

ЖЕР КӨЧКҮ БЕТТЕРИНДЕГИ СУЮУКТУКТУН БИР ӨЛЧӨМДҮҮ ИНФИЛЬТРАЦИЯСЫН ЭСЕПТӨӨ

Бийбосунов Б.И., Уметалиев М.У., Бексултанов Ж.Т.

И.Арабаев атындагы КМУ, И.Раззаков атындагы КМТУ

Инфильтрациялык факторлор дегенде, биз төмөндөгү көчкү жаратуучу негизги факторлордун жыйындысын түшүнөбүз:

Инфильтрациондук факторлор – климаттык шарттар, метеорологиялык шарттар, жер үстүндөгү суулар, тоо тектеринин мезгил мезгили менен тоңуусу жана эрүүсү жана алардын негизинде пайда болгон көчкү беттериндеги инфильтрациондук процесстер жана суюктуктун нымдуулук жана оордук өткөзүү процесстери.

Бизге белгилүү болгондой, берилген факторлор көчкү кубулуштарында маанилүү роль ойнойт, өзгөчө Кыргызстандын аймагында, жана аларды бардык көчкү жаратуучу негизги факторлордун илимий классификациясына киргизишет. Алар «инфильтрациондук факторлор» группасына бириктирилген, анткени бул факторлордун эсебинен көчкү коркунучун туудурган массивке нымдуулуктун сиңүү жана кирүү процесси жүрөт, б.а. гидродинамиканын көз карашы боюнча «топурак – суу» системасында инфильтрациондук агым жүрөт жана пайда болот. Көчкүлөрдүн калыптанышынын жана өнүгүшүнүн инфильтрациондук факторлордун изилдөө үчүн суюктуктун инфильтрация же ным өткөзүү теориясы колдонулат жана каралып жаткан агымдарды, баштапкы жана чектик шарттарда ар кандай тартиптеги жекече туундудагы

дифференциалдык теңдемелер түрүндө баяндап жазууга болот. Ошол себептен, гидродинамика теориясы “топурак – суу” системасындагы суюктуктун кыймылын аныктоочу бардык көчкү жаратуучу негизги факторлорду баяндап жазат жана аларды жер алдындагы гидродинамиканын аналитикалык, жакындаштырылган – аналитикалык жана эсептөө методдору менен изилдөөгө жардам берет. Демек, жалпы белгилүү көчкү жаратуучу факторлорду фильтрациондук жана инфильтрациондук факторлорго бөлүү аркылуу, биз аларды гидродинамиканын методдору аркылуу, ар кандай четки маселелер түрүндө моделдөө аркылуу изилдөө мүмкүнчүлүгүнө ээ болобуз. Берилген гидродинамикалык классификация, биз кездештирген көчкү тоо беттериндеги “топурак – суу” системасында жүрүп жаткан гидродинамикалык процесстердин мүнөзүн аныктоого мүмкүнчүлүк түзөт.

Метеорологиялык шарттар (атмосфералык жаан – чачындар) көчкү беттеринде суюктуктун инфильтрация процесстерин шарттайт. Көчкү беттеринде суюктуктун инфильтрация процесстерин жаз мезгилиндеги карлардын эриши дагы пайда кылат. Көчкү беттерине жер үстүндөгү суулардын эсебинен суюктуктардын сиңүүсү, белгисиз депрессия ийриси же топурактардагы суулардын деңгээли менен фильтрациондук агымдарды жана каныкпаган чөйрөдөгү инфильтрациялык процесстерди дагы жаратат.

Төмөндөгү маселени карайлы. Белгилей кетүүчү нерсе, топурактын нымдуулугу (табыйгый абалындагы жана суу менен толук каныккандагы) нымөткөзүү теңдемесин чыгаруу натыйжасында аныкталат:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(W) \frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{\partial K(W)}{\partial x} \quad (1)$$

Фильтрациялык процесстерди аныктоо үчүн стационардык эмес фильтрациянын теңдемеси колдонулат:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[K(W) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right] = 0 \quad (2)$$

Чөйрө бир тектүү – изотроптуу болгондо, фильтрация коэффициенти турактуу чоңдук болуп эсептелет жана бул учурда (2) теңдемеси төмөндөгүдөй түргө келет:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - K \frac{\partial^2 H(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

Дифференциалдык теңдемелерди автомоделдик формада чыгаруу методунун негизинде, берилген теңдемени тиешелүү баштапкы жана чектик шарттары менен аналитикалык чыгардык. (1) теңдемеси үчүн дагы ошону эле белгилөөгө болот.

