

УДК 517. 977.5. 928.2

## **ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МЕДЛЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ОТКРЫТОМУ КАНАЛУ С ТРЕНИЕМ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

**Осмонов К.Т., Осмонов Ж.К., Таштанбекова А.**  
КГТУ им. И. Раззакова

В статье рассматривается стационарное несжимаемое течение вязкой жидкости в открытом наклоненном канале прямоугольного поперечного сечения при малых числах Рейнольдса. На стенке канала выполняется условие прилипания, а на свободной поверхности жидкости – условия ненулевого или нулевого касательного напряжения. Для решения задачи используются схемы предиктор-корректор метода дробных шагов. Составлен общий алгоритм решения задачи с изопериметрически оптимизируемым параметром сечения.

**Ключевые слова:** двумерная модель, число Рейнольдса, граничное условие, метод дробных шагов, стационарное течение, касательное напряжение, изопериметрически оптимизируемый параметр, общий алгоритм.

## **ЭРКИН БЕТИНДЕ СҮРҮЛҮҮСҮ БАР ИЛЭЭШКЕК СҮЮКТУКТУН АЧЫК КАНАЛ БОҮНЧА ЖАЙ АГУУСУНДАГЫ МАСЕЛЕСИНИН САНДЫК ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫ**

**Осмонов К.Т., Осмонов Ж.К., Таштанбекова А.**  
И.Раззаков ат. КМТУ

Макалада, Рейнольдстун кичине сандарында туурасынан кесилиши тик бурчтуу, жантайган ачык каналдагы кысылбаган илээшкек суюктуктун стационардык агуусу каралат. Каналдын дубалчасында жабышуу шарты аткарылып, ал эми суюктуктун эркин бетинде – нөлдүк эмес же нөлдүк жаныма чыңалуусунун шарты коюлат. Маселени чыгаруу үчүн бөлчөктүү

кадамдар методунун предиктор-корректор схемалары колдонулат. Кесилиштин изопериметрлик оптималдаштыруу параметри болгон маселени чыгаруунун жалпы алгоритми түзүлгөн.

**Баштапкы сөздөр:** эки өлчөмдүү модель, Рейнольдс саны, чектик шарт, бөлчөктүү кадамдар методу, стационардык агуу, жаныма чыңалуусу, изопериметрлик оптималдаштыруу параметри, жалпы алгоритм.

## NUMERICAL SOLUTIONS OF THE SLOW FLOW OF A VISCOUS LIQUID THROUGH AN OPEN CHANNEL WITH Friction ON THE FREE SURFACE

Osmonov K.T., Osmonov J.K., Tashtanbekova A.  
KSTU n.a. I. Razzakov

The article considers a stationary incompressible flow of a viscous liquid in an open inclined channel with a rectangular cross-section at low Reynolds numbers. The channel wall is subject to the no-slip condition, and the free surface of the liquid is subject to the no-slip or zero-slip condition. The problem is solved using the predictor-corrector method of fractional steps. A general algorithm for solving the problem with an isoperimetric optimization of the cross-section parameter is developed.

**Keywords:** two-dimensional model, Reynolds number, boundary condition, fractional step method, stationary flow, tangential stress, isoperimetric optimization parameter, general algorithm.

Проводимые обзорные работы и изучение водных ресурсов и проблем для безпотерной транспортировки жидкостей через открытые каналы указывают на то, чтобы повсеместно в водохозяйственной инфраструктуре Кыргызстана, по мере возможностей, внедрить и снабжать железобетонными лотками и другими противотрационными материалами.

Общий объем потребляемой в республике воды оценивается в 10-12 млрд. куб. м. в год. **Потери воды** при транспортировке в руслах рек, каналах, ирригационных сооружениях достигают **1.7-2.3 млрд. куб.м.** В силу природных (в основном рельефных) условий республики в обеспечении водой орошаемых земель участвуют, в основном, малые реки, под которыми подвешено около 800 тыс.га или 76% всех орошаемых земель.

Одним из путей повышения противофильтрационной эффективности и срока службы конструкций облицовок каналов является применение геомембран. В нашей стране листовые полимерные противофильтрационные материалы не нашли широкого применения из-за недостаточной их изученности и относительно высокой стоимости [1, 2].

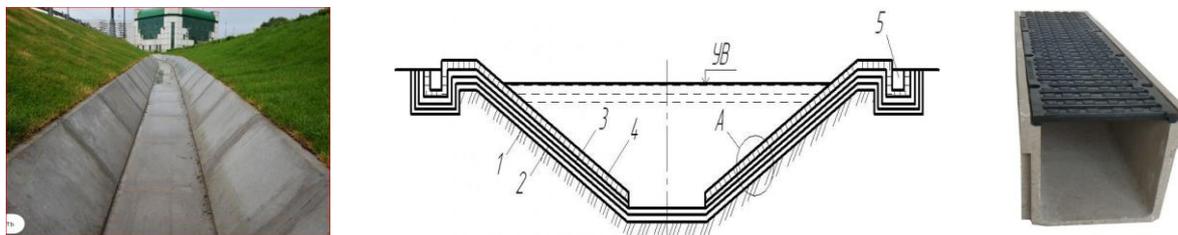


Рис. 1. Конструкция противофильтрационной облицовки: с железобетонным лотком; геомембраной с защитным покрытием; полимерные.

