

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ОБРАЩЁННЫМ НАЗАД НАКЛОННЫМ УСТУПОМ

Курбаналиев А.Ы., Калеева А.К.

Кызыл-Кийский гуманитарно-педагогический институт
Баткенского государственного университета, г. Кызыл-Кия

В данной работе рассматривается трёхмерное турбулентное отрывное течение в канале с прямоугольным сечением. Математическое моделирование основано на численном решении усреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса методом контрольных объемов. Адекватность математической модели проверяется путём сравнения численных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

1. Введение. Внутренние турбулентные течения при больших числах Рейнольдса в каналах с различными степенями расширения имеют большое практическое значение. В работах [1–2, 4] выявлено определяющее влияние геометрии течения и режимов потока. Выявлено, что в этом случае важными характеристиками такого класса течений являются число Рейнольдса, рассчитанное через высоту уступа и по максимальной скорости перед уступом; степени расширения канала и относительные геометрические размеры конфигурации стенок.

В последние годы вычислительная гидродинамика играет всё большую роль в решении задач гидродинамики и гидрологии. Увеличение мощности компьютеров, внедрение в область

вычислительной гидродинамики суперкомпьютеров позволяет моделировать течение вязкой жидкости с учётом достаточно сложных физических явлений.

Прямое численное моделирование на основе трёхмерных уравнений Навье-Стокса является перспективным методом [3] изучения турбулентных течений. Однако из-за ограниченных возможностей вычислительных систем данный метод реально применим для относительно простых течений при невысоких числах Рейнольдса.

Для численного моделирования гидродинамических процессов существует достаточно большое количество расчётных пакетов, как коммерческих, так и открытых. Для университетского сообщества наибольший интерес представляют открытые пакеты, которые позволяют решать не только инженерные и научные задачи, но и производить усовершенствования пакетов за счёт изменения исходного кода. Одним из таких пакетов является OpenFOAM 2.2.0 [5], который и был использован в настоящей работе.

Цель настоящей работы - численное моделирование отрывного течения несжимаемого газа в прямоугольном канале с обращенным назад наклонным уступом на основе стандартной $k-\varepsilon$ -модели турбулентности.

2. Постановка задачи. Конфигурация рассматриваемой задачи соответствует экспериментальным данным работы [6] и без сохранения геометрической пропорции приведена на рис. 1. Стационарный турбулентный поток несжимаемой жидкости поступает слева в прямоугольную с поперечным сечением 25x250мм длиной 2250мм входную часть канала. Высота уступа была равна $H=50$ мм, а степень расширения канала $Er=3$. В расчетах наклон уступа изменялся от 15° до 90° . Большое отношение ширины входной части к её высоте обеспечивает двумерность течения в центральной части

канала с приемлемой точностью, а длина входной части является достаточной для получения развитого турбулентного течения в плоскости начала наклонного уступа. Число Рейнольдса Re , рассчитанное через высоту уступа, равнялось величине 73000.

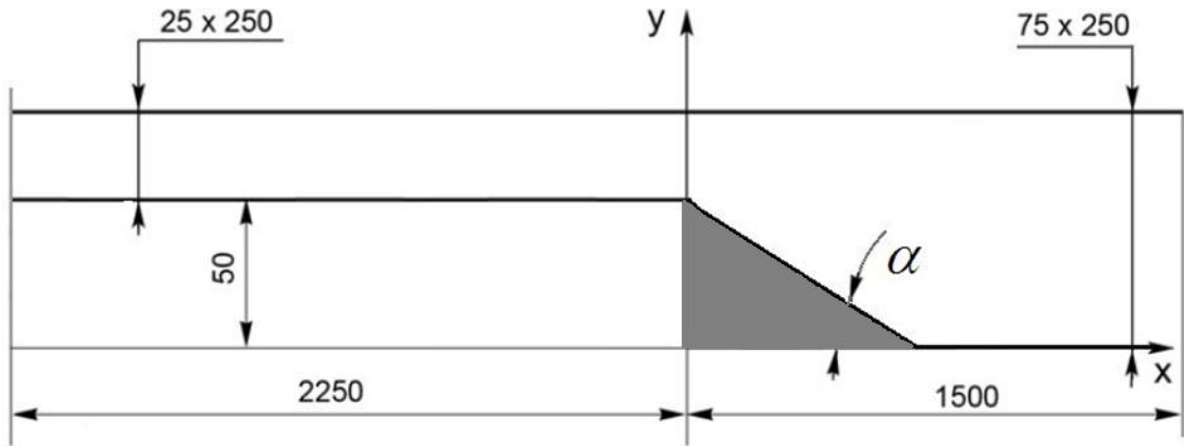


Рис. 1. Конфигурация рассматриваемой задачи.
Все размеры указаны в мм.

