

УДК 621

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

¹Асанов А.А., ¹Мекенбаев Б.Т., ¹Резванов С.И., ²Бейшеналиева А.

¹Кыргызский государственный технический университет им.И. Раззакова,

²Международный университет инновационных технологий

В данной статье представлены результаты моделирования теплообменных процессов в прямоточных теплообменниках. Получены аналитические и дискретные формулы для температур горячего и холодного потоков теплообменника. Сравнение результатов полученных формул показывает, что дискретные методы тоже дают хорошие результаты. В результате получены графики изменения температур холодного и горячего потоков по длине рассматриваемого теплообменника.

Ключевые слова: математическое моделирование, теплообменный аппарат, дифференциальные уравнения, горячие и холодные потоки.

ЖЫЛУУЛУК АЛМАШТЫРУУЧУЛАРДЫ МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛДӨӨ

¹Асанов А.А., ¹Мекенбаев Б.Т., ¹Резванов С.И., ²Бейшеналиева А.

¹Исхак Раззаков атындагы Кыргыз мамлекеттик техникалык университети, ²Эл аралык инновациялык технологиялар университети

Бул макалада түз агымдуу жылуулук алмаштыргычтарда жылуулук алмашуу процесстерин моделдөөнүн натыйжалары берилген. Жылуулук алмаштыргычтын ысык жана муздак агымдарынын температураларынын аналитикалык жана дискреттик формулалары алынган. Алынган формулалардын натыйжаларын салыштыруу дискреттик методдор да жакшы натыйжаларды берерин көрсөтөт. Натыйжада каралып жаткан жылуулук алмаштыргычтын узундугу боюнча муздак жана ысык агымдардын температураларынын өзгөрүшүнүн графиктери алынды.

Баштапкы сөздөр: математикалык моделдөө, жылуулук алмашуу аппараттары, дифференциалдык теңдемелер, ысык жана муздак агымдар.

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT EXCHANGERS

¹Asanov A.A., ¹Mekenbaev B.T., ¹Rezvanov S.I., ²Beishenalieva A.

¹Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov

²International University of Innovative Technologies

Bul makalada tuz agymduu zhyluuluk almashtyrgychtarda zhyluuluk almashuu processterin modeldeonun natyjalary berylgen. Zhyluuluk almashtyrgychtyn syyk zhana muzdak agymdarynyn temperaturelarynyn analytisk zhana discretik formulalars alyngan. Comparison of the results of the obtained formulas shows that discrete methods also give good results. As a result, graphs of the change in the temperatures of the cold and hot flows along the length of the heat exchanger under consideration were obtained.

Key words: mathematical modeling, heat exchange apparatus, differential equations, hot and cold flows.

Теплообменные аппараты в настоящее время играют большую роль среди технологического оборудования в нефтехимической, химической промышленности и в сельскохозяйственном производстве [1-4].

Это объясняется тем, что подавляющее большинство процессов в выше названных отраслях связаны с необходимостью подвода или отвода теплоты [2-4].

Актуальность работы заключается в том, что использование математических моделей, численных методов и ЭВМ является необходимым условием при решении задач моделирования процессов подвода или отвода теплоты в теплообменниках.

В работе рассматривается моделирование распространенного теплообменника «труба в трубе» (рис. 1), структура его потоков соответствует модели «вытеснение-вытеснение» [1].

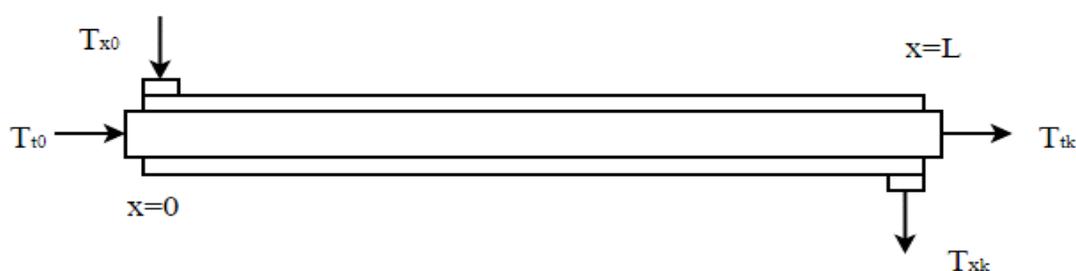


Рис. 1. Теплообменник типа «труба в трубе»

