

**БИР ТЕКТЪЪ – АНИЗОТРОПТУУ Ч+ЙР+Д+ГЪ
СТАЦИОНАРДЫК ЭМЕС ЫЧ +ЛЧ+МДЪЪ ФИЛЬТРАЦИЯНЫН
МАСЕЛЕЛЕРИН КАТАРЛАРДЫН ЖАРДАМЫ МЕНЕН
ЧЫГАРУУ**

Бийбосунов Б.И., Уметалиев М.У., Бексултанов Ж.Т

И.Арабаев атындагы КМУ, И.Раззаков атындагы КМТУ

Бизге белгилүү болгондой, Кыргызстандын тоолуу райондорунун аймактарында, элдик чарбага жана өлкөнүн калкына маанилүү залал келтирүүчү жер көчкү, сел, уранды, кар көчкүлөрү жана башка ушулар сыяктуу, коркунучтуу экзогендик-геологиялык кубулуштар дайыма кездешип турат. Жыйынтыгында бул жаратылыш кубулуштарынын, өзгөчө көчкү кубулуштарынын, коркунучтуулугун азайтуунун эффективдүү методдорун иштеп чыгуу илимий жана инженердик – геологиялык изилдөөлөрдүн бирден бир негизги маселелери болуп эсептелет. Бул маселелерди, алардын пайда болуусунун жана өнүгүүсүнүн сандык жана сапаттык механизмдери жетишээрлик так баяндалганда жана маани берилгенде гана чыгаруу мүмкүн болот.

Математикалык моделдөө теориясы боюнча, изилденүүчү кубулушту ар кандай кошумча берилиштери менен адекваттуу баяндап жазуучу дифференциалдык теңдемени баштапкы-четтик шарттары түрүндө табуу, формулировкаланган маселенин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздандыруу, негизги маселе болуп эсептелет.

Чыныгы кубулушту, анын тигил же бул божомолдоолорунда жана кабыл алууларында, аны математикалык модель менен алмаштыруу

изилдөө үчүн заманбап математикалык аппараттарды жана заманбап эсептөө техникаларын колдонууга мүмкүндүк түзөт. Ошол эле учурда эске алуучу нерсе, математикалык моделдөө методдорунун өзгөчөлүгүнүн бири болуп, ар түрдүү жана ар сапаттуу маселелерди чыгаруу үчүн аларды колдонуунун потенциалдык мүмкүнчүлүктөрү эсептелет, жана жыйынтыгында белгилүү апробирленген моделдердин жаңы баяндалган маселелерин чыгаруу үчүн колдонуу.

Көчкүлөрдүн калыптануу жана өнүгүү процессинде, гидрогеологиялык, гидрологиялык шарттар жана тектердин нымдуулугу чоң мааниге жана ролго ээ. Ошондуктан, берилген факторлор бардык кеңири таралган илимий адабияттарда, көчкү жаратуучу факторлордун классификациясы, дайыма кирет. Ошол себептен, фильтрациондук факторлор гидродинамиканын көз карашы боюнча «топурак-суу» системасында же көчкү коркунучу бар беттердеги кыртыш сууларынын суу түртүүсү бар жана суу түртүүсү жок агымдарын баяндап жазат. Фильтрациондук көчкү жаратуучу факторлорду изилдөө үчүн фильтрация теориясы колдонулат жана каралып жаткан агымдарды, баштапкы жана чектик шарттарда ар кандай тартиптеги жекече туундудагы дифференциалдык теңдемелер түрүндө баяндап жазууга болот.

Бул иште бир тектүү – анизотроптуу чөйрөдөгү стационардык эмес үч өлчөмдүү фильтрациянын маселелерин катарлардын жардамы менен чыгаруу каралган. Мындай четтик маселе, биз билгендей көчкү беттериндеги фильтрациялык агымдар үчүн гана эмес, башка дагы бир тектүү жана бир тектүү эмес чөйрөлөрдөгү суюктуктун механикасынын ушул сыяктуу маселелери үчүн колдонууга болот.