На примере ламинарного течения жидкости в открытом канале, наряду с получением основных решений задачи, исследуется вопрос о нахождении наиболее выгодном сечении канала, соответствующего с поиском оптимального решения. При заданной длине смоченного периметра  $\chi$ , среди прямоугольных сечений открытых каналов ищется та форма, то есть значения  $\beta = h/b$  при котором функция расхода жидкости  $Q$  зависящего от параметра формы  $\beta$  имеет максимальное значение  $Q_{max}$ . Если учесть, что эффект ламинарного течения намного ярко отражает поиска максимального расхода чем при изучении турбулентного течения, то цель считается достигнутой в начальном этапе в целостном исследовании движения. Найденные оптимальные формы сечения позволяют значительно экономить противофильтрационные материалы пропорциональные длине канала.

Рассматривается установившееся ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости в открытом наклонном канале прямоугольного поперечного сечения. Предположим, что канал бесконечно длинный, скорость жидкости медленная, а свободная поверхность может подвергаться некоторой определенной силе трения, действующей по или против направления продольной оси течения [3]. Пусть относительно декартовой системы координат  $u$ ,  $v$ ,  $w$  - компоненты скорости жидкости по направлениям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;  $p$  - давление;  $g$  - ускорение силы тяжести;  $\theta$  - угол наклона оси течения к горизонту (рис. 2).

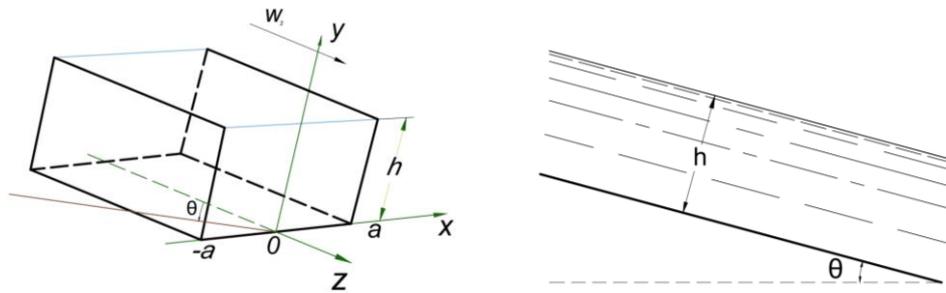


Рис. 2. Вид канала с жидкостью: продольный и поперечный сечения.

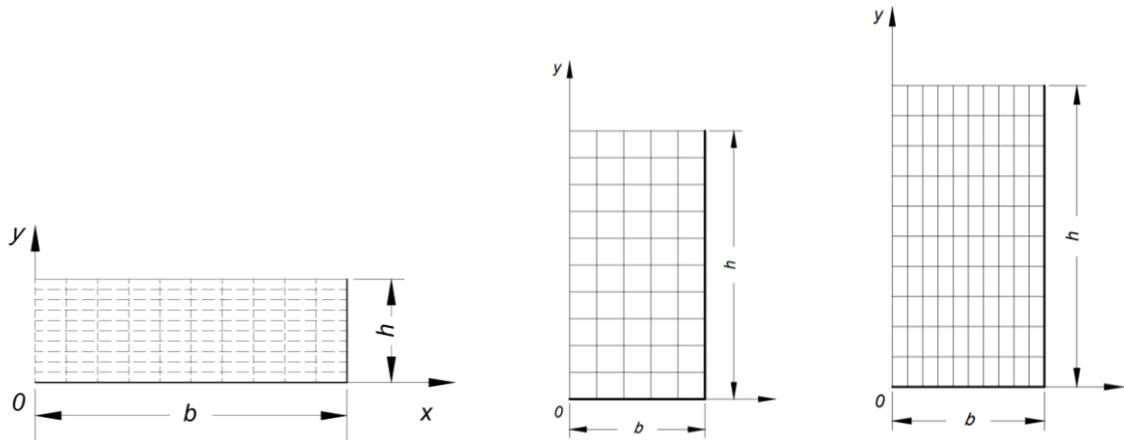


Рис. 3. Поперечные сечения каналов разных глубин и ширины с сеточными делениями с расположением правых половин канала.

