

УДК 533 (075.8), 519.6

**АЛГОРИТМ МЕТОДА КРУПНЫХ ЧАСТИЦ ДАВЫДОВА ДЛЯ  
РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ГАЗОВЗВЕСЕЙ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Э.Б. Чечейбаева

КГУСТА им. Н. Исанова

Разработанный крупным российским физиком-вычислителем Ю.М.Давыдовым метод крупных частиц [1, 2 и др.] хорошо себя зарекомендовал себя буквально с момента его разработки, в течение более чем четырех десятилетий, при решении современных задач физики, механики и технологий.

Рассмотрим динамику монодисперсной инертной газовзвесей - двухфазной системы, состоящей из газа и твердых частиц с одинаковым диаметром  $d$ . В качестве примера газовзвесей можно привести двухфазные системы, состоящие из воздуха и пылевых частиц, газа и порошка, воздуха и частиц цемента и др.

Для математического описания динамики газа с дисперсными частицами, согласно монографиям академика РАН Р.И. Нигматулина [3] и д.ф.-м.н, проф. А.Г. Кутушева [4], предполагается, что характерные размеры дисперсных частиц и расстояния между ними малы по сравнению с характерными линейными масштабами макроскопического непрерывного течения многофазной среды.

Согласно монографии [4], вводится также ряд допущений: эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах межфазного взаимодействия; вклад силы Бассэ в общую силу межфазного взаимодействия пренебрежимо мал; отсутствуют внешние массовые силы; изменение внутренней энергии системы, обусловленное работой сил межфазного трения, целиком осуществляется через несущую газовую фазу; дисперсная фаза состоит из твердых несжимаемых частиц сферической формы; эффекты деформации, дробления, столкновения и слипания частиц в потоке малы; отсутствуют процессы межфазного массообмена.

В монографии А.Г. Кутушева [4] была предложена одномерная модель нестационарного движения бесстолкновительной инертной газвзвеси в декартовой системе координат.

Теперь, при принятых выше допущениях, запишем здесь уравнения осесимметричного движения монодисперсной газвзвеси в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned}
 & r \cdot \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_1 \cdot u_{1r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_1 \cdot u_{1z}) = 0, \\
 & r \cdot \frac{\partial \rho_1 u_{1r}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_1 \cdot u_{1r}^2) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_1 \cdot u_{1r} \cdot u_{1z}) + (1 - \beta) \cdot r \cdot \frac{\partial p}{\partial r} = -r \cdot (\beta'' - \beta') \cdot (F_{12})_r, \\
 & r \cdot \frac{\partial \rho_1 u_{1z}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_1 \cdot u_{1r} \cdot u_{1z}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_1 \cdot u_{1z}^2) + (1 - \beta) \cdot r \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = -r \cdot (\beta'' - \beta') \cdot (F_{12})_z, \\
 & r \cdot \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_2 \cdot u_{2r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_2 \cdot u_{2z}) = 0, \\
 & r \cdot \frac{\partial \rho_2 u_{2r}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_2 \cdot u_{2r}^2) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_2 \cdot u_{2r} \cdot u_{2z}) + \beta \cdot r \cdot \frac{\partial p}{\partial r} = -r \cdot \beta'' \cdot (F_{12})_r, \\
 & r \cdot \frac{\partial \rho_2 u_{2z}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_2 \cdot u_{2r} \cdot u_{2z}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_2 \cdot u_{2z}^2) + \beta \cdot r \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = -r \cdot \beta'' \cdot (F_{12})_z, \\
 & r \cdot \frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_2 \cdot e_2 \cdot u_{2r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_2 \cdot e_2 \cdot u_{2z}) = Q_{12} \cdot r,
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
& r \cdot \frac{\partial \rho_2 (E_1 + E_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_1 \cdot E_1 \cdot u_{1r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_1 \cdot E_1 \cdot u_{2z}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \rho_2 \cdot E_2 \cdot u_{2r}) + \\
& r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\rho_2 \cdot E_2 \cdot u_{2z}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot p \cdot \alpha_1 \cdot u_{1r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (p \cdot \alpha_1 \cdot u_{1z}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot p \cdot \\
& \alpha_2 \cdot u_{2r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (p \cdot \alpha_2 \cdot u_{2z}) = 0, \\
& \rho_i = \alpha_i \cdot \rho_i^0, \quad E_i = e_i + 0,5 \cdot |u_i|^2 \quad (i = 1, 2); \quad \beta = 1,5 \cdot \alpha_2, \\
& \beta'' = 1 - 1,5 \cdot \alpha_2 - 0,5 \cdot \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1.
\end{aligned}$$

