенного вида товара от соотношения двух факторов: капитала и труда. В общем виде формула имеет вид [1]

$$F(K, L) = AK^\alpha L^{1-\alpha}, \quad (1)$$

где A – общая продуктивность факторов производства, $K(t)$ – капитал (основные фонды), $L(t)$ – количество людей занятых в производственной сфере, α , β - эластичность труда и капитала. Параметры α и β играют важную роль при расчете предполагаемого объема выпуска продукции. Эластичность факторов производства отражает пропорцию, при которой изменение соотношения производственных факторов повлияет на процесс производства при прочих равных условиях.

Необходимо рассмотреть три возможных случая значения, которые могут принимать параметры эластичности в формуле (1):

1) $\alpha + \beta = 1$, соотношение характеризует постоянную отдачу от масштаба, например, при росте затраченного труда и капитала на 100%, объем производства возрастет на те же 100%, то есть в два раза. Производственная функция является линейно-однородной;

2) $\alpha + \beta > 1$, соотношение характеризует возрастающую отдачу от масштаба, например, при росте затраченного труда и капитала на 100%, объем производства возрастет, допустим, на 120%, то есть более чем в два раза;

3) $\alpha + \beta < 1$, соотношение характеризует уменьшающуюся отдачу от масштаба [1].

Исследование макроэкономики Кыргызской Республики с помощью производственной функции Кобба-Дугласа. Обеспечение устойчивого экономического роста страны невозможно без инвестиционной поддержки. Главным направлением инвестиционной политики в настоящее время и ближайшей перспективе является сокращение внешних заимствований под гарантию правительства, что влечет за собой увеличение внешнего долга страны. Сокращение объемов внешних заимствований будет компенсироваться в основном частными инвестициями, в том числе прямыми иностранными инвестициями. Поэтому прямые иностранные инвестиции были отобраны в качестве основного показателя-фактора, влияющего на объем Валового внутреннего продукта (ВВП).

Инвестиции являются одним из показателей, влияющих на устойчивый экономический рост, а следовательно, на объем ВВП, производимого в стране.

Исследуем основные показатели макроэкономики Кыргызской Республики: величины объема ВВП, объем инвестиции и количества занятых людей в экономике и на основе экономико-математических методов построим производственную функцию Кобба-Дугласа характеризующую зависимость величины объема ВВП от объема инвестиции и от количества занятых в экономике.

В таблице 1 приведены статистические данные [2]: ВВП, прямые иностранные инвестиции и количество людей занятых в экономике Кыргызстана за период с 2010 г. по 2019 г., где Y - ВВП (млн. сом), K - прямые иностранные инвестиции (млн. сом), L - количество людей занятых в экономике (тыс.чел.).

Таблица 1

Год	ВВП Y , млн.сом	Прямые иностран.инв. K , млн.сом	Кол. людей занятых в эконо. L тыс.чел.
2010	390 465,4	104 368,8	2 311,1

2011	405 338,2	108 746,5	2 318,7
2012	410 673,8	112 257,9	2 325,6
2013	419 385,4	115 454,8	2 331,2
2014	426 342,3	124 563,8	2 340,4
2015	430 489,4	127 321,8	2 352,1
2016	476 331,2	135 469,9	2 363,7
2017	530 475,7	145 226,9	2 351,2
2018	569 385,6	151 467,9	2 382,5
2019	590 042,4	161 790,8	2 442,7

Функцию Кобба-Дугласа (1) приводим к линейному виду путем логарифмирования $\ln Y = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L$ или

$$\hat{Y} = \hat{A} + \alpha \hat{K} + \beta \hat{L}, \quad (2)$$

где $\hat{Y} = \ln Y$, $\hat{A} = \ln A$, $\hat{K} = \ln K$, $\hat{L} = \ln L$.

Для расчета параметров функции (2) применим метод стандартизации переменных и построим искомое уравнение в стандартизованном масштабе [1]

$$Z_{\hat{Y}} = \gamma_1 Z_{\alpha} + \gamma_2 Z_{\beta}. \quad (3)$$

Стандартизованные коэффициенты (γ – коэффициенты) определяются из системы уравнений:

$$r_{\hat{Y}\hat{K}} = \gamma_1 + \gamma_2 r_{\hat{K}\hat{L}}, \quad r_{\hat{Y}\hat{L}} = \gamma_1 r_{\hat{K}\hat{L}} + \gamma_2. \quad (4)$$

Для расчета параметров системы (4) используем данные в таблице 2.