Известно, что для ламинарного течения  $w = w(x, y)$ , давление гидростатическое:

$$p = p_0 - \rho g y \cos \theta, \quad (1)$$

и имеет место двумерное уравнение Пуассона [3, 6]

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = - \frac{g \sin \theta}{\nu}. \quad (2)$$

Граничные условия будут определяться «прилипанием» жидкости к твердой стенке канала. Так как поперечное сечение канала симметрично, то при исследовании можно рассматривать только одну из частей симметрии, и на стенках, при  $x = b$  и  $y = 0$  скорость жидкости равна:

$$w = 0, \quad (3)$$

где  $0 \leq x \leq b$ ,  $0 \leq y \leq h$ , где  $b$  - половина ширины канала,  $h$  - глубина жидкости (см. рис. 3). Благодаря наличию свободной поверхности жидкости, подверженной к некоторой силе трения для  $y = h$  на нем ставится условие ненулевого касательного напряжения, вызванного влиянием силы трения. Чтобы учитывать влияния силы трения на свободную поверхность рассмотрим пример: течения воды в канале с различной формой поперечного сечения, где над свободной поверхностью

воды на высоте 2 метра по направлению оси течения движется воздушный поток (ветер) со скоростью  $w_2$ , воздействуя на течение. При таком условии применяем формулу расчета зависимости между скорости ветра и касательного напряжения на свободной поверхности «вода-воздух», приведенной в работе [4], которая получена на основе эмпирических данных:

$$\frac{\tau_0}{\rho v_2} = \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=h} = 0,052 \cdot w_2, \quad (4)$$

где единица измерения  $\left[ \frac{1}{\text{м}} \right]$  в (4) учитывается в коэффициенте.

На оси симметрии выполняется условие симметрии

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0. \quad (5)$$

Многими авторами подобная задача решались, в основном, без учета силы трения на свободной поверхности, т. е. для  $w_2 = 0$ . В данной работе используется численный метод дробных решения для нахождения решения уравнения (2) с граничными условиями (3), (4) и (5). Сначала переходим к безразмерным величинам, выражая характерные размерности через половину длины смоченного периметра  $\chi/2$ , характерную скорость -  $W$ , обозначая

$$\begin{aligned} x &= \frac{\chi}{2} \cdot \bar{x}; & b &= \frac{\chi}{2} \cdot \bar{b}; & y &= \frac{\chi}{2} \cdot \bar{y}; & h &= \frac{\chi}{2} \cdot \bar{h}; \\ w &= W \cdot \bar{w}, & W_{sh} &= \frac{\chi}{2} \cdot \frac{w_2}{W \cdot [\text{м}]}; & W &= \frac{\chi^2 g \cdot \sin \theta}{4 \cdot \nu}, \end{aligned} \quad (6)$$

где с черточками означают безразмерные величины. Для простоты записи, отбрасывая «черточки» в новых обозначениях (6), уравнение (2) с граничными условиями (3), (4) и (5) перепишем в безразмерном виде.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -1, \quad (7)$$

$$w \Big|_{x=1} = 0, \quad w \Big|_{y=0} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=1} = 0,052 W_{sh}. \quad (9)$$

В настоящей работе для заданной длине смоченного периметра  $\chi$ , среди прямоугольных сечений открытых каналов ищется та форма, то есть значения  $\beta = h/b$  при котором функция расхода жидкости  $Q$  зависящего от параметра формы  $\beta$  имеет максимальное значение  $Q_{max}$ . С этой целью

длина смоченного периметра  $\chi$  задается, а  $\chi/2$  берется за характерную длину,  $W = \frac{\chi^2 g \cdot \sin \theta}{4 \cdot \nu}$  выражая масштаб скорости, берется за характерную скорость.

В данной работе требуется определить поля скоростей, расхода и т. д. требуется также определить соотношение между расходом жидкости  $Q(\beta)$  и длиной смоченного периметра  $\chi$ , связанные по параметрам формы  $\beta$ , с целью исследования вопроса **о нахождении экономически наиболее выгодной формы сечения канала**, то есть при заданной длине смоченного периметра нужно найти такую форму поперечного сечения канала, в котором расход жидкости максимален.

Чтобы задача также имела изопериметрическую постановку из  $\beta = h/b$  найдем  $h = \beta \cdot b$ , а из  $\frac{\chi}{2} = b + h$  получим  $\frac{\chi}{2} = b \cdot (1 + \beta)$  - характерная длина. Откуда  $b$  и  $h$  выражаются через полудлины смоченного периметра [6] и параметра формы  $\beta$

$$b = \frac{1}{1 + \beta} \frac{\chi}{2}; \quad 0 \leq x \leq b \quad \text{или} \quad 0 \leq \bar{x} \leq \frac{1}{1 + \beta}; \quad (10)$$

$$h = \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{\chi}{2}; \quad 0 \leq y \leq h \quad \text{или} \quad 0 \leq \bar{y} \leq \frac{\beta}{1 + \beta}, \quad 0 < \beta < \infty. \quad (11)$$

Для решения уравнения (7) с граничными условиями (8), (9) будем использовать схему продольно-поперечной прогонки метода дробных шагов [5]. Главными в данном подходе, определения методом дробных шагов, считается пространственные области по направлениям  $x$  и  $y$ .

