

К ВОПРОСУ ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССА НАКОПЛЕНИЯ ВЛАГИ В ГРУНТАХ

Оползневые процессы по глубине захвата горного склона разделяются на: поверхностные, расположенные в зоне сезонного колебания влажности и температуры грунтов; глубокие оползни, поверхность скольжения которых находятся глубже зоны сезонного колебания влажности и температуры грунтов.

Основным фактором образования оползней поверхностного типа являются атмосферные осадки и талые воды снежников. Глубокие же оползни в основном образуются с участием подземных вод. Таким образом, наиболее активным фактором образования оползней являются обильные и затяжные дожди. Значительное влияние на устойчивость рыхлых отложений оказывают подземные воды, колебания их уровней в сторону увеличения, также вызывает образование оползней.

Вообще говоря, все факторы, обуславливающие возникновению и развитию оползневых явлений можно разделить на два класса: независимые или основные и производные. К основным или независимым классам относятся геологическое строение горных склонов, рельеф местности, сейсмическая активность территории. Производные факторы включают в себя гидрогеологические условия, поверхностный сток воды, растительный и почвенный покров, а также сезонное промерзание и оттаивание горных пород и другие. С точки зрения математики оба класса являются необходимыми и достаточными условиями формирования всех оползневых процессов. Предварительное изучение оползневых процессов можно сделать следующее заключение: определяющим в развитии активизации оползневых явлений являются процессы насыщения основной массы горных пород влагой как за счет подземных (грунтовых) вод, так и за счет выпадения осадков, снеотаяния, поверхностного стока на склонах, которые образуют процесс фильтрации и инфильтрации.

Несколько слов об условиях поступления атмосферных осадков и распределение их на оползневом склоне. На склонах гор снег накапливается неравномерно, он сдувается ветром и в больших количествах оседает в различного рода углублениях и таяние снегового покрова происходит неравномерно. Распределение дождевых вод также неравномерно и зависит от условий рельефа и способности грунта задерживать или впитывать в себя воду. На крутых склонах вода обычно не задерживается и стекает в пониженные места, где и может образовать застои и вызывать оползни. В рыхлых грунтах вода задерживается, но влияние этой воды на устойчивость склона зависит от абсолютного количества выпадающих осадков. Еще следует отметить, что вкапывание и рыхление почвы в некоторых случаях могут привести к чрезмерному увлажнению пород и в связи с этим - к нежелательным оползневым явлениям.

Анализ всех приведенных основных факторов возникновения и развития оползней позволяет сделать следующие выводы: для оползневых процессов большое значение имеют гидрогеологические и гидрометеорологические факторы. Мы неизбежно сталкиваемся с динамикой жидкости в оползневых склонах и ее воздействием на устойчивость горных пород и грунтов. Для этой сложной системы «грунт-вода» используются теории и методы гидродинамики, где происходит проникновение влаги в грунт. Естественно, движение жидкости внутри грунта, под действием гидрогеологических и гидрометеорологических условий влияет на устойчивость грунтовых массивов, приводит к нарушению их равновесного состояния и потере устойчивости. Все это говорит о том, что на возникновение, развитие, активизацию и механизм движения оползней большое влияние оказывают процессы, связанные с динамикой жидкости в оползневых склонах (колебания уровней подземных вод, процессы фильтрации и инфильтрации воды в горных склонах, влагопереноса). Проблемы и задачи, связанные с гидродинамическими процессами в оползневых склонах и вопросы устойчивости их против сползания с горных склонов, являются важными.

Моделируя различные типы фильтрационных и инфильтрационных течений жидкости в различных средах, при определенных упрощающих физико-механических допущениях, применяя современный математический аппарат, можем дать количественную и качественную оценку происходящих процессов на склонах и получить определенные данные о развитии и активизации оползней. Зная тип и характер исследуемого течения, движения воды в грунтах можно выбрать для их моделирования уравнение фильтрации и сформулировать дополнительные данные в виде начальных и граничных условий.