3. Математическая модель. Законы сохранения массы и импульса для несжимаемого вязкого газа, при отсутствии массовых и поверхностных сил, приводят к следующим, усредненным по Рейнольдсу нестационарным уравнениям Навье-Стокса[7, с. 293]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j + \rho \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

где $\bar{u}_i$ – i -ая компонента средней скорости в направлении координаты

x_i , ρ – плотность, $\bar{p}$ – среднее давление, $\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ –

средний тензор вязких напряжений, μ – молекулярная динамическая вязкость, $\rho \overline{u'_i u'_j}$ – напряжения Рейнольдса, требующие моделирования.

Осреднение производится по времени, а штрих означает флуктуационную часть. При наличии массовых и других сил необходимо уравнение (2) дополнить соответствующими членами.

Для замыкания систем уравнений (1–2) необходимо ввести ту или иную модель турбулентности. Многие из моделей турбулентности, используемые на практике, основаны на понятиях турбулентной вязкости и турбулентной диффузии. Для течений общего вида введенная Буссинеском турбулентная вязкость, связывающая напряжения Рейнольдса с градиентами осредненного течения, может быть записана в следующей форме [7, с. 294]:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k, \text{ где } \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} - \text{турбулентная вязкость.}$$

Кинетическая энергия турбулентности k и скорость ее диссипации ε определяются из следующих транспортных уравнений [7, с. 295–296]

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_j k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + P_k - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_j \varepsilon})}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \quad (4)$$

где $P_k = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ – скорость генерации энергии турбулентности

средним течением, Безразмерные коэффициенты модели имеют следующие стандартные значения:

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3.$$

Начальные и граничные условия. Начальные значения скорости и давления во внутренних узлах расчетной области согласно руководству [5] пользователя OpenFOAM должны быть равны нулю. В целях обеспечения хорошей сходимости численного решения на первых шагах интегрирования кинетическая энергия турбулентности и скорость её диссипации имеют некоторые малые значения. На неподвижных твердых стенках расчётной области задано условие прилипания, что определяет равенство нулю всех компонентов вектора скорости. Для давления задано условие непроницаемости –

нулевой градиент этой величины (условие Неймана $-\nabla p = 0$); для кинетической энергии турбулентности k и скорости её диссипации ε граничные условия задавались с помощью аппарата пристеночных функций [7, с. 298-299]. На выходе из канала давление полагалось равным нулю, а для остальных искомым переменных задавался нулевой градиент.

На входе осевая скорость была равна $u_0 = 20.44 \text{ м/с}$, а интенсивность турбулентности в средней части входного канала составляла 5%, что соответствует к следующему значению флуктуации продольной скорости $u'_x = u'_y = u'_z = \frac{5 * u_0}{100} = 1.022 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Поэтому значение кинетической энергии турбулентности на входе в канал задается как $k_{in} = \frac{3}{2} (u'_x)^2 = 1.567 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$. Полагая, что длина турбулентного перемешивания l равна 10% от высоты входной части трубы значение скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε вычисляется по следующей формуле: $\varepsilon_{in} = \frac{C_\mu^{0.75} \cdot k_{in}^{1.5}}{0.1 * 25 \cdot 10^{-3}} = 128.927 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

4. Численная модель. Дискретизация расчетной области получается методом контрольных объемов [8, с. 24]. Основная идея этого метода заключается в том, что вся расчетная область разбивается на ячейки гексаэдральной формы с последующей заменой дифференциальных уравнений алгебраическими, представляющими собой интегральные балансовые соотношения для каждой ячейки.

Для вычисления интегралов по контрольному объёму использовался метод Гаусса, а соответствующие значения величин на гранях контрольного объёма вычислялись из значений в центрах соседних ячеек путем применения тех или иных интерполяционных схем.