Суть метода дробных шагов заключается в том, что сначала добавляем производную по времени  $\frac{\partial w}{\partial t}$  уравнению (7) написав его в следующем виде, и сделав его параболической, то есть

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 1, \quad (12)$$

а для параболического уравнения можно построить экономическую разностную схему. Задавая значения начальных условий как:

$$w_{i,j}^0 = 0, \quad (13)$$

приведем схему переменных направлений метода дробных шагов для одного шага по времени  $[n, n+1]$  для уравнения (12) с граничными условиями (8) - (9) которые не зависят от времени, которые переписутся по направлениям  $x$  и  $y$ , где выполняются:

$$\text{при } x = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \text{при } x = \frac{1}{1+\beta}, \quad w = 0; \quad (14)$$

$$y = 0, \quad w = 0 \text{ при } y = \frac{\beta}{1+\beta}, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0,052 W_{sh}. \quad (15)$$

Заменяя двумерную непрерывную пространственную область на сеточную, будем выразить соответствующие непрерывные величины через их узловые дискретные величины. Пространственные шаги по направлениям  $x, y$ , будем обозначать через:

$$\Delta x = \frac{1}{1+\beta} \frac{1}{(M-1)}; \quad \Delta y = \frac{\beta}{1+\beta} \frac{1}{(N-1)}, \quad (16)$$

значения координат в узловых точках:

$$x_i = \Delta x \cdot (i-1), \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad y_j = \Delta y \cdot (j-1), \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

Значения искомой функции  $w(x, y)$  на  $n$ -ом временном шаге

$$w_{i,j}^n = w(x_i, y_j, n\tau), \text{ на } n + \frac{1}{2} \text{-ом временном шаге}$$

$$\tilde{w}_{i,j} = w_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = w(x_i, y_j, (n+\frac{1}{2})\tau), \text{ где } n = 0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, \dots \quad (18)$$

Аппроксимируем уравнение (12) схемой переменных направлений:

$$\frac{\tilde{w}_{i,j} - w_{i,j}^n}{0,5\tau} = \frac{\tilde{w}_{i+1,j} - 2\tilde{w}_{i,j} + \tilde{w}_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{w_{i,j+1}^n - 2w_{i,j}^n + w_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} + 1, \quad (19a)$$

$$\frac{w_{i,j}^{n+1} - \tilde{w}_{i,j}}{0,5\tau} = \frac{\tilde{w}_{i+1,j} - 2\tilde{w}_{i,j} + \tilde{w}_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{w_{i,j+1}^{n+1} - 2w_{i,j}^{n+1} + w_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} + 1, \quad (19b)$$

для  $i = 2, \dots, M-1; \quad j = 2, \dots, N-1$ , где за начальное условие принимаем

$$w_{i,j}^0 = 0, \quad i = 1, \dots, M; \quad j = 1, \dots, N. \quad (20)$$

При расчетах для производных в граничных условиях используются аппроксимации первых и вторых порядков точности. При использовании

аппроксимации первого порядка в (14)  $\frac{\partial w}{\partial x}$  заменяется на

$$\tilde{w}_{1,j} = \tilde{w}_{2,j}, \quad j = 2, \dots, N. \quad (21)$$

Соответственно для аппроксимации первого порядка  $\frac{\partial w}{\partial y} = 0,052 W_{sh}$ , (22)

имеют места

$$w_{i,N}^{n+1} = w_{i,N-1}^{n+1} + 0,052 \Delta y \cdot W_{sh}, \quad i = 2, \dots, M-1. \quad (23)$$

Не входя далее в детали функционирования соотношений прогонки в дальнейшем решении будем учитывать пределы применимости данной

модели и переходим к изложению результатов численного решения. Решение методом дробных шагов основывается на схеме переменных направлений, и использует по прямому направлению счета определяются коэффициенты прогонки, а в обратном направлении рекурсивно определяются скорости в узловых точках. При этом на концах краев области известными являются либо значения коэффициентов прогонок, либо значения скоростей. При каждом повторении счета в предыдущих полушагах по времени считаются известными искомые функции. Счет заканчивается тогда, когда разность последних и предпоследних значений суммарных значений скоростей по времени становится меньшим, чем требуемая точность.

После этого можно вычислить все величины, отвечающие решению первоначально поставленной задачи определения поля скоростей, расхода жидкости, нахождения оптимальной формы сечения, при заданных значениях скорости ветра  $|w_2| \leq 6$  м/с или безразмерного значения  $W_{sh}$ .