Сели – это внезапные горные потоки, обильно насыщенные твердым материалом, возникающие во время дождей, при интенсивном таянии снега, льда, а так же при прорыве запруд и плотин в долинах, где имеются большие запасы рыхлообломочного материала. Формирование селей всегда связано с выпадением большого количества жидких осадков или интенсивного снеготаяния. Очаги этой группы селей имеют широкое распространение в нашей Республике, и к ним приурочено наибольшее число случаев образования селей, которые как правило не носят катастрофического характера, но при выходе в крупные водотоки могут сформировать более мощные селевые потоки. Поэтому, для выяснения этих процессов, то есть до прорыва потока первоначально нами изучается процесс накопления влаги в грунтах, используя математические модели движения воды в самих грунтах.

Известно, что оползни и сели в горных и в предгорных зонах происходят при насыщении почв и грунтов влагой. Вследствие их тяжести, прорыв происходит в наиболее слабых местах. Рассматриваемые вопросы как водоудерживающая способность почв, определяемые условиями гидродинамического равновесия, ее характеристиками, влагообменом и влагопереносом. Это гидромеханическое направление почвенной гидрологии получило свое развитие в последние годы.

Другое направление рассматривает физико-механические свойства почв, характер и интенсивность взаимодействия почвенных частиц. Движение влаги внутри почвы зависит во многом от изменения геометрии порового пространства занятого водой. Это направление почвенной гидрологии относится к физико-химической механике дисперсных систем. При рассмотрении движения почвенной влаги в набухающих грунтах или при мерзлотном их пучении, оба направления почвенной гидрологии объединяются. Уже перечисленные основные направления изучения движения подпочвенных вод и рассматриваемые в них проблемы указывают на то, что поверхностные силы являются основными факторами во всех этих процессах. До определенного момента многие разделы почвенной гидрологии, в какой-то степени, удовлетворяло требованиям практики. Накопленные экспериментальные данные, их обобщения качественного характера, позволили выработать определенные приемы для рассматриваемых задач, перехода от качественного описания явлений к развитию количественной теории процессов, к их математическому моделированию, количественных методов прогнозирования, моделированию всего накопительного процесса влаги в почвогрунтах в горных предгорных зонах.

На сегодняшний день можно назвать, что уже проведены следующие этапы разработки математических моделей почвенно-гидрологических процессов: исследование механизмов проникновения и просачивания влаги внутрь грунта и формализация основных их законов движения; составление общей системы уравнений и выбор ее упрощенного варианта; схематизация изучаемого объекта и математическая постановка краевых задач; определение основных параметров уравнения, моделирующего рассматриваемый объект и уточнение краевых условий; разработка алгоритмов, программ и решение краевых задач; оценка погрешностей в связи с «огрублением», составленной математической модели; сопоставление результатов расчетов с лабораторными и натурными наблюдениями.

Уже на самых первых этапах моделирования, стоят разделы, полностью определяемые уровнем изученности поверхностных сил и явлений. Действительно, основными факторами, определяющими процессы проникновения воды в грунты, заполнения и насыщения их влагой являются силы тяжести воды, действующие на грунт. Понятие о расклинивающем давлении дает основу современной теории уплотнения и набухания почвы и грунтов. Важность этого понятия, что вода при малых сдвиговых напряжениях находится в тех пределах, когда отклонения от ньютоновского закона оказываются существенными. В определенных условиях даже самые незначительные, совершенно незаметные движения объемной жидкости, могут играть существенную роль при рассмотрении равновесия или движения жидкости через глинистые грунты, оказать существенное влияние на характер самого движения грунтов.

Ниже для исследования инфильтрационных процессов, когда несжимаемая жидкость поступает в грунт или в горные земляные грунты через

их поверхность за счет атмосферных осадков, орошения, полива, сброса сточных вод, поверхностного стока, рассматривается функция влажности или концентрация влаги в одномерном случае. Одним из основных уравнений влагопереноса или движения влаги в ненасыщенных средах с учетом гравитационных сил (сил притяжения), является уравнение вида [1]

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [D(W) \frac{\partial W}{\partial x}] + \frac{\partial K(W)}{\partial x} \quad (1)$$

Это классическое уравнение, называемое уравнением Фика, описывает одномерную вертикальную инфильтрацию жидкости в грунтах и является нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных. Здесь $W(x, t)$ - неизвестная функция влажности, $D(W)$ и $K(W)$ - коэффициенты диффузии и влагопроводности.