Для связанного расчета поля скорости и давления использовалась процедура SIMPLE[8, стр.84]. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений использовались итерационные солверы PCG [7, стр.107] и PBiCG метод (би-)сопряженных градиентов с предобуславливанием[7, стр.110]. В качестве предобуславливателя были выбраны процедуры DIC предобуславливатель, основанный на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого и DILU предобуславливатель, основанный на-упрощенной неполной LU факторизации.

Часто в итерационном методе решения необходимо бывает ограничить изменение каждой переменной от итерации к итерации. В противном случае изменение одной переменной приводит к изменениям коэффициентов остальных уравнений, что в свою очередь может снизить сходимость, или даже привести к расходимости всего итерационного процесса [8, с.48]. Коэффициент нижней релаксации для давления был равен 0.3, а для остальных величин (скорость, кинетическая энергия турбулентности и скорость её диссипации) равен 0.7.

Более детальную информацию о методах дискретизации и решения алгебраических уравнений можно найти в [5].

В целях экономии вычислительного времени, все расчеты сначала проводились на относительно грубой сетке с общим числом 16875 ячеек. Затем полученное поле, при помощи утилиты mapFields пакета OpenFOAM интерполировалось на более мелкую сетку из 337500 ячеек. При этом общее время расчета одного варианта задачи на компьютере Pentium ® Dual-Core CPU T4400 @2.20 GHz 2.87 Gb составило 1716 с., а для прямого расчета этого же варианта задачи на мелкой сетке потребовалось 14748с.

4. Результаты численных расчетов. На рис. 2. и рис. 3 представлены поперечные профили вектора скорости и

продольной интенсивности турбулентности $I = (u'/U_0) * 100\%$ в различных сечениях вниз по потоку. Скорость разделена на величину $U_0 = 22.85 \text{ м/с}$, а продольная координата y представлена в единицах H . Сплошная линия соответствует численным результатам данной работы и маркер представляют экспериментальные данные работы [6].

5.

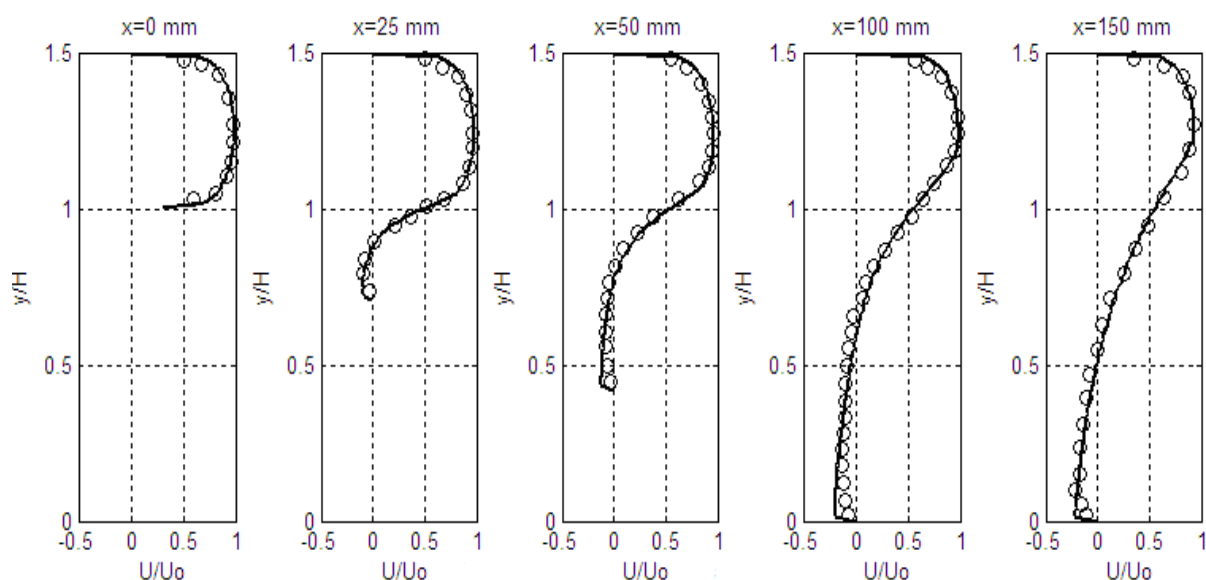


Рис. 2. Изменение безразмерной продольной скорости в различных сечениях.