Бул жерде, бир тектүү изотроптуу чөйрө үчүн жакындаштырылган түрдө

$$D(W)=D_0= \text{const жана } K(W)= K_0W,$$

эсептелсин, анда (1) теңдемеси төмөндөгүдөй түргө өзгөрөт:

$$\frac{\partial W}{\partial t} - D_0 \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - K_0 \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

(3) теңдемесин төмөндөгү баштапкы жана чектик шарттарындагы чыгарылыштарын келтирели:

$$\left. \begin{aligned} H(x,t)|_{t=0} &= H_0(x) & 0 \leq x \leq z \\ H(x,t)|_{x=0} &= H_{10}(t) & 0 \leq t \leq T \\ H(x,t)|_{x=z} &= H_{10}(t) & 0 \leq t \leq T \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(3) жана (5) баштапкы – четки маселелерин чыгарууну автомодельдик формада издейбиз:

$$H(x;t) = x^n f(z) \quad (6)$$

мында, $Z = \frac{t}{x^2}$, n – автомодельдүүлүк көрсөткүчү.

Берилген чыгарылышты (3) теңдемесине коюп жана бир нече өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзгөндөн кийин,

$$z^2 f''(z) + (m + a_0 z) f'(z) + b_0 f(z) = 0 \quad (7)$$

алабыз, мында

$$a_0 = -\frac{1}{2}(2n-3); b_0 = \frac{1}{4}n(n-1); m = -\frac{1}{4k}; \quad (8)$$

Андан ары өзгөртүп түзүү максатында,

$$f(z) = e^{-\xi} \xi^\nu \eta(\xi) \text{ мында } \xi = Z^{-1} \quad (9)$$

деп болжолдойбуз, анда төмөндөгүнү алабыз:

$$\xi^2 \eta''(\xi) + [(2-m)\xi + 2\nu + 2 - a_0] \xi \cdot \eta'(\xi) + [(1-m)\xi + 2\nu + 2 - a_0 - m\nu] \xi \cdot \eta(\xi) + [\nu^2 + (1-a_0)\nu + b_0] \cdot \eta(\xi) = 0 \quad (10)$$

Төмөндөгү барабардык орун алсын деп болжолдойлу:

$$\nu^2 + (1-a_0)\nu + b_0 = 0 \quad (11)$$

Берилген теңдеменин чыгарылышы төмөндөгүдөй түрдө болот:

$$\nu_1 = \frac{1-n}{2}; \quad \nu_2 = -\frac{n}{2} \quad (12)$$

(11) барабардыгынын негизинде (10) теңдемеси,

$$\xi \cdot \eta''(\xi) + [2\nu + 2 - a_0 + (2-m)\xi] \cdot \eta'(\xi) + [(1-m)\xi + 2\nu + 2 - a_0 - m\nu] \cdot \eta(\xi) = 0 \quad (13)$$

түрүнө келет.

(13) алынган теңдемени жөнөкөйлөтүү үчүн,

$$\eta(\xi) = e^{\frac{m-3\xi}{2}} \cdot U(\xi) \quad (14)$$

болсун деп болжолдойлу. Анда, бир канча өзгөртүүлөрдөн кийин төмөндөгүнү алабыз:

$$\xi \cdot U''(\xi) + [2\nu + 2 - a_0 - \xi] \cdot U'(\xi) + \left[\frac{1-m^2}{4} \xi + \frac{a_0 + m(2-a_0) - 2(\nu-1)}{2} \right] \cdot U(\xi) = 0 \quad (15)$$

