

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ОБЛАСТЯХ С ПЕРФОРИРОВАННЫМИ ПЕРЕГОРОДКАМИ

Сулайманова С.М., Кожомбердиева Н.Б.

Кыргызский национальный аграрный университет им.К.И. Скрябина,
Кыргызский национальный университет им.Ж. Баласагына

Введение. Одной из важнейших задач современной газовой динамики является задача о течении газа в областях с перфорированными перегородками, и примыкающие к ней задачи: сверхзвукового обтекания проницаемых тел, течения газа в каналах с внезапным изменением поперечного сечения и движения газа в каналах с внутренним телом и т.п. Построение метода расчета таких задач в общем случае является сложной проблемой. Наряду с трудностями существующими даже в случаях обтекания непроницаемых поверхностей, например, при обтекании сверхзвуковым потоком газа, с ударными волнами, нестационарностью течения, здесь возникают дополнительные трудности, обусловленные проницаемостью обтекаемого тела. Существование расхода газа через перфорацию, взаимодействие ударной волны с поверхностью, отражение и затухание ударной волны, проникновение ее через перфорацию и образование неоднородных областей за перфорацией – все эти процессы приводят к нестационарности и неоднородности структуры течения вблизи перфорированной перегородки. В связи со значительной сложностью

структуры потока в этих областях представляется важным разделить область течения в целом на внутренние и на внешние течения.

Во многих практических задачах размер внутренней области – области со сложнейшими эффектами, - намного меньше характерного размера задачи в целом. Поэтому для решения задачи необходимо описать взаимодействия внешних и внутренних течений с помощью граничных условий, полученных при исследовании локальной структуры потока в областях вблизи перфорированной перегородки. Такие граничные условия можно получить, например, решая задачу о распаде произвольного разрыва при падении ударной волны на перфорированную перегородку [1,2].

При сверхзвуковых скоростях течения газа для стабилизации потока применяются перфорированные перегородки, поскольку с их помощью можно регулировать скорость и выравнять неравномерности потока. В аэродинамических конструкциях перфорированные тела используются в тормозных устройствах, а также последнее время такие перегородки в соплах применяются для гашения шумовых вибраций.

Обобщая сказанное, можно утверждать, что изучение процессов при движении идеального газа в областях с перфорированными перегородками представляет значительный и практический, и теоретический интерес.

I. Рассмотрим течение чистого газа в сопле, площадь поперечного сечения которого F – известная функция продольной координаты x , отсчитываемой вдоль оси канала, с перфорированной перегородкой квазиоднородной двухслойной постановке. Перегородку моделируем поверхностью разрыва для параметров газа. Граничные условия на такой поверхности получим с привлечением дополнительных предположений в рамках моделей, описанных в [1], в которых главное внимание уделено разрывом пористости.

Поместим перфорированную перегородку в сопле, как показано на рисунке 1. Заметим, что в осесимметричном случае перегородка имеет форму обратного конуса, причем вершина конуса лежит на оси в расширяющейся части сопла. Ось x совпадает с направлением набегающего потока и с осями симметрии конуса и сопла, ось y ей перпендикулярна. Начало координат расположим в плоскости, где прикасаются два тела. Пусть u - x -компонента скорости потока, p - давление, ρ - плотность, e - удельная внутренняя энергия, i - удельная энтальпия, a - скорость звука, причем

$$e = e(p, \rho), \quad i = i(p, \rho) = e + p/\rho, \quad a = a(p, \rho), \quad (1.1)$$

где функции, стоящие справа, известны. Для совершенного газа с показателем адиабаты κ : $e = p/[(\kappa - 1)\rho]$, $i = \kappa p/[(\kappa - 1)\rho]$, $a = (\kappa p/\rho)^{1/2}$.

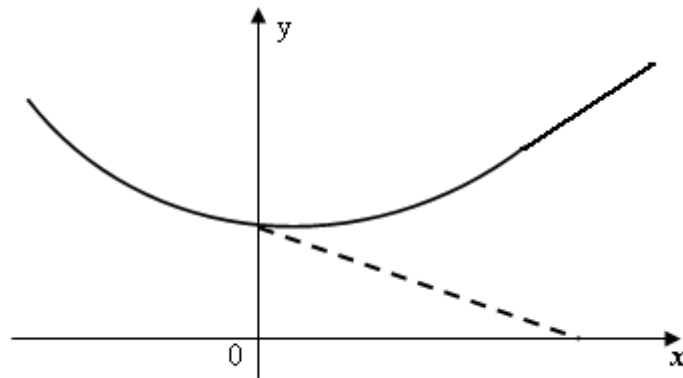


Рис. 1.