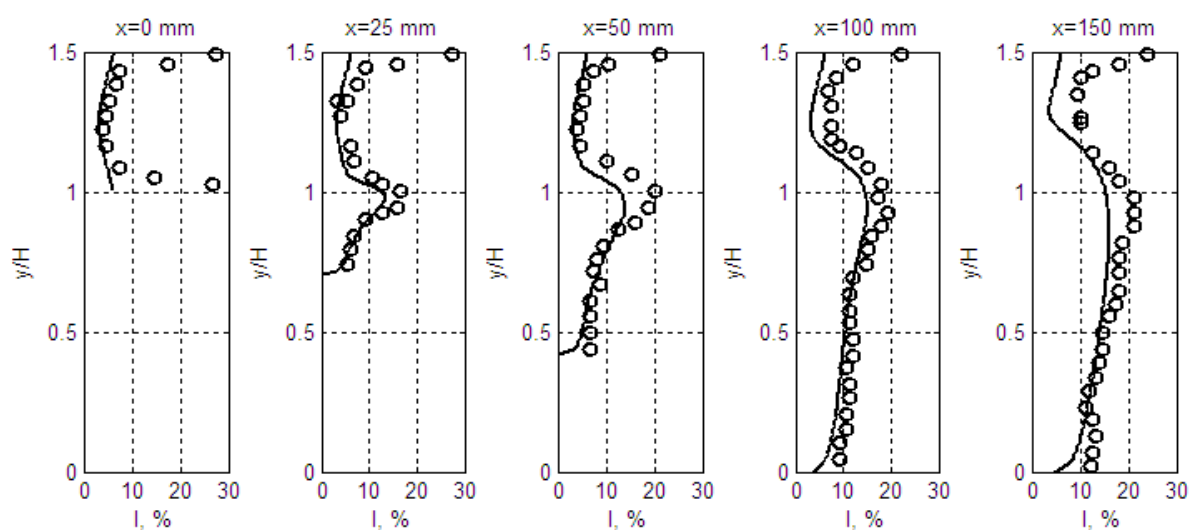


Рис. 3. Изменение интенсивности турбулентности в различных сечениях.

В целом соответствие между численными результатами и опытными данными по профилям средней скорости вполне удовлетворительное. Имеет место незначительное отличие между ними около нижней стенки в сечениях $x=100\text{мм}$ и $x=150\text{мм}$ от плоскости уступа. Максимум продольной интенсивности турбулентности расположен во внешнем слое рециркуляционной зоны, на расстоянии порядка $y/H \approx 1$. Имеющиеся отличия между численным расчетом и экспериментом по распределениям интенсивности турбулентности (см. рис. 3, сечение $x=0\text{мм}$) и вблизи твердых стенок вниз по потоку можно объяснить известным недостатком примененной $k-\varepsilon$ модели турбулентности [7, с.297].

Распределение вектора скорости для различных значений угла наклона уступа представлено на рис.4. Отличительной чертой течения при $\alpha = 15^\circ$ является появление второй зоны рециркуляции около верхней стенки канала. Из-за образования вторичной зоны обратных течений около верхней стенки, структура течения при $\alpha = 15^\circ$ отличается существенно от других значений угла наклона: поток отклоняется в сторону нижней стенки. А это в свою очередь влияет на длину основной зоны обратных токов около нижней стенки. Наличие этой зоны обратных токов отчетливо видно на рис. 5, где представлены линии тока при различных значениях α (верхний левый рисунок).

С ростом угла наклона уступа длина рециркуляционной зоны около нижней стенки растет и достигает максимального значения при $\alpha = 90^\circ$. При этом координата точки присоединения составляет величину порядка $7.3H$.

