

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Баймахан А.Р., Кабаева Г.Д., Баймахан Р.Б.

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР,
Институт механики и машиноведения НАН РК

В работе излагается алгоритм математического моделирования расчетной схемы напряженно-деформированного состояния элементов обделок сборной железобетонной конструкции Алматинского метрополитена при статических и сейсмических воздействиях методом конечных элементов

Основное разрешающее уравнение МКЭ для математического моделирования расчетной схемы задачи по определению напряженно-деформированного состояния обделок тоннеля имеет вид /1/. /2/

$$[R]\{U\} = \{F\}, \quad (1)$$

где $[K]$ – матрица жесткости системы; $\{U\}$ – вектор перемещений узловых точек; $\{F\}$ – вектор нагрузок, которые формируются весами конечных элементов с учетом глубины их нахождения H , м.

Система уравнений (1) решается по известной процедуре Гаусса-Зейделя согласно алгоритму

$$u_n^m = K_{nn}^{-1} \{ F_n - \sum_{i=1}^{n-1} K_{ni} u_i^m - \sum_{i=n+1}^N K_{ni} u_i^{m-1} \}. \quad (2)$$

$$u_n^{\bar{m}} = u_n^{\bar{m}-1} + \beta(u_n^{m*} - u_n^{\bar{m}-1}). \quad (3)$$

В этих выражениях m – указывает на количеству итераций, а n – на номера уравнений. Значение коэффициента верхней релаксации $\bar{\beta}$, ускоряющее итерацию, принято равным $\bar{\beta}=1,88$. Затем компоненты тензора деформации и напряжений вычисляются внутри каждого изопараметрического элемента в гауссовых точках интегрирования i, j с помощью следующих выражений.

$$\{\varepsilon_{ij}\} = [B]\{U_{ij}\}, \quad \{\sigma_{ij}\} = [D]\{\varepsilon_{ij}\}. \quad (4)$$

где $\{\varepsilon_{ij}\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xz}\}$, $\{U_{ij}\}^T = \{u_{ij}, \vartheta_{ij}, \dots\}$, $\{\sigma_{ij}\}^T = \{\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}\}$, $[B]$ – матрица градиента и $[D]$ – матрица упругих характеристик. В соответствии [2] экстремальные значения нормальных и касательных напряжений на «бесконечности», вызываемые длинными сейсмическими продольными волнами сжатия-растяжения V_p и поперечными волнами сдвига V_s , определяются выражениями

$$\sigma_{\min}^{\max} = \pm \frac{1}{2\pi} AK_1 \gamma V_p T_0 K_H = \pm P, \quad \tau_{\min}^{\max} = \pm \frac{1}{2\pi} AK_1 \gamma V_s T_0 K_H = \pm S \quad (5)$$

Скорости входящих в выражение (5) продольных V_p и поперечных V_s упругих волн вычисляются известными формулами

$$V_p = \sqrt{\frac{Eg(1-\nu)}{\gamma(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{Eg}{2\gamma(1+\nu)}}. \quad (6)$$

По вычисленным значениям нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем и внешнем контурах крепи определяются внутренние силы: изгибающий момент M и продольная сила N – по формулам работы [1]

$$M = bt^2(\sigma_{\theta}^{внутр} - \sigma_{\theta}^{внешн})/12. \quad (7)$$

$$N = bt(\sigma_{\theta}^{внутр} + \sigma_{\theta}^{внешн})/2. \quad (8)$$

В формулах (7) и (8): b – ширина рассматриваемого радиального сечения крепи, t – толщина крепи (высота радиального сечения). Эксцентритет продольной силы e_0 и критическая сила Nu определяются формулами той же работы [1]

При равномерной внешней нагрузке:

$$Nu = R_b bt. \quad (9)$$

При неравномерной внешней нагрузке –

$$Nu = R_b bt(1 - 2e_0/t). \quad (10)$$

Параметр R_b входящие в последние две формулы – (9) и (10) является расчетным сопротивлением бетона соответствующего класса по прочности на сжатие.

Наконец условие прочности крепи вычисляется по формуле

$$N \leq Nu \quad (11)$$

Сейсмические напряжения определяются формулами квазистатического подхода (5). Затем они суммируются со значениями статического напряжения, т.е. $\sigma_{\theta}^{статика} \pm \sigma_{\theta, \max}^{сейсм.}$

Максимальное сейсмическое напряжение определяется сочетанием одновременного приходящих волн сжатия-растяжения и

сдвигов. Всего допускается четыре таких комбинаций:

$$\mp \sigma_{\theta}^{сейсмV_p} \pm \sigma_{\theta}^{сейсмV_s} = \pm \sigma_{\theta, \max}^{сейсм}.$$

Изложенный алгоритм конечно элементного математического моделирования задачи о нахождений напряженно-деформированного состояния перегонных тоннелей метрополитенов позволяет решить задачу непосредственным составлением программы счета на алгоритмических языках высоких уровней.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М., Мир, 1982. –447 с.
2. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в неоднородной толще методом конечных элементов. (под ред. Акад.Ш.М. Айталиева) Алмата, 2002. –230 с.