Предположим, что $y'_s(x) < 1$, где $y_s(x)$ - уравнения образующей перегородки. Распределение параметров для нижнего слоя, т.е. для течения до перегородки удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{1}{F(M^2 - 1)} \left[\frac{(1 + \nu)y_s^\nu g_m}{\rho} + u \frac{dF}{dx} \right]; \\ \frac{dP}{dx} &= - \frac{u}{F(M^2 - 1)} \left[(1 + \nu)y_s^\nu g_m + \rho u \frac{dF}{dx} \right]; \\ \frac{d\rho}{dx} &= \frac{1}{a^2} \frac{dP}{dx}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь g_m - расход газа через перфорированную перегородку, M -число Маха.

Введем отмеченные чертой вверху переменные для обозначения соответствующих параметров для верхнего слоя. Величинами с индексом m обозначим соответствующие параметры газа в перфорированной перегородке. Тогда, система уравнений, описывающая течение за перегородкой имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{u}}{dx} &= \frac{\bar{u}}{\bar{\rho}\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[(1 + \nu)y_s^\nu g_m (1 + \bar{M}^2 + \rho_s(\bar{S} - S_m)) - \bar{\rho}\bar{u} \frac{d\bar{u}}{dx} \right]; \\ \frac{d\bar{P}}{dx} &= \frac{\bar{u}}{\bar{\rho}\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[(1 + \nu)y_s^\nu g_m (2\bar{\rho} + \bar{\rho}_s(\bar{S} - S_m)) - \bar{u}\bar{\rho}^2 \frac{d\bar{F}}{dx} \right],\end{aligned}\quad (1.3)$$

где $\bar{\rho} = Q_0 / \bar{u}\bar{F}$; $\bar{\rho}_s = \partial\bar{\rho} / \partial S = -\frac{\kappa - 1}{\kappa}\bar{\rho}$; $S = P / \rho^\kappa$ - энтропийная функция; Q_0 - расход газа в начальном сечении. В выписанных уравнениях $\nu=0$ и 1 для плоского и осесимметричного случаев, соответственно.

Для выяснения характерных особенностей течения вблизи точки «схода» перфорированной перегородки поступим следующим образом. При малых $\Delta P = P - \bar{P}$ расход газа через перегородку $g_m = C\Delta P$, где C – известная константа.

Допустим, что

$$\Delta P = \pi x^\alpha, \quad (1.4)$$

который отсчитывается от точки «схода». Тогда

$$\bar{F}(x) = \bar{\chi}x^2; \quad F(x) = F_0 + \chi x; \quad \bar{u} = \omega x^\beta,$$

где $\bar{\chi}$ и χ – известные константы, а π и ω вместе с α и β нужно найти. В силу (1.4) $g_m = C\pi x^\alpha$, согласно этому из (1.3) при малых x имеет место

$$P' = \frac{dP}{dx} = -\frac{\rho_0 u_0 F_0'}{F_0(M_0^2 - 1)} \equiv P_0';$$

$$\bar{u}' = \frac{du}{dx} = -\frac{(1+\nu)y_s^\nu g_m}{F_0(M_0^2 - 1)} - \frac{P'}{\bar{\rho}\bar{u}}. \quad (1.5)$$

Подставим (1.4) в (1.3) и (1.5), предварительно переписав в форме:

$$-\bar{P}' + P_0' - P_0' = \frac{-\bar{u}}{\bar{\rho}\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[(1+\nu)y_s^\nu g_m (2\bar{\rho} + \bar{\rho}_s(\bar{S} - S_m)) - \bar{u}\bar{\rho}^2 \frac{dF}{dx} \right],$$

$$\Delta P' - P_0' = \frac{-\bar{u}}{\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[(1+\nu)y_s^\nu g_m (2 - \frac{\kappa}{\kappa-1}(\bar{S} - S_m)) - \bar{u}\bar{\rho}\bar{F}' \right].$$

С учетом малости $\bar{S} - S_m$ и $\bar{M}^2$ из (3), получим:

$$\pi\alpha x^{\alpha-1} - P_0' = \omega x^\beta \frac{\omega x^\beta \bar{\rho}^2 \bar{\chi} \cdot 2x - (1+\nu)y_s^\nu C\pi x^\alpha \cdot 2\bar{\rho}}{\bar{\rho}\bar{\chi}x^2(-1)};$$

$$\bar{\chi}\pi\alpha x^{\alpha+1} - \bar{\chi}P_0'x^2 = 2(1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} - 2\omega^2\bar{\rho}\bar{\chi}x^{2\beta+1},$$