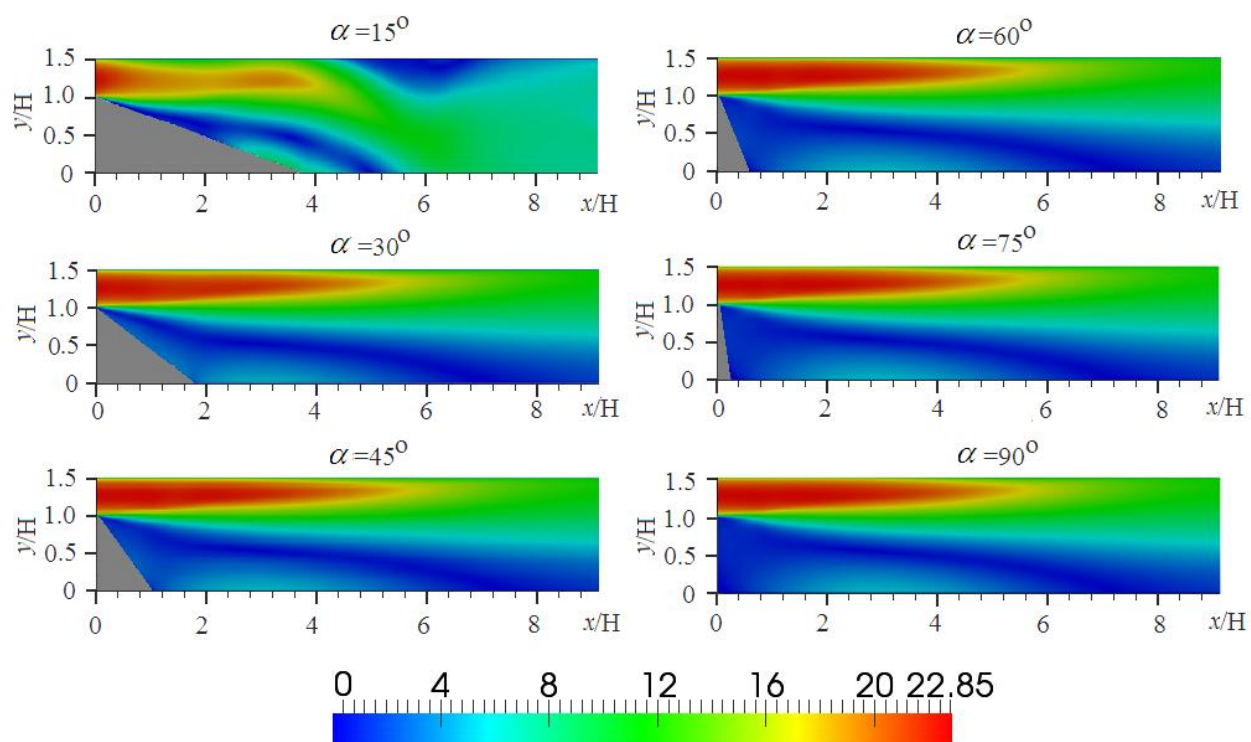


Рис. 4. Изоповерхность вектора скорости вблизи уступа при различных значениях α .