Для решения уравнения (1) поступим следующим образом. Разлагая коэффициенты диффузии и влагопроводности $D(W) = D_0 + D_1 W + \dots$, $K(W) = K_1 + K_2 W + \dots$ и вводя новую функцию $\bar{W}(x, y) = D_0 + D_1 W$, (2) получим следующее нелинейное уравнение (тильду для удобства отбросим)

$$W_t = W W_{xx} + W_x^2 + K_0 W_x, \quad K_0 = \frac{K_1 D_1}{D_0} \quad (3)$$

1. Решение последнего уравнения ищем в виде $W(x, t) = t \cdot f(\eta)$, $\eta = \frac{x}{t}$ (4)

Определяя необходимые частные производные и подставляя в уравнение (3), получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение

$$f f'' + f'^2 + (\eta + K_0) f' - f = 0 \quad (5)$$

Решение уравнения (5) найти довольно трудно, тем не менее, его решения можно найти в виде полинома второй степени $f(\xi) = C_0 \eta^2 + C_1 \eta + C_2$, (6)

в результате, которого имеем систему уравнений

$$1. 6C_0^2 + C_0 = 0 \quad 2. 3C_1 + K_0 = 0 \quad 3. 2C_0 C_2 + C_1^2 + C_1 K_0 - C_2 = 0.$$

В результате решения этой системы находим два решения

$$f(\eta) = \frac{-1}{6} \eta^2 - \frac{K_0}{3} \eta + \frac{K_0^2}{6}, \quad f(\eta) = K_0 \xi + 2K_0^2,$$

а с учетом (4), искомые функции запишутся

$$W(x, t) = \left(\frac{-x^2 - 2K_0 x t + K_0^2 t^2}{6t} \right), \quad W(x, t) = K_0 x + 2K_0^2 t \quad (7)$$

Эти решения могут быть использованы при расчете наполнения грунта водой по глубине и времени, причем величина K_0 играет существенную роль при движении влажности внутри грунта.

2. Решение уравнения (3) ищем в виде

$$W(x, t) = f_0(\xi) \cdot T(t), \quad \xi = \frac{x}{R(t)} \quad (8)$$

Определяя частные производные $\xi_x = 1/R(t)$, $\xi_t = -\xi \frac{R'}{R}$,

$$W_t = -f_0' \xi \frac{R'}{R} T + f_0 T \quad , \quad W_x = f_0' \frac{T}{R} \quad , \quad W_{xx} = f_0'' \frac{T}{R^2} \quad ,$$

и подставляя в рассматриваемое уравнение, получим следующее выражение

$$f_0 f_0'' + f_0'^2 + \frac{R}{T} K_0 f_0' = -\xi f_0' \frac{R' T}{R^2} + f_0 T' \quad . \quad (9)$$

До сих пор величины $T(t)$, $R(t)$ были произвольные функции, поэтому потребуем, чтобы

$$T(t) = \exp nt \quad , \quad R(t) = A \exp nt \quad (10)$$

тогда выражение (9) перепишется

$$f_0 f_0'' + f_0'^2 + (m\xi + K_0) f_0' - m f_0 = 0 \quad , \quad m = nA^2 \quad . \quad (11)$$

Если искать решения уравнения (11) в виде полинома второй степени, получим два решения

$$f_0(\xi) = -\frac{m}{6} \xi^2 - \frac{K_0}{3} \xi + \frac{K_0^2}{6m} \quad , \quad f_0(\xi) = K_0 \xi + \frac{K_0^2}{6m} \quad , \quad \xi = \frac{x}{A \exp nt} \quad . \quad (12)$$

А искомые функции влажности примут вид

$$W(x, t) = \frac{-n^2 A^2 x^2 - 2K_0 n A x \exp nt + K_0^2 \exp^2 nt}{6 \exp nt} \quad , \quad (13)$$

$$W(x, t) = \frac{K_0 x}{A} + \frac{K_0^2}{6nA^2} \exp nt \quad , \quad (14)$$

т.е. так же зависят от коэффициентов теплопроводности.