а из второго уравнения (1.3):

$$\omega\beta x^{\beta-1} = -\frac{(1+\nu)y_s^\nu C\pi x^\alpha}{\bar{\rho}\bar{\chi}x^2} + \frac{\Delta P' - P_0'}{\bar{\rho}\omega x^\beta} =$$

$$= \frac{(1+\nu)y_s^\nu C\pi x^\alpha}{\bar{\rho}\bar{\chi}x^2} + \frac{\pi\alpha x^{\alpha-1} - P_0'}{\bar{\rho}\omega x^\beta},$$

откуда получим

$$\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2\beta x^{2\beta+1} = (1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} + \pi\alpha\bar{\chi}x^{\alpha+1} - P_0'\bar{\chi}x^2.$$

Перепишем полученные соотношения:

$$\pi\alpha\bar{\chi}x^{\alpha+1} - P_0'\bar{\chi}x^2 = 2(1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} - 2\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2\beta x^{2\beta+1};$$

$$\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2\beta x^{2\beta+1} = (1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} + \pi\alpha\bar{\chi}x^{\alpha+1} - P_0'\bar{\chi}x^2. \quad (1.6)$$

Из этих уравнений можно найти показатели степени α и β , и константы ω и π . Заметим, что в (1.6) четыре показателя степени: $\alpha+1$, 2 , $\beta+\alpha$ и $2\beta+1$. В общем случае за счет выбора двух чисел (α и β) их

невозможно сделать одинаковыми. Поэтому решением следует считать такие α и β , при которых оставшееся степень имеет более высокий порядок. Имеется несколько возможностей:

$$1) \quad \alpha + 1 = \beta + \alpha = 2\beta + 1; \quad \alpha = 2\beta \rightarrow 2\beta + 1 = 3\beta \rightarrow \beta = 1,$$

$\alpha = 2 \rightarrow \alpha + 1 = 3 > 2$, и, следовательно, этот случай не подходит.

$$2) \quad \alpha + 1 = \beta + \alpha = 2 \rightarrow \alpha = 1, \beta = 1, \text{ а } 2\beta + 1 = 3 > 2, \text{ тоже не подходит.}$$

Далее, ω и π должны удовлетворять уравнениям (1.6), т.е.

$$\bar{\chi}\pi - \bar{\chi}P'_0 = 2(\nu + 1)y_s^\nu C\pi\omega;$$

$$-(1 + \nu)y_s^\nu C\omega\pi + \pi\bar{\chi} - P'_0\bar{\chi} = 0;$$

$$\bar{\chi}\pi - \bar{\chi}P'_0 = (1 + \nu)y_s^\nu C\omega\pi + \pi\bar{\chi} - \bar{\chi}P'_0.$$

Отсюда следует, что $\omega = 0$. Если $\omega = 0$, то $\pi = P'$ если $\pi = 0$, то равенство невозможно.

$$3) \quad \alpha + 1 = 2\beta + 1 = 2 \rightarrow \alpha = 1, \quad \beta = \frac{1}{2}, \beta + \alpha = \frac{3}{2} < 2, \quad \text{тогда}$$

$$\beta + \alpha = \frac{3}{2} < 2 \quad \text{тоже не подходит.}$$

Уравнения для ω и π имеют вид:

$$\bar{\chi}\pi - \bar{\chi}P'_0 = -2\omega^2\bar{\rho}\bar{\chi};$$

$$\frac{1}{2}\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2 = \pi\bar{\chi} - P'_0\bar{\chi}.$$

Из этих уравнений находим, что $\omega^2 = 0$, $P' = \pi$.

Итак, случаи 2) и 3) дают одинаковый результат, который к тому же неприемлем (чтобы было течение через перфорацию должно быть $\pi > 0$, а $P'_0 < 0$).

Пусть имеет место (1.4) и еще

$$\bar{u} = \omega x^\beta, F = F_0 + \chi x, \bar{F} = \bar{F}_0 + \bar{\chi} x. \quad (1.7)$$

Подставляя (1.4) и (1.7) в уравнение (1.3) получим для ω и β, α, π - по прежнему следующие значения $\pi = P'_0, \omega^2 = 0$. Теперь предположим, что кроме (1.7) имеет место $g_m = C \cdot \Delta P_0 \equiv g_{n0} \neq 0$.