$$r_{\hat{K}\hat{L}} = \frac{\overline{\hat{K} \cdot \hat{L}} - \hat{K} \cdot \bar{L}}{\sigma_{\hat{K}} \cdot \sigma_{\hat{L}}} = \frac{50,61138 - 5,877472077 \cdot 3,881434153}{5,878318508 \cdot 3,88144938} = 0,999895259,$$

$$r_{\hat{Y}\hat{K}} = \frac{\overline{\hat{Y} \cdot \hat{K}} - \hat{Y} \cdot \bar{K}}{\sigma_{\hat{Y}} \cdot \sigma_{\hat{K}}} = 0,999990923, \quad r_{\hat{Y}\hat{L}} = \frac{\overline{\hat{Y} \cdot \hat{L}} - \hat{Y} \cdot \bar{L}}{\sigma_{\hat{Y}} \cdot \sigma_{\hat{L}}} = 0,999914841.$$

Из системы (4) имеем: $\gamma_1 = 0,863194$, $\gamma_2 = 0,502981959$.

Таблица 2

Год	$\hat{Y} == \ln Y$	$\hat{K} =$ $= \ln K$	$\hat{L} =$ $= \ln L$	\hat{Y}^2	\hat{K}^2	\hat{L}^2	$\hat{Y} \cdot \hat{K}$	$\hat{Y} \cdot \hat{L}$	$\hat{K} \cdot \hat{L}$
2010	12,87509	11,55569	7,745479	165,7681	133,5338803	59,99244309	89,50432	148,7806	99,72377
2011	12,91248	11,59677	7,748762	166,7321	134,4851849	60,04331196	89,86065	149,7431	100,0557
2012	12,92555	11,62855	7,751733	167,07	135,2232724	60,08936992	90,14145	150,3055	100,1955
2013	12,94655	11,65663	7,754138	167,613	135,8771253	60,12666288	90,38716	150,9131	100,3893
2014	12,963	11,73257	7,758077	168,0393	137,6532766	60,18776082	91,02221	152,0893	100,5679
2015	12,97268	11,75447	7,763064	168,2904	138,167636	60,26515995	91,25072	152,487	100,7077
2016	13,07387	11,8165	7,767983	170,926	139,6297846	60,34156714	91,79041	154,4874	101,5576
2017	13,18153	11,88605	7,762681	173,7527	141,278247	60,25921809	92,26764	156,6764	102,324
2018	13,25231	11,92813	7,775906	175,6238	142,2802614	60,46470845	92,75201	158,0753	103,0487
2019	13,28795	11,99406	7,800859	176,5696	143,8574614	60,85340525	93,56397	159,3765	103,6574
Итого	130,3910086	117,5494415	77,62868307	1700,385	1381,98613	602,6236076	912,5405	1532,934	1012,228
Ср. знач.	6,519550428	5,877472077	3,881434153	85,01925	69,0993065	30,13118038	45,62703	76,64671	50,61138
σ	6,520330628	5,878318508	3,88144938						
σ^2	42,5147115	34,55462849	15,06564929						

Для построения уравнения в естественной форме рассчитаем

$$\alpha, \beta, \hat{A}: \gamma_1 = \alpha \cdot \frac{\sigma_K}{\sigma_Y} \rightarrow \alpha = 0,9575, \quad \gamma_2 = \beta \cdot \frac{\sigma_K}{\sigma_Y} \rightarrow \beta = 0,5579,$$

$$\hat{A} = \bar{Y} - \alpha \cdot \bar{K} - \beta \cdot \bar{L} = -1,27358.$$

Тогда получим уравнение

$$\ln Y = -1,50997 + 0,9575 \ln K + 0,5579 \ln L$$

или

$$Y = 0,2209 K^{0,9575} L^{0,5579}. \quad (5)$$

Заключение

Сравнивая формулы (3) и (5) имеем: $A = 0,2209$, $\alpha = 0,9575$, $\beta = 0,5579$. В данном случае соотношение $\alpha + \beta = 1,5154 > 1$ характеризует возрастающую отдачу от масштаба, при росте затраченного труда и капитала на 100%, объем производства возрастет на 150%, то есть более чем в два раза.

Полученные результаты работ могут быть использованы при исследовании макроэкономики страны на основе статистических анализов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1975. 597 с.
2. Кыргызстан в цифрах. Национальный статистический комитет КР
<http://www.stat.kg/ru/publications/sbornik-kyrgyzstan-v-cifrah/>
3. Основы теории оптимального управления / В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов, Н.И. Данилина, С.И. Сергеев. М.: Высшая школа, 1990. 484 с.