III. Если искать решение уравнения (3) в виде плоской волны

$$W(x, t) = f_0(\xi) \quad , \quad \xi = x - at \quad , \quad (15)$$

то получим относительно $f_0(\eta)$, обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение вида

$$f_0 f_0'' + f_0'^2 + (K_0 + a) f_0' = 0 \quad . \quad (16)$$

Вводя новую функцию $f_0' = P$, $f_0'' = PP'$ получим уравнение, которые после интегрирования запишется, как $f_0' + (a + K_0) = \frac{1}{C_0 f_0}$. Интегрируя последнее уравнение еще раз получим

$$f_0(\eta) + \frac{1}{(K_0 + a)C_0} \ln \left| f_0(\eta) - \frac{1}{(a + K_0)C_0} \right| = C_1 - (a + K_0)\eta \quad .$$

Таким образом, функция $W(x, t)$ окончательно примет вид

$$W(x, t) + \frac{1}{(a + K_0)C_0} \ln \left| W(x, t) - \frac{1}{(K_0 + a)C_0} \right| = C_1 - (a + K_0)(x - at) \quad , \quad (17)$$

т.е. искомая функция определяется неявно.

IV. Предложим, что решение (3) можно определить в виде

$$W(x, t) = x^2 T_1(t) + x T_2(t) + T_3(t) \quad . \quad (18)$$

Определяя частные производные, подставляя в само уравнение, получим следующее выражения

$$x^2 T_1' + x T_2' + T_3' = 6x^2 T_1^2 + 6x T_1 T_2 + 2 T_1 T_3 + T_2^2 + K_0(2x T_1 + T_2). \quad (19)$$

Собирая члены при одинаковых степенях x , имеем систему из трех уравнений для определения T_1, T_2 и T_3

$$\text{а) } T_1' = 6T_1^2, \quad \text{б) } T_2' - 6T_1 T_2 = 2K_0 T_1, \quad \text{в) } T_3' - 2T_1 T_3 = T_2^2 + K_0 T_2. \quad (20)$$

Из первого уравнения этой системы находим

$$T_1(t) = \frac{1}{C_0 - 6t} \quad (21)$$

и подставляя его во второе уравнения, получим

$$T_2' - \frac{6}{C_0 - 6t} T_2 = \frac{2K_0}{C_0 - 6t}. \quad (22)$$

Однородная часть имеет решения $T_{20}(t) = \frac{6C_1}{6t - C_0}$, а правую часть

неоднород-ного уравнения ищем методом неопределенных коэффициентов и находим частное решение, т.е.общее решение второй функции имеет вид

$$T_2(t) = \frac{2C_0 K_0}{3(6t - C_0)} - \frac{K_0}{3}. \quad (23)$$

Подставляя $T_1(t), T_2(t)$ в третье уравнение (20), получим следующее уравнение

$$T_3' + \frac{2}{6t - C_0} T_3 = \frac{4K_0^2 t(C_0 - 2t)}{(6t - C_0)^2}, \quad (24)$$

определение общего решения последнего уравнения не составляет труда и оно записывается

$$T_3(t) = \frac{C_1}{(6t - C_0)^{1/3}} - \frac{K_0^2}{(6t - C_0)} \cdot (t^2 - 3C_0 t + \frac{3C_0^2}{4}). \quad (25)$$

А с учетом (18), получим окончательное решение для искомой функции

$$W(x,t) = -\frac{x^2}{6t - C_0} + \frac{x}{3} \left(\frac{C_0 - 2t}{6t - C_0} \right) K_0 + \frac{C_0}{9K_0(6t - C_0)^{1/3}} - \frac{K_0^2}{(6t - C_0)} \left(t^2 - 3C_0 t + \frac{3C_0^2}{4} \right) \quad (26)$$

Полученное решение является новым для уравнения (3), которые можно использовать при решении начально-краевых задач и изучении проблемы поступления жидкости в грунты с учетом гравитационных задач.

Список литературы

- 1.Шеко А.И. «Закономерности формирования и прогноз селей»- М.: Недра, 1980,-296 с.
2. Шеко А.И.,Постоев Г.П.,Кюнтцель В. Изучение режима оползневых процессов.-М.:Недра,1982,-255 с.
3. Шайдеггер А.Е.Теоретическая геоморфология.-М.:Прогресс,1964.
4. Трофимов А.М.,Москвин В.М.Математическое моделирование в геоморфологии склонов.-Казань: Казанский университет,1983,-28 с