

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ

Абдиева Л.К.

КГУСТА им. Н. Исанова

В данной статье рассматривается применение алгоритма случайного поиска в задаче оптимального проектирования конструкций.

Широкий класс задач, встречающихся при оптимальном проектировании конструкций, может быть математически сформулирован в виде задач нелинейного программирования, т.е. задач поиска экстремума целевой функции нескольких переменных

$$z = z(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

Множество Ω независимых переменных $x=(x_1; x_2; \dots; x_n)$ представляет собой часть многомерного евклидова пространства, которая определяется ограничениями, накладываемыми на независимые переменные. Ограничения могут быть представлены в виде равенств:

$$y_i(x) = 0 \quad (i=1,2,\dots,k) \quad (2)$$

или неравенств:

$$y_i(x) \leq 0, \quad (3)$$

или же тех и других одновременно.

Целевая функция (1) и ограничения (2), (3) очень часто являются нелинейными, невыпуклыми и трудновычислимыми соотношениями. В таких случаях функция z обычно имеет на множестве Ω несколько локальных экстремумов. При решении таких задач «регулярные» методы поиска экстремума, в которых положение точки x в множестве Ω однозначно определяет весь дальнейший ход решения, например метод

динамического программирования, обычно требуют больших затрат машинного времени и сложны для применения. Поэтому в таких случаях применяется другой подход, связанный с введением элемента случайности в алгоритм поиска. Эта случайность оправдывается отсутствием информации о поведении объекта.

В ряде случаев введение такого поведения дает возможность построить весьма простые и эффективные алгоритмы случайного поиска, которые в некоторых случаях и по определенным критериям не только соперничают, но и превосходят регулярные алгоритмы поиска.

Идея метода случайного поиска заключается в отыскании оптимального значения целевой функции путем случайного совокупности значений независимых переменных, принадлежащих области допустимых значений Ω . Перебор при поиске минимума может осуществляться следующим образом:

1. Вычисляется значение случайной векторной величины $x=(x_1; x_2; \dots; x_n)$, которая распределена с какой-нибудь плотностью вероятностей во множестве Ω . Например, равномерное распределение случайной величины x означает, что вероятность попадания этой величины в любую точку множества Ω одинакова.
2. Вычисляется значение целевой функции в полученной случайной точке. Если оно меньше, чем значение в предыдущей точке, то новую точку следует запомнить, а старую забыть; затем проверить условие остановки и перейти к п.1.

Такой перебор, очевидно, приводит к цели не быстрее полного перебора в какой-нибудь регулярной последовательности.

Возможны и другие алгоритмы перебора, например движение с заданным шагом в случайном направлении.

Большие возможности ускорения сходимости алгоритмов случайного поиска заложены в их способности к самообучению. Самообучение

означает изменение закона распределения случайной величины x на множестве Ω в зависимости от результатов предшествующих испытаний. Например, для описанного выше алгоритма самообучение может означать увеличение вероятности попадания случайной величины x в область, близкую к точке наименьшего, найденного к данному моменту, значения целевой функции z , т.е. изменение закона распределения случайной величины в зависимости от результатов предыдущих испытаний. Сходимость метода случайного поиска определяется законом больших чисел; вероятность попадания в достаточно малую окрестность оптимальной точки близка к единице при достаточно большом числе испытаний. Практическое применение указанного метода возможно только с использованием вычислительных машин.

Простейшим алгоритмом случайного поиска с самообучением является поиск с распределением типа «локона Аньезе» [2], который служит для отыскания переменной x на отрезке $[x_1, x_2]$. Этот алгоритм позволяет «стягивать» равномерно распределенную случайную величину ξ к вычисленному на предыдущих шагах поиска оптимальному значению x в соответствии с формулой

$$\xi_1 = x + (\xi - x) / (1 + e (\xi - x)^2),$$

где e – параметр самообучения. В начале поиска $e = 0$, и приведенная формула определяет тождественное преобразование переменной ξ . В процессе поиска e изменяется по формуле

$$e_1 = e + 0,1 / (x_2 - x_1)^2.$$

Таким образом, в ходе поиска стягивание производится все сильнее и сильнее. В качестве начального приближения для x можно принять: $x = 0,5 (x_2 + x_1)$.

Для многомерного поиска с допустимой областью в виде параллелепипеда указанная процедура производится с каждой переменной.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу: заданы схема и две нагрузки для двухпролетной жестко-пластической неразрезной

балки из двух элементов постоянного прямоугольного сечения, определяемых пластическими моментами M_1^0 и M_2^0 (рис.1). Требуется так подобрать значения M_1^0 и M_2^0 , чтобы добиться минимума веса конструкции, если ее элементы берутся из сортамента двутавров.

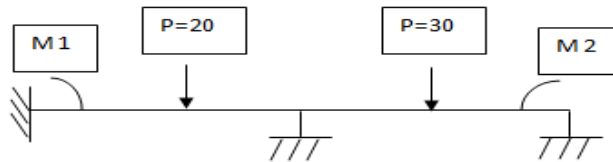


Рис.1.

Решение. Зависимость между весом двутавров и их предельным пластическим моментом представляется степенной функцией вида

$$z = 2 (M_1^0)^{0,6} + 2 (M_2^0)^{0,6} \rightarrow \min. \quad (4)$$

Функция (4) является нелинейной, что исключает прямое использование линейного программирования, и, кроме того невыпуклой, что делает возможным наличие локальных экстремумов. Для решения задачи в этих условиях рационально использовать процедуру минимизации методом случайного поиска с самообучением. Условия равновесия и пластичности удобно представить в виде:

$$y_1 = |M_1| - M_1^0 \leq 0;$$

$$y_2 = \left| 10 + \frac{M_1 + M_3}{2} \right| - M_1^0 \leq 0;$$

$$y_3 = |M_3| - M_1^0 \leq 0;$$

$$y_4 = |M_3| - M_2^0 \leq 0;$$

$$y_5 = \left| 15 + \frac{M_3}{2} \right| - M_2^0 \leq 0.$$

Чтобы избавиться от ограничений, используем вместо функции z штрафную функцию $z1$: $z1 = z + \sum_{i=1}^5 \alpha_i y_i$,

где α_i принимают значения

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{при } y_i \leq 0; \\ 100 & \text{при } y_i > 0. \end{cases}$$

Таким образом, целевая функция «штрафуется» за невыполнение ограничений. При этом чем больше неувязка в удовлетворении неравенств, тем больше штраф. Применяв вышеуказанную процедуру алгоритма случайного поиска с самообучением типа «локона Аньезе» при числе испытаний $N = 1000$ получили следующие значения: $M_1^0 = 5,64$; $M_2^0 = 12,9$; $M_1 = -4,75$; $M_2 = -5,03$; $z = 14,96$.

Полученные значения близки к значениям, полученных при решении данной задачи симплекс-методом. Различие объясняется приближенным характером метода штрафных множителей для учета ограничений и метода случайного поиска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутуев М.Д. Оптимальное управление распределением внутренних усилий строительных конструкций. – Б.: Механика, 1999.
2. Абовский Н.П. Избранные задачи по строительной механике и теории упругости (регулирование, синтез, оптимизация). – М.: Стройиздат, 1978.
3. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986.