Средняя скорость и расход вычисляются как

$$w_{cp} = \frac{W \cdot w_s}{(M-1)(N-1)}; \quad Q = Q(\beta, W_{sh}) = \frac{\chi^2 W \cdot w_s(\beta, W_{sh}) \beta}{2(M-1)(N-1)(1+\beta)^2}, \quad (24)$$

Формула для площади живого сечения и гидравлического радиуса

$$S = 2b h = \frac{\chi^2 \beta}{2(1+\beta)^2}, \quad r_2 = \frac{\chi \beta}{2(1+\beta)^2}. \quad (25)$$

Решение применимо для таких чисел Рейнольдса и скорости ветра, при котором течение является ламинарным, то есть имеет место ограничение

$$\begin{cases} \text{Re} = \frac{\chi W \cdot w_s(\beta, W_{sh}) \beta}{2\nu(M-1)(N-1)(1+\beta)^2}, \\ \text{Re} \leq 2300, \quad |w_2| \leq 6 \text{ м/с}. \end{cases} \quad (26)$$

Приводим результаты расчетов, сделанные на компьютере в виде таблиц, графиков эюр скоростей, функции расхода, зависящие от изменения параметра формы для различных значений скорости ветра на свободной поверхности.

В результате использования схему продольно-поперечной прогонки метода дробных шагов составлен общий алгоритм решения задачи и соответствующая программа на языке АВС Паскаль. Были проведены расчеты для получения выше упомянутые искомые функции численно.

Для улучшения численных решений был проведен численный эксперимент при различных значениях параметра формы поперечного

сечения канала  $\beta$  и трения на свободной поверхности под действием величины  $W_{sh}$ , для деления отрезка на  $M = N = 11$ ;  $M = N = 21$ ;  $M = N = 41$  узлов с использованием вторых порядков аппроксимаций производных в граничных условиях.

Результаты соответствующим данным представляется таблично, чтобы убедиться правильности выходным данным. Данные по размеру сетки 11x11; 21x21; 41x41 с аппроксимацией 2 порядка для производных в граничных условиях симметрии и на свободной поверхности полнее приведены для одного случая. Для размеров сеток 11x11; 21x21 в работе представлены лишь в некоторых выборочных значениях индексов координат по ширине канала, чтобы показать разницы в точностях из-за мелкости или крупности сеточных делений прямоугольной области. При построении графиков были использованы разные средства, включая MS Excel. Составлялись кроме распределения скоростей и функции расходов, на дискретном поле параметра формы и влияния ветра на свободной поверхности  $Q(\alpha_{\kappa_1}, U_{l_1})$ , или  $Q_{\kappa_1, l_1}$ , при  $U_{l_1} = \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$ , чтобы найти  $Q_{l_1, \max}$ .

В работе были проведены вычисления по первый и второй порядки аппроксимаций производных в граничных условиях. Сравнения показали, что расчеты с аппроксимациями второго порядка показали хорошие результаты сходимости решений. Поэтому данные расчетов аппроксимациями первого порядка точности не показаны.

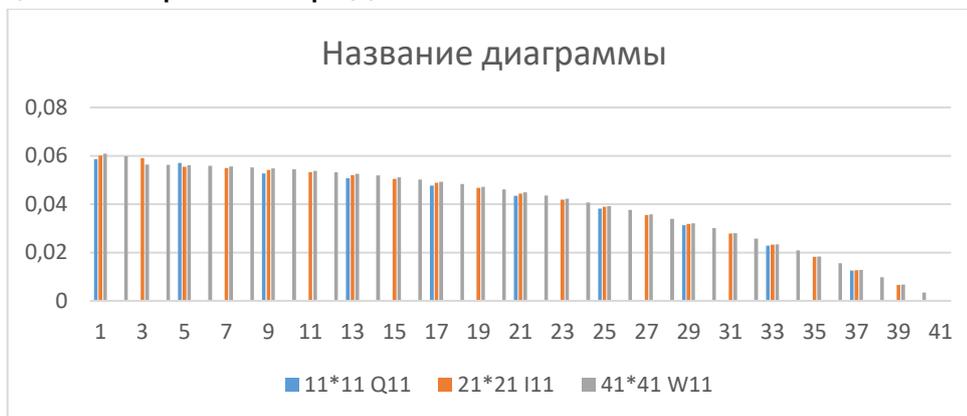


Рис. 4. Распределение скорости в трех делениях сеток.

11*11	21*21	41*41
0,0586	0,0601	0,0609
		0,0598
	0,0590	0,0564
		0,0563
0,0571	0,0554	0,0561

		0,0559
	0,0549	0,0556
		0,0552
0,0527	0,0542	0,0548
		0,0544
	0,0532	0,0538
		0,0532
0,0507	0,0520	0,0526
		0,0519
	0,0505	0,0511
		0,0502
0,0477	0,0488	0,0493
		0,0483
	0,0468	0,0472
		0,0461
0,0435	0,0444	0,0449
		0,0436
	0,0418	0,0422
		0,0407
0,0381	0,0389	0,0392
		0,0376
	0,0355	0,0358
		0,0340
0,0313	0,0318	0,0321
		0,0301
	0,0278	0,0280
		0,0257
0,0228	0,0232	0,0234
		0,0209
	0,0182	0,0183
		0,0156
0,0125	0,0127	0,0128
		0,0098
	0,0066	0,0067
		0,0034
0	0,0000	0,0000

На рис. 4 приведены графики распределения скорости в разных делениях сеток: 11x11 (точки с синими цветами), 21x21 (точки с оранжевыми цветами) и 41x41(точки и линия с бежевыми цветами). Они

соответствуют выше показанным табличным данным. Такие же изображения показаны в диаграммах на рис. 5.