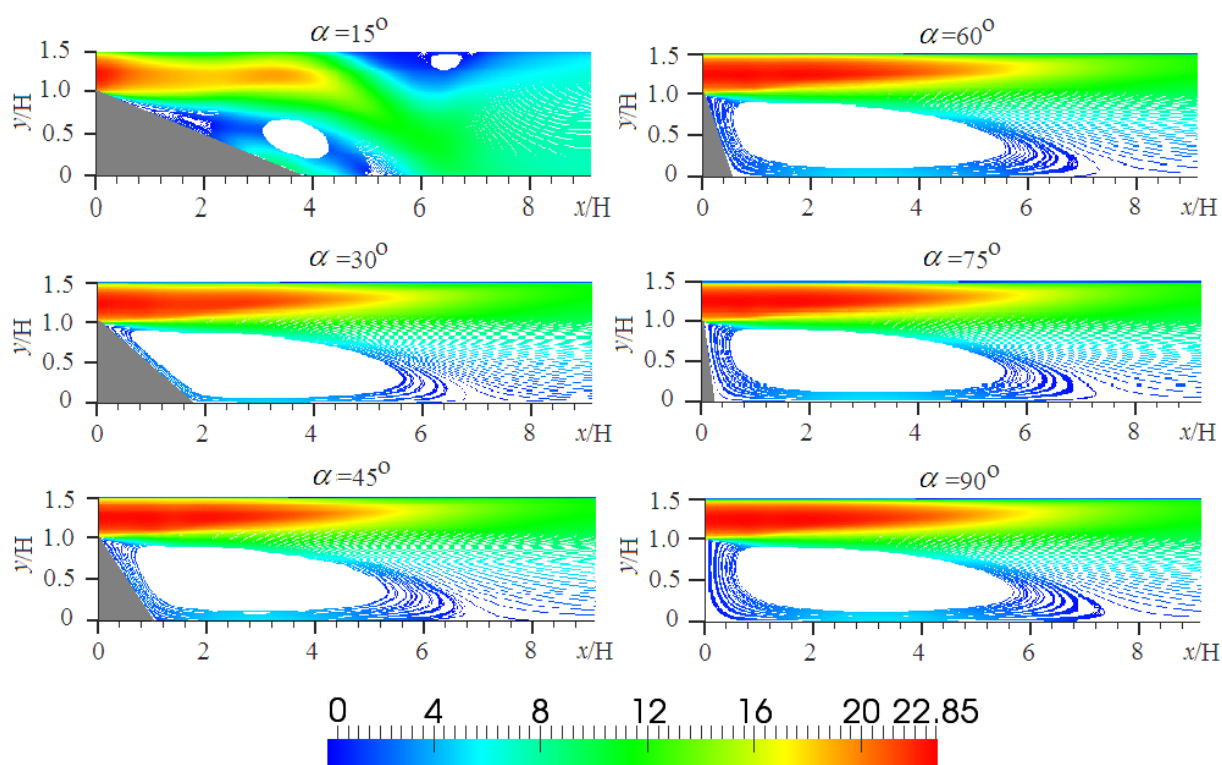


Рис. 5. Линии тока при различных значениях α .

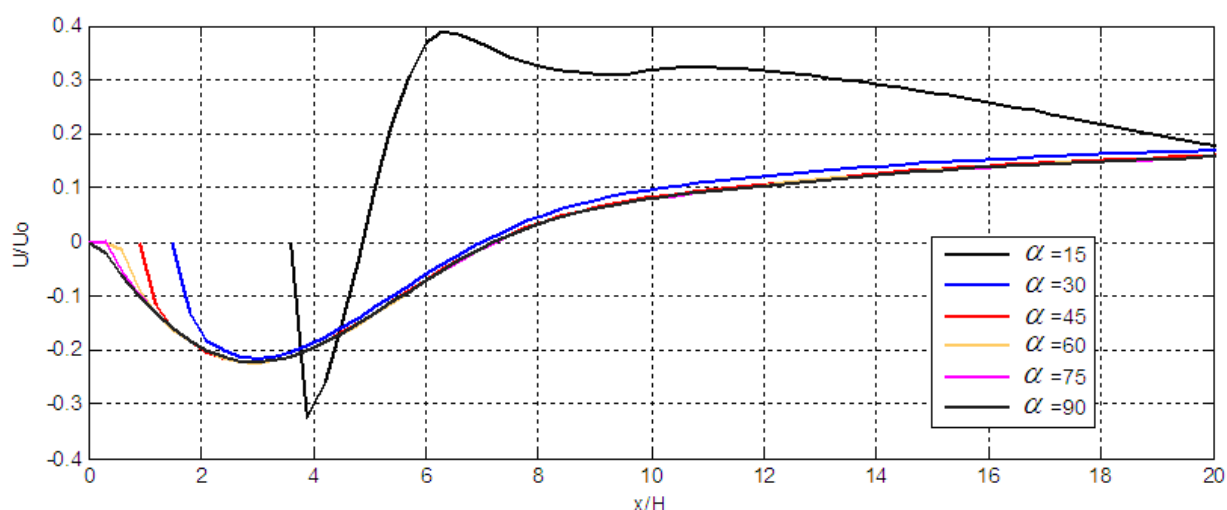


Рис. 6. Изменение безразмерной продольной скорости около нижней стенки.

Вышесказанное можно заметить из рис. 6, где представлены значения безразмерной продольной скорости при различных углах наклона. Видно, что при рассматриваемых значениях числа $Re = 73000$ и степени расширения канала $Er = 3$, уменьшение угла наклона уступа приводит к уменьшению размера зоны обратных токов около нижней стенки. Изменение угла наклона между 90° до 45° не приводит к существенному изменению длины присоединения. Это отчетливо видно из рис.7., где представлена зависимость длины присоединения от угла наклона уступа. Подобное поведение наблюдалось и в экспериментальной работе [9].