При математическом описании теплообменника требуются уравнения теплового баланса по обоим потокам [1, 5]:

$$\frac{dT_t}{dx} = \frac{kF}{C_t \rho_t V_t} (T_x - T_t), \quad (1)$$

$$\frac{dT_x}{dx} = \frac{kF}{C_x \rho_x V_x} (T_t - T_x), \quad (2)$$

где: T_t и T_x – текущие значения температур, соответственно горячего и холодного потоков, °С; x – текущее значение длины теплообменника, м; k – коэффициент теплопередачи от горячего потока хладагенту, ккал / (м² час); $F = \pi d$ – поверхность теплообмена на единицу длины, м²; d – диаметр внутренней трубы, м; V_t , V_x – объемные скорости горячего и холодного потоков, м³/с; C_t , C_x – теплоемкость горячего и холодного потоков соответственно, ккал / (кг °С); ρ_t , ρ_x – плотности горячего и холодного потоков соответственно, кг/м³.

Запишем начальные условия для данной системы:

При $x=0$, $T_t(x=0) = T_{t0}$, $T_x(x=0) = T_{x0}$.

Уравнения теплового баланса для теплообменника [1, 5]:

$$C_t \rho_t V_t (T_{t0} - T_t) = C_x \rho_x V_x (T_x - T_{x0}).$$

Уравнения теплового баланса представим в следующем виде:

$$C_t \rho_t V_t (T_t - \theta) = -C_x \rho_x V_x (T_x - \theta),$$

или

$$(T_t - \theta) = -k(T_x - \theta). \quad (3)$$

где

$$\theta = \frac{C_t \rho_t V_t T_{t0} + C_x \rho_x V_x T_{x0}}{C_t \rho_t V_t + C_x \rho_x V_x},$$

$$k = \frac{C_x \rho_x V_x}{C_t \rho_t V_t}.$$

1. Аналитический способ. Уравнений (1) и (2) приводим к видам:

$$\frac{dT_t}{dx} = \frac{kF}{C_t \rho_t V_t} ((T_x - \theta) - (T_t - \theta)), \quad (4)$$

$$\frac{dT_x}{dx} = \frac{kF}{C_x \rho_x V_x} ((T_t - \theta) - (T_x - \theta)). \quad (5)$$

Вставляя (3) в (4) и (5) получили обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.

$$\frac{dT_t}{dx} = -\frac{kF}{C_t \rho_t V_t} \frac{1+k}{k} (T_t - \theta), \quad (6)$$

$$\frac{dT_x}{dx} = -\frac{kF}{C_x \rho_x V_x} (1+k) (T_x - \theta). \quad (7)$$

Интегралами этих дифференциальных уравнений являются следующее уравнения

$$T_t = \theta + (T_{t0} - \theta) \text{Exp} \left(-\frac{kF}{C_t \rho_t V_t} \frac{1+k}{k} x \right), \quad (8)$$

$$T_x = \theta + (T_{x0} - \theta) \text{Exp} \left(-\frac{kF}{C_x \rho_x V_x} (1 + k)x \right). \quad (9)$$

2. Дискретизация дифференциальных уравнений. Уравнение (6) применив конечно-разностный метод представим в форме:

$$\frac{T_{t(n+1)} - T_{tn}}{\Delta x} = -\frac{kF}{C_t \rho_t V_t} \frac{1 + k}{k} (T_{tn} - \theta).$$

Отсюда после некоторого преобразование получим

$$T_{t(n+1)} = (1 - a)T_{tn} + a\theta, \quad (10)$$

Здесь

$$a = \frac{kF}{C_t \rho_t V_t} \frac{1 + k}{k} \Delta x.$$

Используя метод решение дифференциальных уравнений, предложенный в [6] для случая $(1-a) < 0$, в точке с координатой $x_n = \Delta x n$, температуры можно вычислить по формуле:

$$T_{tn} = (1 - a)^n T_{t0} + \theta(1 - (1 - a)^n) \quad (11)$$

Проведя аналогичные преобразования над уравнением (7) получим

$$T_{xn} = (1 - b)^n T_{x0} + \theta(1 - (1 - b)^n) \quad (12)$$

где

$$b = \frac{kF}{C_x \rho_x V_x} (1 + k) \Delta x.$$

В качестве примера рассмотрим следующую задачу [1]. Начальные температуры потоков: $T_{t0} = 31^\circ\text{C}$, $T_{x0} = 15^\circ\text{C}$. Линейная скорость движения соответствующего потока: $V_t = 0,7$ м/час, $V_x = 1,7$ м/час. Длина теплообменника – $L = 1,1$ м, коэффициент теплопередачи от горячего потока хладагенту $k = 400$, ккал / (м² час), площадь поверхности теплообмена $F = 17,86$ м², массовый расход соответствующего потока: $m_t = 9439$ кг/час, $m_x = 9439$ кг/час; удельная теплоемкость $C_x = 1$ ккал/(кг °С), $C_t = 0,6$ ккал/(кг °С).

Диаграммы изменения температур горячего и холодного потоков вычисленные аналитическими формулами (8), (9) показаны на рис.2. Для применения дискретные формулы (11) и (12) задаем $\Delta x = 0,01$ м. Сравнение результатов полученные разными способами представлены на рис. 3. На верхней части представлены графики изменения температуры горячего потока, а в нижней части температуры холодного потока. Красными показаны результаты полученными аналитическими методами, а штриховыми полученными дискретными методами. При $\Delta x = 0,01$ м результаты обоих методов хорошо совпадают, а при $\Delta x = 0,05$ м дискретный метод дает ощутимую ошибку. Зеленой линией отмечена равновесная температура θ .