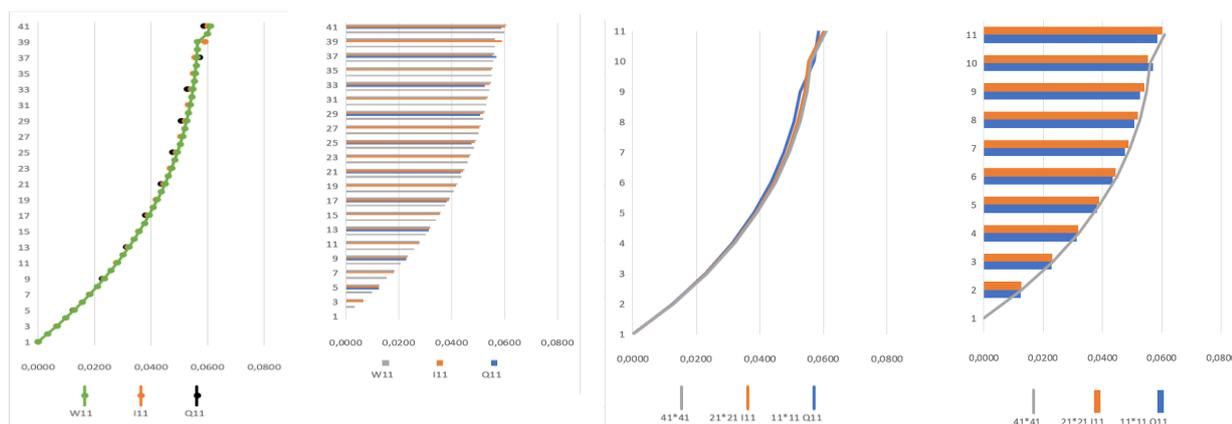


Рис. 5. Поля скоростей в сопоставляемых делениях размеров сеток: 11x11; 21x21; 41x41 в трех вертикалях разных сеток.

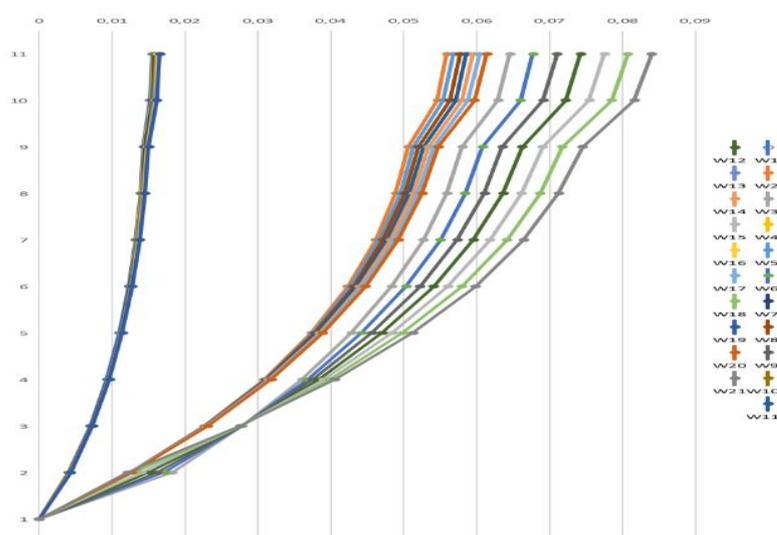


Рис. 6. Поля скоростей для разных  $U_l = \{-1,5; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 1,5\}$ .

На рис. 6. изображены значения поля скоростей по вертикали для  $i = 2, i = 6; i = 11$ , при  $M = 11$ , то есть  $w_{2,j}; w_{6,j}; w_{11,j}$ , также и для  $i = 3, i = 11; i = 21$ , при  $M = 21$ , то есть то есть  $w_{3,j}; w_{11,j}; w_{21,j}$ , для разных  $U_l = \{-1,5; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 1,5\}$ . Здесь заметно, что чем ближе координата к линии симметрии, тем больше рассеивается графики для разных значений трения на свободной поверхности. Замены и изменения параболической формы каждой кривой линии распределения скорости в точке вокруг  $j = 3$ , когда  $M = 11$ , или для  $M = 21$ , вокруг точки  $j = 5$ , указывающее на индекс координаты вертикальной линии.