(15) теңдемеси $m = \pm 1$ маанилеринде, же ошондой эле, $k = \pm \frac{1}{4}$

болгондо, гипергеометриялык теңдеме түрүнө келет. Бирок, физикалык ой жүгүртүүлөрдү эске алуу менен, К фильтрация коэффициенти оң сан болуусу керек, б.а. $k = \frac{1}{4}$ деп эсептеп, $m = -1$ маанисин кабыл алабыз. Анда (15) теңдемесинен төмөндөгүдөй гипергеометриялык теңдемени алабыз:

$$\xi \cdot U''(\xi) + [2\nu + 2 - a_0 - \xi] \cdot U'(\xi) + (\nu + 2 - a_0) \cdot U(\xi) = 0 \quad (16)$$

(16) теңдемесинин чыгарылыштары болуп төмөндөгү функциялар эсептелет:

$$U(\xi) = C_1 \cdot \Phi_1(q; p; \xi) + C_2 \cdot \xi^{1-p} \Phi_2(q - p + 1; 2 - p; \xi) \quad (17)$$

$$\text{мында } P = 2\nu + 2 - a_0 = 2 + n + \frac{1}{2}; \quad q = \nu + 2 - a_0 = \nu + n + \frac{1}{2} \quad (18)$$

C_1 жана C_2 – каалагандай турактуулар; $\Phi_1(\xi)$ жана $\Phi_2(\xi)$ - гипергеометриялык функциялар. (11) теңдемесинин тамырларына кайрылалык. Бул учурда төмөндөгүдөй учурлар болушу мүмкүн.

1. $\nu = \frac{1-n}{2}$, анда (18) барабардыгынын негизинде (14) жана (17) туюнтмаларынын эске алып, (9) формуласынан төмөндөгүнү алабыз:

$$f(z) = e^{-\frac{1}{z}} \cdot z^{\frac{n}{2}} \left[C_{02} \cdot \Phi_2\left(\frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; z^{-1}\right) + C_{01} \cdot z^{-\frac{1}{2}} \Phi_1\left(\frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; z^{-1}\right) \right] \quad (19)$$

(6) барабардыгын, (19) чыгарылышын колдонуп, акырында фильтрациондук күчтүн функциясы үчүн формулаларды алабыз, анда (6) формуласынын негизинде төмөндөгү чыгарылышы келип чыгат

$$H(x;t) = t^{\frac{n}{2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{t}} \cdot \left[C_{02} \cdot \Phi_2\left(\frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{x^2}{t}\right) + C_{01} \cdot \frac{x}{t^{\frac{1}{2}}} \Phi_1\left(\frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; \frac{x^2}{t}\right) \right] \quad (20)$$

2. $\nu = -\frac{n}{2}$, анда акырында төмөндөгүнү алабыз:

$$f(z) = e^{-\frac{1}{z}} \cdot z^{\frac{n}{2}} \left[C_{01} \cdot \Phi_1\left(\frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; z^{-1}\right) + C_{02} \cdot z^{-\frac{1}{2}} \Phi_2\left(\frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; z^{-1}\right) \right] \quad (21)$$

$$H(x;t) = t^{\frac{n}{2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{t}} \cdot \left[C_{01} \cdot \Phi_1\left(\frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{x^2}{t}\right) + C_{02} \cdot \frac{x}{t^{\frac{1}{2}}} \Phi_2\left(\frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; \frac{x^2}{t}\right) \right] \quad (22)$$

(19) формуласын (21) формуласы менен салыштырып, алар негизинен бирдей деген жыйынтыкка келебиз, ошондуктан

$$f(z) = e^{-\frac{1}{z}} \cdot z^{\frac{n}{2}} \left[C_1 \cdot \Phi_1\left(\frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; z^{-1}\right) + C_2 \cdot z^{-\frac{1}{2}} \Phi_2\left(\frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; z^{-1}\right) \right] \quad (23)$$

алабыз, ушул эле сыяктуу, коюлган маселенин акыркы чыгарылышын төмөндөгүдөй түрдө алабыз:

$$H(x;t) = t^{\frac{n}{2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{t}} \cdot \left[C_1 \cdot \Phi_1\left(\frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{x^2}{t}\right) + C_2 \cdot \frac{x}{t^{\frac{1}{2}}} \Phi_2\left(\frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; \frac{x^2}{t}\right) \right] \quad (24)$$

Автомоделдүүлүктүн көрсөткүчүнө ар кандай маанилерди берүү аркылуу, биз $f(z)$ жана $H(x;t)$ функциялары үчүн ар түрдүү формаларды ала алабыз.