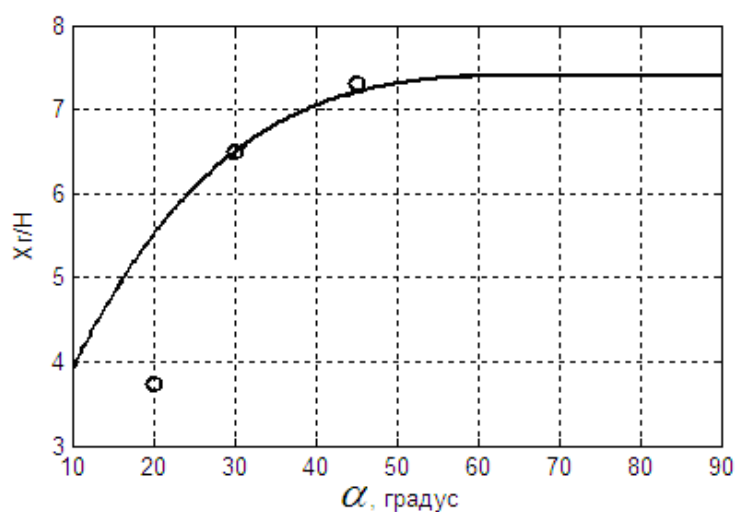


Рис. 7. Изменение безразмерной длины присоединения.

Одной из проблем при моделировании отрывных течений является существенный наклон области рециркуляции к расчетной сетке, что приводит к появлению сильной схемной диффузии [8, с.72]. В результате при численном моделировании трудно предсказать длину присоединения с приемлемой точностью. С уменьшением угла наклона уступа число неортогональных расчетных ячеек растет. Так, если при угле наклона $\alpha = 30^\circ$ число таких ячеек составляло 50, то уже при $\alpha = 15^\circ$ это число равно 3910 и все эти ячейки расположены вблизи наклонного уступа. По-видимому, с этим, в большей степени, связано расхождение между численными и экспериментальными данными при малых углах наклона – численный результат примерно в два раза превышает экспериментальное значение (см. рис 7).

Заключение

В данной работе рассматривается двухмерное турбулентное отрывное течение в канале с прямоугольным сечением. Математическое моделирование основано на численном решении усреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса методом контрольных объемов. Адекватность математической модели проверяется путём сравнения численных результатов с имеющимися экспериментальными данными. Численные расчеты проведены для различных углов наклона уступа от 15° до 90° . Получено достаточно удовлетворительное совпадение численных данных с экспериментальными данными по распределениям средней скорости и интенсивности турбулентности в различных сечениях вниз по потоку. Численное значение длины присоединения для углов наклона от 30° и выше хорошо согласуется с опытными данными, однако, при малых углах имеет место различие. Кроме того, при угле наклона в 15° численно обнаружено отрывное течение около верхней твердой границы канала.

В дальнейшем особое внимание следует уделить точности определения длины присоединения при малых углах наклона уступа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Терехов В. И., Ярыгина Н. И., Жданов Р. Ф. Особенности течения и теплообмена при отрыве турбулентного потока за уступом и ребром. 1. Структура течения // Прикладная механика и техническая физика. 2002. Т.43, №6. С.126-133.
2. Le H., Moin P., Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step // Journal of Fluid Mechanics. 1997. V. 330. P. 349–374.
3. Driver D., Seegmiller H. Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow // AIAA Journal. 1985. V. 23, №2. P. 163–171.
4. Jovic S. An experimental study of a separated/reattached flow behind a backward-facing step. $Re_H = 37\,000$. Techn. Memorandum / NASA. N110384. California, 1996.
5. <http://www.openfoam.org/version2.2.0/>.
6. Prihoda J., Kotek M., Uruba V., Kopecky V., Hladik O. Experimental investigation of turbulent flow in a channel with the backward-facing inclined step // European Physics Journal. Web of Conferences. 2012. V.25. 01080. Available at: http://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2012/07/epjconf_EFM2011_01080.pdf
7. Ferziger J. H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer Verlag, 2002. 423 p.
8. Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с. англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152с.
9. Ruck, B., Makiola, B., 1993: "The Flow over the Inclined Step", Notes on Numerical Fluid Mechanics, (Hrsg. Gersten), Vieweg-Verlag, Volume 40, pp. 47-55. Available at http://www.ifh.uni-karlsruhe.de/science/aerodyn/bilder_orginale/papers/Ruck_Makiola_1993.pdf