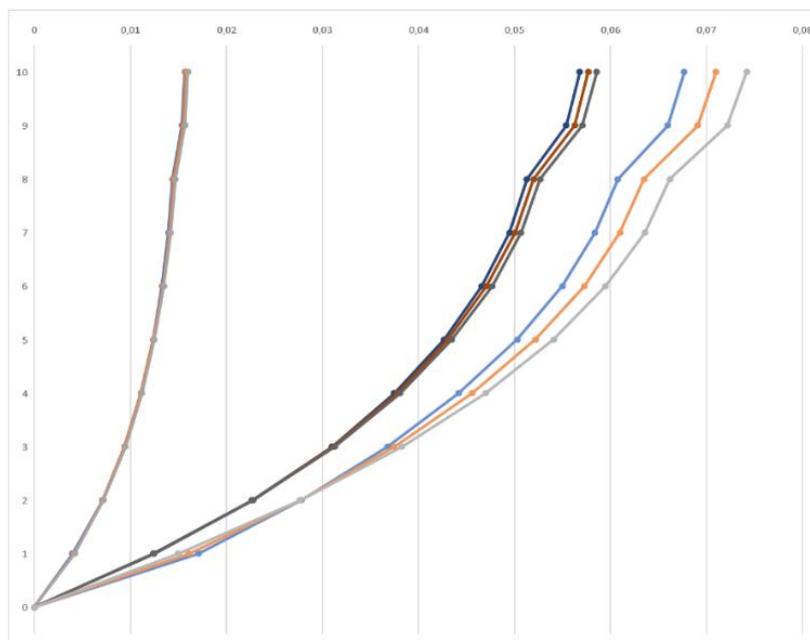


Рис. 7. Поля скоростей для разных  $MxN$ ,  $W_{sh}$ .

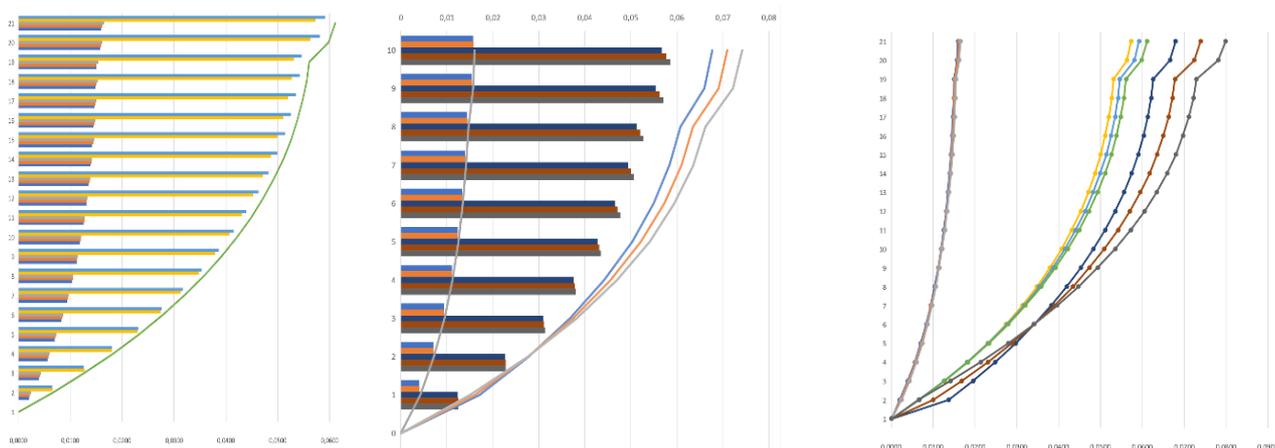


Рис. 8. Поля скоростей для разных  $MxN$ ,  $W_{sh}$ .

Как заметно из кусочно-линейных графиков и гистограмм, влияние трения на свободной поверхности не большой и не малой степени влияет на изменение профиля скоростей жидкости по сечению канала. Оно также влияет на оптимальную форму поперечного сечения канала, и расхода жидкости по основной продольной оси течения жидкости. Расчеты показывают, что, когда влияние ветра на свободную поверхность параллельно по направлению течения расход увеличивается, а при влиянии ветра на свободной поверхности по противоположному направлению, расход, напротив, уменьшается.

Достаточно показать часть табличного значения, где по вертикали приведены значения параметра формы  $\beta = h/b$  (в тексте программы обозначен как **ALF**), поверху они указываются  $-1 \leq W_{sh.} \leq 1$ , как US[2],...,US[6].