Бизге белгилүү болгондой, бир тектүү – анизотроптуу чөйрөдөгү стационардык эмес мейкиндиктик фильтрациянын четки маселелери

экинчи тартиптеги жекече туундудагы теңдеме менен баяндап жазылат:

$$\frac{\partial}{\partial x}[k_1 \frac{\partial H}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y}[k_2 \frac{\partial H}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z}[k_3 \frac{\partial H}{\partial z}] = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$

төмөндөгүдөй баштапкы – четки шарттарда

$$\begin{aligned} H(x, y, z, t)|_{t=0} &= H_0(x, y, z) & 0 \leq t \leq T \\ H(x, y, z, t)|_{x=N_0} &= H_{01}(t, y, z) \\ H(x, y, z, t)|_{x=N_1} &= H_{11}(t, y, z) \\ H(x, y, z, t)|_{y=N'_0} &= H_{02}(x, t, z) \\ H(x, y, z, t)|_{y=N'_1} &= H_{12}(x, t, z) \\ H(x, y, z, t)|_{z=N''_0} &= H_{03}(x, y, t) \\ H(x, y, z, t)|_{z=N''_1} &= H_{13}(x, y, t) \\ N_0 \leq x \leq N_1 & \quad N'_0 \leq y \leq N'_1 \quad N''_0 \leq z \leq N''_1 \end{aligned} \quad (2)$$

мында $H(x, y, z, t)$ – izdeluyuchy suyuktuk kychnyn funktsiya, K_1, K_2, K_3 - фильтрация коэффициенттери, топурак бир тектүү – анизотроптуу деп эсептелет ($K_1 \neq K_2 \neq K_3 = const$).

(1)-(2) баштапкы маселелерди карайлы. Чыгаруу үчүн төмөндөгүдөй ыкманы колдонобуз жана suyuktuk kychnyn funktsiya (3) түрүндө издейбиз:

$$H(x, y, z, t) = \tau^m \cdot f(\tau), \quad \tau = \frac{t}{(x + y + z)^2} \quad (3)$$

бул жерде m - автомобильдүүлүк көрсөткүчү.

Башында убакыт боюнча туундусун жана X боюнча туундусун табыз.3:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\tau^m}{(x + y + z)^2} \cdot \left[\frac{m}{\tau} f(\tau) + f'(\tau) \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{2t \cdot \tau^m}{(x+y+z)^3} \cdot \left[\frac{m}{\tau} f(\tau) + f'(\tau) \right] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = & m(m-1)\tau^{m-2}\tau^2 \frac{4}{(x+y+z)^2} f(\tau) + m\tau^{m-1}\tau \frac{6}{(x+y+z)^2} f(\tau) + \\ & + m\tau^{m-1}\tau^2 \frac{4}{(x+y+z)^2} f'(\tau) + m\tau^{m-1}\tau^2 \frac{4}{(x+y+z)^2} f'(\tau) + \\ & + \tau^m\tau \frac{6}{(x+y+z)^2} f'(\tau) + \tau^m\tau^2 \frac{4}{(x+y+z)^2} f''(\tau) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{4\tau^m}{(x+y+z)^2} \left[\tau^2 f''(\tau) + (2m + \frac{3}{2}) \cdot \tau \cdot f'(\tau) + m(m + \frac{1}{2}) f(\tau) \right] \quad (6)$$

Ушул эле сыяктуу $\frac{\partial H}{\partial y}$, $\frac{\partial H}{\partial z}$, $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}$ табылат. (4)-(6) барабардыктарын

(1) баштапкы теңдемесине коюп жана татаал эмес өзгөртүүлөрдөн кийин төмөндөгүлөрдү алабыз

$$\begin{aligned} & \tau^2 f''(\tau) + \left[(2m + \frac{3}{2})\tau - \frac{1}{12(k_1 + k_2 + k_3)} \right] f'(\tau) + \\ & + \left[m(m + \frac{1}{2}) - \frac{m}{\tau} \frac{1}{12(k_1 + k_2 + k_3)} \right] f(\tau) = 0 \\ & \tau^3 f''(\tau) + \left[(2m + \frac{3}{2})\tau + k \right] \cdot \tau \cdot f'(\tau) + \left[m(m + \frac{1}{2}) + mk \right] \cdot f(\tau) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Мында $K = -\frac{1}{12(K_1 + K_2 + K_3)} \quad (8)$

(7) теңдемесинин чыгарылышын төмөндөгү катар түрүндө издейбиз

$$f(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \cdot \tau^{i+\alpha} \quad (8)$$

мында $a_0 \neq 0$, α – аныктамага туура келүүчү, мүнөздөөчү көрсөткүч, $a_i (i=1,2,...)$ - белгисиз коэффициенттер. Белгилей кетүүчү нерсе, (9), (9) катары жыйналуучу болуп эсептелет. Андан кийин биринчи жана экинчи туундуларын эсептейбиз

$$f'(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i (i + \alpha) \cdot \tau^{i+\alpha-1} \quad (10)$$

$$f''(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i (i + \alpha)(i + \alpha - 1) \cdot \tau^{i+\alpha-2} \quad (11)$$