Здесь система (1) выражает запись законов сохранения массы и импульсов фаз, а также уравнения притоков тепла к фазам и закон сохранения полной энергии всей смеси. В предложенной математической модели индекс 1 внизу соответствует газовой фазе, а 2 - твердой. Через  $\rho_i$ ,  $\rho_i^0$ ,  $\alpha_i$ ,  $u_i$ ,  $E_i$  соответственно обозначены средняя и истинная плотности, объемное содержание, массовая скорость и полная энергия  $i$  – й фазы ( $i = 1, 2$ );  $p$  - давление газа,  $F_{i,j}$  и  $Q_{i,j}$  – соответственно сила межфазного взаимодействия и интенсивность контактного теплообмена между газом и частицами ( $j = 2$ ); переменные малые параметры  $\beta, \beta', \beta''$ , согласно монографии Р.И. Нигматулина [3], учитывают вклад сил Архимеда и присоединенной массы в общую силу межфазного взаимодействия.

Система дифференциальных уравнений дополняется уравнениями состояния идеального совершенного газа и несжимаемых твердых частиц:

$$\begin{aligned}
p &= (\gamma - 1) \cdot \rho_1^0 \cdot e_1, \quad e_1 = c_1 \cdot T_1 \quad (\gamma, c_1 = \text{const}), \\
\rho_2^0 &= \text{const}, \quad e_2 = c_2 \cdot T_2,
\end{aligned} \tag{2}$$

где  $\gamma$  - показатель адиабаты газа,  $c_1$  и  $c_2$  - соответственно удельные теплоемкости газа и дисперсных частиц при постоянном объеме,  $T_i$  - температура  $i$  – й фазы ( $i = 1, 2$ ).

Квазилинейная система уравнений в частных производных (1) замыкается полностью путем задания законов межфазного трения и теплообмена [3]:

$$F_{1,2} = \frac{3}{4} \frac{\rho_1^0 \cdot \alpha_2 \cdot C_d \cdot |u_1 - u_2| \cdot (u_1 - u_2)}{d^2}, \quad Q_{1,2} = \frac{6 \cdot \alpha_j \cdot Nu_{1,2} \cdot \lambda_1 \cdot (T_1 - T_j)}{d^2}, \quad (3)$$

где  $C_d$  - коэффициент аэродинамического сопротивления твердых сферических частиц с размером  $d$ ;  $Nu_{1,2}$  - число Нуссельта для потока газа, характеризующее теплообмен между газом и твердыми частицами;  $\lambda_1$  - коэффициент теплопроводности газа.

Согласно [5], коэффициент аэродинамического сопротивления частиц задается в виде следующих зависимостей, учитывающих посредством функций  $\Psi(M_{12})$  и  $\varphi(\alpha_2)$ , соответственно сжимаемость газового потока и стесненность частиц:

$$\begin{aligned} C_d &= C_d^0(Re_{12}) \cdot \Psi(M_{12}) \cdot \varphi(\alpha_2), \\ C_d^0 &= \frac{24}{Re_{12}} + \frac{4}{Re_{12}^{0,5}} + 0,4 \quad (0 \leq Re_{12} \leq 2 \cdot 10^5), \\ \Psi(M_{12}) &= \left[ 1 + \exp\left(-\frac{0,427}{M_{12}^{0,63}}\right) \right] \quad (0 \leq M_{12} \leq 2), \\ \varphi(\alpha_2) &= \alpha_1^{k_2} \quad (k_2 = const \sim -2,5) \quad (0 \leq \alpha_2 \leq 0,005), \\ Re_{12} &= \frac{\rho_1^0 \cdot |u_1 - u_2| \cdot d}{\mu_1}, \quad M_{12} = \frac{|u_1 - u_2|}{a_1}, \quad a_1 = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho_1^0}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $C_d^0(Re_{12})$  - коэффициент сопротивления одиночной твердой сферы, обтекаемой стационарным изотермическим потоком безграничной несжимаемой жидкости;  $Re_{12}$  и  $M_{12}$  - соответственно числа Рейнольдса и Маха относительно движения частиц разных фракций;  $a_1$  - местная скорость звука газа,  $\mu_1$  - динамическая вязкость газа.