ALF	US[2]=-1	US[3]=-0.5	US[4]=0	US[5]=0.5	US[6]=1
0.195000	0.000981	0.000961	0.000942	0.000922	0.000903
0.290000	0.002399	0.002371	0.002342	0.002313	0.002285
0.385000	0.004053	0.004021	0.003990	0.003958	0.003927
0.480000	0.005591	0.005563	0.005535	0.005506	0.005478
0.575000	0.006830	0.006825	0.006820	0.006816	0.006811
0.670000	0.007755	0.007773	0.007786	0.007800	0.007813
0.765000	0.008375	0.008416	0.008453	0.008490	0.008526
0.860000	0.008719	0.008786	0.008852	0.008919	0.008974
0.955000	0.008833	0.008928	0.009022	0.009120	0.009218
1.050000	0.008768	0.008891	0.009014	0.009140	0.009266

Составлялись кроме распределения скоростей и функции расходов, на дискретном поле параметра формы и влияния ветра на свободной поверхности  $Q(\alpha_{\kappa_1}, U_{l_1})$ , или  $Q_{\kappa_1, l_1}$ , при  $U_{l_1} = \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$ , чтобы найти  $Q_{l_1, \max}$ .

Рис. 9 показывает значения поля расходов для значений параметра формы  $0,2 \leq \beta \leq 2$  и величина характеризующая влияния трения на свободной поверхности  $U_{l_1} = \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$ . Среди значений в поле расходов  $Q(\alpha_{\kappa_1}, U_{l_1})$ , его максимальное значение заметно видно, что находится в точке самой верхней линии. Но, все же влияние трения на свободной поверхности наблюдается около значения  $\beta=1$ . Заметно также, что для каждой линии соответствующие разным значениям  $W_{sh.}$  имеются свои максимумы. Следует также заметить, что эти максимумы расположены слева, в середине и справа с малозаметными плавными отклонениями (различиями).

Это свидетельствует о том, что под влиянием трения на свободной поверхности изменяется и форма сечения канала, и расход жидкости.

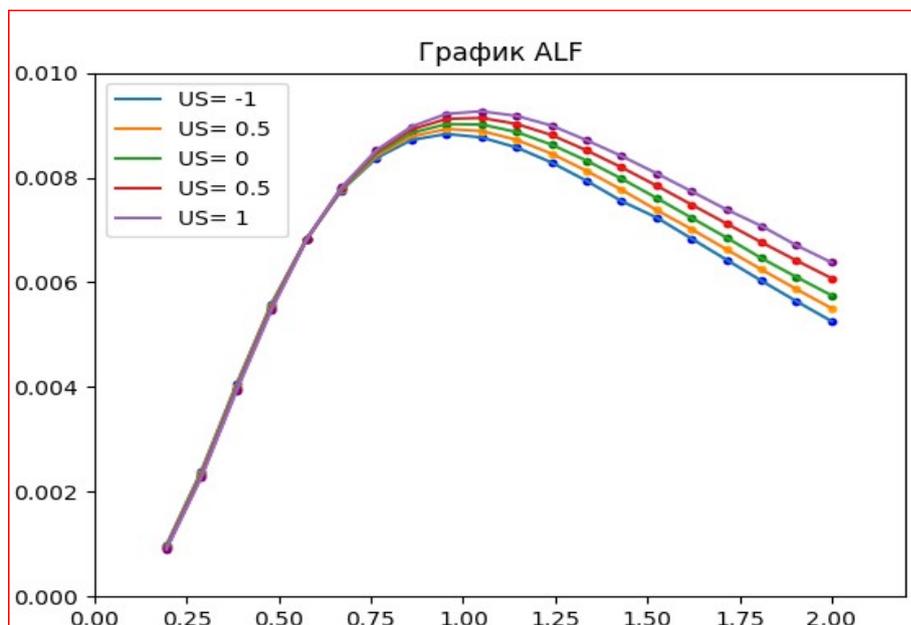


Рис. 9. Поля расходов для  $0,2 \leq \beta \leq 2$ ;  $U_i = \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Косиченко Ю.М. Выбор противofильтрационных облицовок при реконструкции каналов в земляном русле / Ю.М. Косиченко, А.В. Колганов, М.А. Чернов // Пути повышения эффективности орошаемого земледелия: сб ст. ФГНУ «РосНИИПМ» / Под ред. В.Н. Щедрина. – Новочеркасск: ООО «Геликон», 2007. Вып. 38. – С. 48-53.
2. Чернов М.А. Обоснование противofильтрационной эффективности облицовок каналов с применением полимерных материалов / М. А. Чернов // Известия вузов. Сев.-Кав. регион, Техн. науки. – 2011. – № 2. С. 108-114.
3. Srinivasan S., Bobba K.M., Stenger L.A. Viscous flow in rectangular open channels // Ind. and Eng. Chem. Fundam. V. 18, n. 2, 1979. – P. 130-133.
4. Распопин Г.А. Влияние стратификации на касательные напряжения между воздушным потоком и свободной поверхностью // Метеорология и гидрология. - 1971. - № 8. - С. 43-49.
5. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. – 225 с.
6. Осмонов К.Т. Трехмерная задача течения вязкой жидкости по открытому каналу в постановке численного решения. Вестник КГУСТА. № 4 вып. 74. Бишкек, 2021. – С. 689-699.