Вновь обратимся к уравнениям (1.3)

$$\alpha \pi x^{\alpha-1} - P'_0 = 2\omega(1+\nu)y_s^\nu g_{n0} \frac{1}{\bar{F}_0} x^\beta - \omega^2 \bar{\rho} \bar{\chi} x^{2\beta} \frac{1}{\bar{F}_0};$$

$$\omega^2 \bar{\rho} \bar{\chi} x^{2\beta-1} = -(1+\nu) \frac{y_s^\nu g_{n0} \omega}{\bar{F}_0} x^\beta + \alpha \pi x^{\alpha-1} - P'_0.$$

Здесь показатели степени: $\alpha - 1, 0, \beta, 2\beta, \beta - 1$. Возможны следующие случаи: $2\beta - 1 = 0, \alpha - 1 = 0 \rightarrow \beta = \frac{1}{2}, \alpha = 1, 2\beta - 1 > 0$ и $\beta = \frac{1}{2} > 0$, откуда: $\pi = P'_0$ и $\omega = 0$.

Итак, для любого $\bar{F}_0$ нужно подобрать такое g_{n0} , чтобы, несмотря на начальное уменьшение перепада ΔP_0 , он не стал нулевым. Еще проще с самого начала подобрать g_{n0} из условия $\Delta P_0 = 0$.

В качестве произвольных параметров при сквозном интегрировании, где внутри интервала интегрирования имеются седловидные особенности, служат параметры u_0 и $\bar{F}_0$ для верхнего слоя.

$\bar{F}_0$ – характеризует величину зоны отрыва на верхнем слое.

II. С целью определения параметров газа в перфорированной перегородке, сформулируем граничные соотношения на поверхности разрыва и подробно остановимся на локальной структуре течения газа в окрестности перегородки. Основные граничные условия на разрыве имеют вид:

$$[\rho u] = 0; [2I + V^2] = 0; [P + \rho u^2] = -X; [\rho uv] = -Y; [\rho uw] = -Z. \quad (2.1)$$

Здесь, как и по прежнему P – давление, ρ – плотность, I – удельная энтальпия, u, v, w – нормальная и поперечные компоненты вектора скорости V , $V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ и $[\varphi] = \varphi_+ - \varphi_-$. Параметрам потока слева от перегородки приписан индекс минус, справа – плюс, а величинами, средним по минимальным сечения проходящих отверстий перегородки – индекс m . X, Y, Z – компоненты силы F , действующей со стороны потока на единицу площади перегородки. При рассмотрении течения в целом толщиной перегородки и характерным линейным размерам перфорации d можно пренебречь.

Наряду с основными соотношениями (2.1) необходимы дополнительные выражения для F , которые связаны со структурой локального течения через перфорацию.

В случае “густых” перегородок, длина каналов которых велика по сравнению с их поперечными размерами, можно принять равенства:

$$v_m = v_+ = 0, \quad w_m = w_+ = 0. \quad (2.2)$$

Эти условия можно использовать для определения Y и Z .

Авторы [1,3] считают, что вместо задания X проще и удобнее постулировать ту или иную схему перетекания газа через перегородку. При дозвуковом потоке слева от перегородки, поджатие газа сопровождающее падением давления происходит изэнтропически т.е.

$$S_- = S_m. \quad (2.3)$$

Здесь S – удельная энтропия или любая ее функция. Равенства (2.1), (2.2) вместе с (2.3) и отношениями:

$$f\rho_m u_m = \rho_- u_-, \quad 2I_m + u_m^2 = 2I_- + V_-^2. \quad (2.4)$$

и уравнениями состояния $I = I(P, \rho)$ и $S = S(P, \rho)$ представляют систему условий, связывающих параметрами слева от перегородки и

в ее минимальном сечении, где $f = \sum_m / \sum$ – степень поджатия перфорации.

На режиме Р1, в которой $M_m < 1$, используется известная схема отрывного истечения (удар Борда), когда на перегородку справа действует постоянное давление $P = P_m$. На заданном этапе предполагается, что каналы перфорации в направлении течения либо сужаются, либо имеют постоянные поперечные сечения.

Третье уравнения (2.1) на режиме Р1 принимает вид

$$P_+ + \rho_+ u_+^2 = P_m + f \rho_m u_m^2 \quad (2.5)$$

На данном режиме параметры, входящие в (2.1) – (2.5), находятся одновременно с решением всей задачи о распаде разрыва [1,3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринь В.Т., Крайко А.Н., Миллер Л.Г. К распаду произвольного разрыва на перфорированной перегородке //ПМТФ.-1981.-№3.- С.96-106.
2. Крайко А.Н., Сулайманова С.М. К двухфазные течения смеси газа и твердых частиц с «пеленами» и «шнурами», возникающими при обтекании непроницаемых поверхностей //ПММ. 1983. Т.47. вып.4.С.619-630.
3. Газовая динамика. Избранное. В 2т.Т.1 /Под общей ред. А.Н.Крайко. Ред.-сост. А.Н. Крайко, А.Б. Ватажин, А.Н. Секундов. - 2-е изд.,испр.–М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005.-720с.–ISBN 5-9221-0651-1.