Для задания числа Нуссельта газа используется корреляционная зависимость, учитывающая влияние сжимаемости газового потока на межфазный теплообмен:

$$\begin{aligned} Nu_{1,2} &= 2 \cdot \exp(-M_{12}) + 0,459 \cdot Re_{12}^{0,55} \cdot Pr_1^{0,33}, \quad M_{12} \leq 1, \quad \frac{M_{12}}{Re_{12}} \ll 0,1; \\ Pr_1 &= \frac{\gamma \cdot c_1 \cdot \mu_1}{\lambda_1} \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $Pr_1$  и  $\lambda_1$  - число Прандтля и теплопроводность газа.

Изложим ниже вычислительный алгоритм метода крупных частиц Давыдова для расчета динамики газа и твердых частиц в рамках приведенного выше математической модели (1)-(5).

Область интегрирования покрывается неподвижной в пространстве эйлеровой сеткой в осесимметричной цилиндрической геометрии.

Согласно [1, 2], метод крупных частиц является эйлерово-лагранжевым методом, алгоритм расщепления которого состоит из трех этапов.

#### Эйлеров этап.

На этом этапе предполагаем, что поле плотности для обеих фаз заморожено. Тогда исходная система (1) сводится к системе уравнений

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} &= 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} = 0, \\
 \frac{\partial \rho_1 u_{1r}}{\partial t} + (1 - \beta) \cdot \frac{\partial p}{\partial r} &= -(\beta'' - \beta') \cdot (F_{12})_r, \\
 \frac{\partial \rho_1 u_{1z}}{\partial t} + (1 - \beta) \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= -(\beta'' - \beta') \cdot (F_{12})_z, \\
 \frac{\partial \rho_2 u_{2r}}{\partial t} + \beta \cdot \frac{\partial p}{\partial r} &= -\beta'' \cdot (F_{12})_r, \\
 \frac{\partial \rho_2 u_{2z}}{\partial t} + \beta \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= -\beta'' \cdot (F_{12})_z, \\
 \frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} &= Q_{12}, \\
 r \cdot \frac{\partial \rho_2 (E_1 + E_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot p \cdot \alpha_1 \cdot u_{1r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (p \cdot \alpha_1 \cdot u_{1z}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot p \cdot \alpha_2 \cdot u_{2r}) + r \cdot \frac{\partial}{\partial z} (p \cdot \alpha_2 \cdot u_{2z}) &= 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

На эйлеровом этапе для каждой ячейки  $(i, j)$  и момента времени  $t = t^n$  находим промежуточные значения скоростей и внутренних энергий для каждой из фаз:

$$\begin{aligned}
[\widetilde{u}_{1r}]_{i,j}^n &= [u_{1r}]_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{[\rho_1]_{i,j}^n} \cdot \left\{ -(1 - \beta_{i,j}^n) \cdot \frac{p_{i+\frac{1}{2},j}^n - p_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta r} + ((\beta')_{i,j}^n - (\beta'')_{i,j}^n) \cdot \right. \\
&\quad \left. [(F_{12})_r]_{i,j}^n \right\}, \\
[\widetilde{u}_{1z}]_{i,j}^n &= [u_{1z}]_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{[\rho_1]_{i,j}^n} \cdot \left\{ -(1 - \beta_{i,j}^n) \cdot \frac{p_{i,j+\frac{1}{2}}^n - p_{i,j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} + ((\beta')_{i,j}^n - (\beta'')_{i,j}^n) \cdot \right. \\
&\quad \left. [(F_{12})_z]_{i,j}^n \right\}, \\
[\widetilde{u}_{2r}]_{i,j}^n &= [u_{2r}]_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{[\rho_2]_{i,j}^n} \cdot \left\{ -\beta_{i,j}^n \cdot \frac{p_{i+\frac{1}{2},j}^n - p_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta r} + (\beta'')_{i,j}^n \cdot [(F_{12})_r]_{i,j}^n \right\}, \\
[\widetilde{u}_{2z}]_{i,j}^n &= [u_{2z}]_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{[\rho_2]_{i,j}^n} \cdot \left\{ -\beta_{i,j}^n \cdot \frac{p_{i,j+\frac{1}{2}}^n - p_{i,j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} + (\beta'')_{i,j}^n \cdot [(F_{12})_z]_{i,j}^n \right\}, \\
[\widetilde{E}_1 + \widetilde{E}_2]_{i,j}^n &= [E_1 + E_2]_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{r_i \cdot [\rho_2]_{i,j}^n} \cdot \left[ \frac{r_{i+\frac{1}{2}} \cdot p_{i+1/2,j}^n \cdot (\alpha_1)_{i+\frac{1}{2},j}^n \cdot (u_{1r})_{i+\frac{1}{2},j}^n}{\Delta r} - \right. \\
&\quad - \frac{r_{i-\frac{1}{2}} \cdot p_{i-1/2,j}^n \cdot (\alpha_1)_{i-\frac{1}{2},j}^n \cdot (u_{1r})_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta r} + \frac{r_i \cdot p_{i,j+1/2}^n \cdot (\alpha_1)_{i,j+1/2}^n \cdot (u_{1r})_{i,j+1/2}^n}{\Delta z} - \\
&\quad - \frac{r_i \cdot p_{i,j-1/2}^n \cdot (\alpha_1)_{i,j-1/2}^n \cdot (u_{1r})_{i,j-1/2}^n}{\Delta z} + \frac{r_{i+\frac{1}{2}} \cdot p_{i+1/2,j}^n \cdot (\alpha_2)_{i+\frac{1}{2},j}^n \cdot (u_{2r})_{i+\frac{1}{2},j}^n}{\Delta r} - \\
&\quad - \frac{r_{i-\frac{1}{2}} \cdot p_{i-1/2,j}^n \cdot (\alpha_2)_{i-\frac{1}{2},j}^n \cdot (u_{2r})_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta r} + \frac{r_i \cdot p_{i,j+1/2}^n \cdot (\alpha_2)_{i,j+1/2}^n \cdot (u_{2r})_{i,j+1/2}^n}{\Delta z} - \\
&\quad \left. - \frac{r_i \cdot p_{i,j-1/2}^n \cdot (\alpha_2)_{i,j-1/2}^n \cdot (u_{2r})_{i,j-1/2}^n}{\Delta z} \right]
\end{aligned}
\tag{7}$$

На лагранжевом и заключительном этапах метода крупных частиц находим новые значения распределений параметров двухфазного потока для каждой эйлеровой ячейки в новый момент времени  $t = t^{n+1}$ . Соответствующие разностные схемы последующих двух этапов метода крупных частиц запишутся так:

$$\begin{aligned}
r_i \cdot (\rho_1)_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_1)_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + (\Delta M_1)_{i-\frac{1}{2},j}^m - (\Delta M_1)_{i+\frac{1}{2},j}^m + \\
&\quad (\Delta M_1)_{i,j-1/2}^m - (\Delta M_1)_{i,j+1/2}^m
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + (\Delta M_2)_{i-\frac{1}{2}}^m - (\Delta M_2)_{i+\frac{1}{2}}^m + \\
&(\Delta M_2)_{i,j-1/2}^m - (\Delta M_2)_{i,j+1/2}^m \quad ; \\
r_i \cdot (\rho_1)_{i,j}^{n+1} \cdot (u_{1r})_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_1)_{i,j}^n \cdot (\widetilde{u}_{1r})_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + (\widetilde{u}_{1r})_{i-1/2,j}^n \cdot \\
&(\Delta M_1)_{i-\frac{1}{2}}^m - (\widetilde{u}_{1r})_{i+1/2,j}^n \cdot (\Delta M_1)_{i+\frac{1}{2}}^m + (\widetilde{u}_{1r})_{i,j-1/2}^n \cdot (\Delta M_1)_{i,j-1/2}^m - \\
&(\widetilde{u}_{1r})_{i,j+1/2}^n \cdot (\Delta M_1)_{i,j+1/2}^m \quad ; \\
r_i \cdot (\rho_1)_{i,j}^{n+1} \cdot (u_{1z})_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_1)_{i,j}^n \cdot (\widetilde{u}_{1z})_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + (\widetilde{u}_{1z})_{i-1/2,j}^n \cdot \\
&(\Delta M_1)_{i-\frac{1}{2}}^m - (\widetilde{u}_{1z})_{i+1/2,j}^n \cdot (\Delta M_1)_{i+\frac{1}{2}}^m + (\widetilde{u}_{1z})_{i,j-1/2}^n \cdot (\Delta M_1)_{i,j-1/2}^m - \\
&(\widetilde{u}_{1z})_{i,j+1/2}^n \cdot (\Delta M_1)_{i,j+1/2}^m \quad ;
\end{aligned}
\tag{8}$$

$$\begin{aligned}
r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^{n+1} \cdot (u_{2r})_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^n \cdot (\widetilde{u}_{2r})_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + (\widetilde{u}_{2r})_{i-1/2,j}^n \cdot \\
&(\Delta M_2)_{i-\frac{1}{2}}^m - (\widetilde{u}_{2r})_{i+1/2,j}^n \cdot (\Delta M_2)_{i+\frac{1}{2}}^m + (\widetilde{u}_{2r})_{i,j-1/2}^n \cdot (\Delta M_2)_{i,j-1/2}^m - \\
&(\widetilde{u}_{2r})_{i,j+1/2}^n \cdot (\Delta M_2)_{i,j+1/2}^m \quad ; \\
r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^{n+1} \cdot (u_{2z})_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^n \cdot (\widetilde{u}_{2z})_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + (\widetilde{u}_{2z})_{i-1/2,j}^n \cdot \\
&(\Delta M_2)_{i-\frac{1}{2}}^m - (\widetilde{u}_{2z})_{i+1/2,j}^n \cdot (\Delta M_2)_{i+\frac{1}{2}}^m + (\widetilde{u}_{2z})_{i,j-1/2}^n \cdot (\Delta M_2)_{i,j-1/2}^m - \\
&(\widetilde{u}_{2z})_{i,j+1/2}^n \cdot (\Delta M_2)_{i,j+1/2}^m \quad ; \\
r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^{n+1} \cdot (e_2)_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^n \cdot (\widetilde{e}_2)_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + (\widetilde{e}_2)_{i-1/2,j}^n \cdot \\
&(\Delta M_2)_{i-\frac{1}{2}}^m - (\widetilde{e}_2)_{i+1/2,j}^n \cdot (\Delta M_2)_{i+\frac{1}{2}}^m + (\widetilde{e}_2)_{i,j-1/2}^n \cdot (\Delta M_2)_{i,j-1/2}^m - (\widetilde{e}_2)_{i,j+1/2}^n \cdot \\
&(\Delta M_2)_{i,j+1/2}^m \quad ; \\
r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^{n+1} \cdot (E_1+E_2)_{i,j}^{n+1} \cdot \Delta r \cdot \Delta z &= r_i \cdot (\rho_2)_{i,j}^n \cdot (\widetilde{E}_1+\widetilde{E}_2)_{i,j}^n \cdot \Delta r \cdot \Delta z + \\
&(\widetilde{E}_1+\widetilde{E}_2)_{i-1/2,j}^n \cdot (\Delta M_2)_{i-\frac{1}{2}}^m - (\widetilde{E}_1+\widetilde{E}_2)_{i+1/2,j}^n \cdot (\Delta M_2)_{i+\frac{1}{2}}^m + (\widetilde{E}_1+\widetilde{E}_2)_{i,j-1/2}^n \cdot \\
&(\Delta M_2)_{i,j-1/2}^m - (\widetilde{E}_1+\widetilde{E}_2)_{i,j+1/2}^n \cdot (\Delta M_2)_{i,j+1/2}^m \quad ;
\end{aligned}$$