(10)-(11) туундуларынын маанилерин (7) теңдемесине коюп,

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} a_i (i + \alpha)(i + \alpha - 1) \tau^{i+\alpha+1} + (2m + \frac{3}{2}) \sum_{i=0}^{\infty} a_i (i + \alpha) \tau^{i+\alpha+1} + \\ + k \sum_{i=0}^{\infty} a_i (i + \alpha) \tau^{i+\alpha} + [m(m + \frac{1}{2}) + mk] \sum_{i=0}^{\infty} a_i \cdot \tau^{i+\alpha} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

алабыз. Андан ары,

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} a_i (i + \alpha)(i + \alpha - 1 + 2m + \frac{2}{3}) \tau^{i+\alpha+1} + [k\alpha + m(m + \frac{1}{2}) + mk] \cdot a_0 \tau^{\alpha} + \\ + \sum_{i=0}^{\infty} [k(i + 1 + \alpha) + m(m + \frac{1}{2}) + mk] \cdot a_{i+1} \tau^{i+\alpha+1} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

ээ болобуз. Акыркы (13) туюнтмасынан, төмөндөгүдөй барабардыктар орун алсын дейли

$$a_0 \neq 0, \quad a_0 \neq 1, \quad k \cdot \alpha + m(m + \frac{1}{2}) + mk = 0 \quad (14)$$

Анда α параметри үчүн аныктоочу барабардыкты алабыз

$$\alpha = - \frac{m(m + k + \frac{1}{2})}{k} \quad (15)$$

(15) барабардыгы, (8) барабардыгы менен аныкталган, К фильтрация коэффициенти жана m автомоделдүүлүк көрсөткүчү менен байланышкан, α - мүнөздөөчү көрсөткүчтү аныктоо үчүн мүмкүнчүлүк берет. (14) – (15) формулаларын эске алып, (13) барабардыгынан,

$$(i + \alpha + 2m + \frac{1}{2})(i + \alpha) \cdot a_i + [k(i + \alpha + 1) + m(m + \frac{1}{2}) + km] \cdot a_{i+1} = 0 \quad (16)$$

алабыз.

Акыркы барабардыкты өзгөртүп түзгөндөн кийин,

$$a_{i+1} = - \frac{(i + \alpha)(i + \alpha + 2m + \frac{1}{2})}{k(i + \alpha + m + 1) + m(m + \frac{1}{2})} \cdot a_i \quad (17)$$

туюнтмасын алабыз. Демек, биз ((49) берилген катарынын коэффициенттерин аныктоо үчүн рекурренттик формуланы алдык. Анда, (7)

теңдемесинин чыгарылышын төмөндөгүдөй түрдө элестетүүгө болот:

$$f(\tau) = A \cdot \tau^{-\frac{m(m+k+\frac{1}{2})}{k}} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} a'_i \cdot \tau^i \quad (18)$$

мында a'_i – (17) рекурренттик формуласынан аныкталат, A – бул каалагандай турактуу. (18) табылган маанилерин (2) формуласына коюпжана жыйынтыгында,

$$H(x, y, z, t) = \left[\frac{(x + y + z)^2}{t} \right]^{\frac{m(m+\frac{1}{2})}{k}} \cdot A \cdot \sum_{i=0}^{\infty} a'_i \left[\frac{t}{(x + y + z)^2} \right]^i \quad (19)$$

формуласын алабыз. Акыркы (19) туюнтмасы биздин (1) стационардуу эмес үч өлчөмдүү теңдеменин чыгарылышын билдирет. Мында a'_i – (16) формуласына ылайык (17) рекурренттик формуласынан аныкталат, m – автомобильдүүлүк көрсөткүчү, A – (2) маселесинин чектик шарттарына ылайык аныкталуучу каалагандай турактуу. Демек, (1)-(2) түрүндөгү фильтрациянын стационардуу эмес үч өлчөмдүү баштапкы – четки маселелеринин жакындаштырылган аналитикалык чыгарылыштары алынган. Алар сандык чыгарылыштарды текшерүү жана салыштыруу үчүн негиз болуп эсептелет.

АДАБИЯТТАР

1. Полубаринова – Кочиа Н.Я. Теория движения грунтовых вод. М. Наука, 1977г.
2. Бийбосунов Б.И., Уметалиев М.У. аналитические и приближенно-аналитические методы фильтрации и инфильтрации жидкости в различных средах. Бишкек. Илим.1998г.
3. Абуталиев Ф.Б. и др. Методы математического моделирования гидродинамических процессов. М. Недрa. 1972г.
4. Тихонов А.М., Самарский А.А. Уравнения математической физики М. Наука. 1972г.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М. Наука. 1976г.