Бул иште, нымдуулуктун топуракка вертикалдуу сиңүү процессин баяндап жазуучу, нымдуулуктун белгисиз функциясына карата инфильтрациянын модели сунушталган жана берилген класстагы инфильтрациялык маселелер үчүн иштелип чыккан жакындаштырылган – аналитикалык чыгаруу методдору көргөзүлгөн. Көчкү массивтерине нымдуулуктун сиңүү процессин карайлы. Аны экинчи тартиптеги параболалык тибиндеги квазисызыктуу дифференциалдык теңдеме менен баяндап жазууга болот:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(W) \frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{\partial K(W)}{\partial x} \quad (25)$$

төмөндөгүдөй баштапкы жана чектик шарттарда:

$$\begin{aligned} W(x; t) \Big|_{t=0} &= Q_0(x) \\ W(x; t) \Big|_{x=0} &= Q_0(t) \\ W(x; t) \Big|_{t=0} &= Q_1(t) \end{aligned} \quad D(W) \frac{\partial W}{\partial x} - K(W) \Big|_{x=h_0} = 0 \quad (26)$$

Мында $W(x; t)$ – izdeluyuchy nymduulukturn funktsiya; $D(W)$ жана $K(W)$ – тиешелүү түрдө диффузиянын жана ным өткөзүүчүлүктүн коэффициенттери жана аларды жалпысынан ным ташуу коэффициенттери деп атоого болот. (25) теңдемесинде $K(W)$ коэффициентинин болушу, берилген бир өлчөмдүү теңдемеси, тоо массивтеринин тамчылык дагы жана гравитациялык дагы нымдуулук сиңирүү күчтөрдү эске алат дегенди билдирет. Эгерде жакындаштырылган түрдө,

$$D(W) = D_0 = \text{const}; \quad K(W) = K_0 W,$$

болсун деп эсептесек, анда (2.3.25) теңдемеси жөнөкөй түргө келет:

$$\frac{\partial W}{\partial t} - D_0 \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - K_0 \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (27)$$

(26) келип чыккан, тиешелүү баштапкы жана чектик шарттары менен.

Берилген теңдеме ар кандай сандык методдор менен чыгарылган, ошондуктан аларды келтирүүнүн зарылчылыгы жок деп ойлойбуз. Андан сырткары ал жекече туундудагы дифференциалдык теңдемелерди автомобильдик чыгаруу методдору менен аналитикалык чыгарылган. Биз алган автомобильдик чыгарылыштын бирөөсүн келтирели:

$$W(x; t) = x \cdot t^{\frac{n-1}{n}} \cdot e^{\alpha_0 + \beta_0 x - \frac{x^2}{t}} \cdot \left[C_{01} \cdot \frac{\sqrt{t}}{x} \Phi_1\left(\frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{x^2}{t}\right) + C_{02} \cdot \Phi_2\left(\frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; \frac{x^2}{t}\right) \right]$$

Бул жерде, n - автомоделдүүлүк көрсөткүчүнө ар түрдүү маанилерди тандоо менен, нымдуулуктун функциясы үчүн ар кандай конкреттүү ачык түрлөрдү жана жекече чыгарылыштарды алууга болот.

АДАБИЯТТАР

1. Полубаринова – Кочиа Н.Я. Теория движения грунтовых вод. М. Наука 1977г.
2. Бийбосунов Б.И., Уметалиев М.У. аналитические и приближенно-аналитические методы фильтрации и инфильтрации жидкости в различных средах. Бишкек. Илим.1998г.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям Наука, М.: 1971г.