Потоки масс через границы эйлеровых ячеек вычисляются, согласно следующим разностным схемам:

$$\begin{aligned}
(\Delta M_1)_{i-\frac{1}{2},j}^n &= \langle r \rangle_{i-\frac{1}{2}} \cdot \langle \rho_1 \rangle_{i-\frac{1}{2},j}^n \cdot \langle u_{1r} \rangle_{i-\frac{1}{2}} \cdot \Delta t, \\
(\Delta M_1)_{i+\frac{1}{2},j}^n &= \langle r \rangle_{i+\frac{1}{2}} \cdot \langle \rho_1 \rangle_{i+\frac{1}{2},j}^n \cdot \langle u_{1r} \rangle_{i+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t, \\
(\Delta M_1)_{i,j-\frac{1}{2}}^n &= \langle r \rangle_i \cdot \langle \rho_1 \rangle_{i,j-\frac{1}{2}}^n \cdot \langle u_{1r} \rangle_{i,j-\frac{1}{2}} \cdot \Delta t, \\
(\Delta M_1)_{i,j+\frac{1}{2}}^n &= \langle r \rangle_i \cdot \langle \rho_1 \rangle_{i,j+\frac{1}{2}}^n \cdot \langle u_{1r} \rangle_{i,j+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t, \\
(\Delta M_2)_{i-\frac{1}{2},j}^n &= \langle r \rangle_{i-\frac{1}{2}} \cdot \langle \rho_2 \rangle_{i-\frac{1}{2},j}^n \cdot \langle u_{2r} \rangle_{i-\frac{1}{2}} \cdot \Delta t,
\end{aligned}
\tag{9}$$

$$(\Delta M_2)_{i+\frac{1}{2},j}^n = \langle r \rangle_{i+\frac{1}{2}} \cdot \langle \rho_2 \rangle_{i+\frac{1}{2},j}^n \cdot \langle u_{2r} \rangle_{i+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t,$$

$$(\Delta M_2)_{i,j-\frac{1}{2}}^n = \langle r \rangle_i \cdot \langle \rho_2 \rangle_{i,j-\frac{1}{2}}^n \cdot \langle u_{2r} \rangle_{i,j-\frac{1}{2}} \cdot \Delta t,$$

$$(\Delta M_2)_{i,j+\frac{1}{2}}^n = \langle r \rangle_i \cdot \langle \rho_2 \rangle_{i,j+\frac{1}{2}}^n \cdot \langle u_{2r} \rangle_{i,j+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t,$$

где величины с дробными индексами относятся к границам ячеек. Потоки масс могут вычисляться при использовании формул первого или второго порядка точности [1, 2].

Таким образом, мы привели вычислительный алгоритм метода крупных частиц Давыдова, с помощью которого можно моделировать совместное движение газа и твердых частиц в природе и различных технологических установках.

В настоящее время составляется программа на М-языке системы MATLAB для проведения серии численных расчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов Ю.М. Крупных частиц метод. В кн.: Математическая энциклопедия. Т. 3. – Москва: Советская энциклопедия, 1982. – С. 125-129.
2. Yuri M. Davydov. Large-Particle Method. In.: Encyclopaedia of Mathematics, vol.5. -Dordrecht/Boston/London: Kluwer academic publishers, 1990, p.p. 358-360.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Часть I. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
4. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – СПб.: Недра, 2003. - 283 с.
5. Carlson D.J., Hoglund R.F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // Acta Astronaut. 1974. V. 1, №3/4. – P. 361-372.
6. Fox T.W., Rackett C.W., Nicholls J.A. Shock wave ignition of magnesium powders // Proceedings of 11<sup>th</sup> International symposium «Shock tubes and waves». – Seattle, 1978. – P. 262-268.