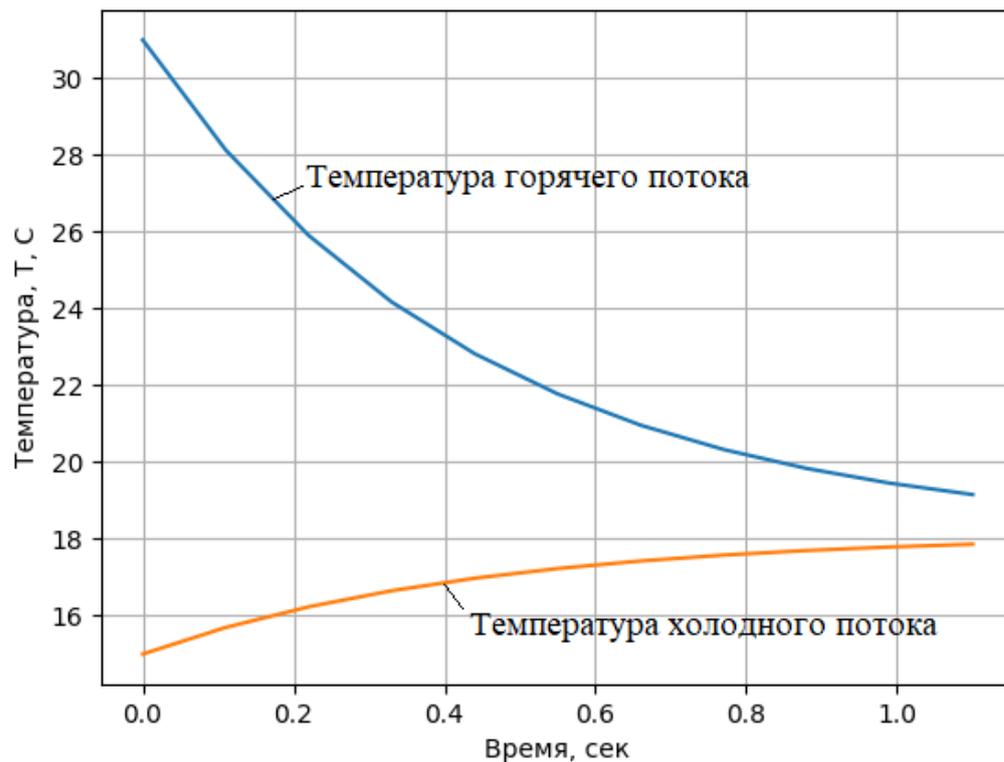


Рис.2. Диаграммы изменения температур горячего п холодного потоков

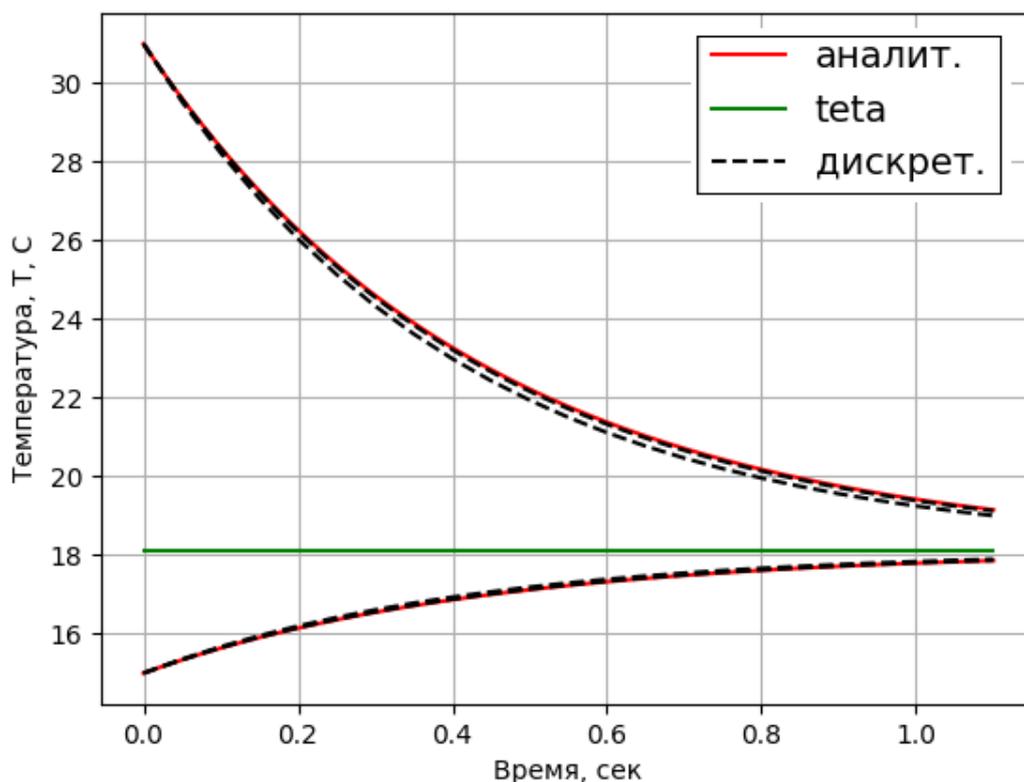


Рис.3. Сравнение результатов полученные двумя способами.

Выводы.

Предложенные модели оценки температурного режима в теплообменнике позволяет аналитически оценить влияние

геометрических, режимных и других параметров на работу теплообменного аппарата в конкретных условиях и провести оптимизацию его параметров с целью выбора наиболее эффективной конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Приходько Р. А. Реализация математической модели теплообменника для прямого тока в среде пакета MathCAD: сборник трудов конференции. / Р. А. Приходько, Н. В. Растеряев // Актуальные направления научных исследований: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.– практ. конф. (Чебоксары, 16 июля 2017 г.) / редкол.: О. Н. Широков [и др.] – Чебоксары: Центр научного сотрудничества «Интерактив плюс», 2017. – С. 189-194. – ISBN 978-5-9500562-3-9.
2. Фролов В.Ф. Лекции по курсу «Процессы и аппараты химической технологии» [Текст] / В.Ф. Фролов. – СПб.: Химиздат, 2003. – 608 с.
3. Павлов К.Ф. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии [Текст]: учеб. пособие / К.Ф. Павлов, П.Г. Романков, А.А. Носков. –Химия, 1987. – 576 с.
4. Дытнерский Ю.И. Процессы и аппараты химической технологии [Текст]: Учебник для вузов: в 2-х кн.: Часть 1. Теоретические основы процессов химической технологии. Гидромеханические и тепловые процессы и аппараты / Ю.И. Дытнерский. –2-е изд. – М.: Химия, 1995. – 400 с.
5. Солдатов В.В. Математическое моделирование и оптимизация теплообменников [Текст] / В.В. Солдатов, А.В. Гончаров // Техника и технологии агропромышленного комплекса. Вестник ФГОУ ВПО МГАУ № 4, 2008. 53-56 С.
6. Banerjee, S. Mathematical Modeling. Models, analysis and applications / S. Banerjee. - New York. Chapman and Hall/CRC, 2021.-433 p.