

ЛАМИНАРНЫЕ ДВУХФАЗНЫЕ СТРУЙНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКИХ СРЕД В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Принципиальные возможности использования электромагнитного поля в целях управления процессами в электропроводящих средах объясняют интерес к исследованию магнитогидродинамических (МГД) и электрогидродинамических (ЭГД) течений вязких сред, в том числе и струйных.

Классические (однофазные) струи достаточно изучены [1] и послужили основой для рассмотрения более сложных моделей, в частности, двухфазных струйных течений, например [3, 4] и др.

Двухфазные струйные течения имеют место в установках, в которых рабочей средой является струя проводящей (непроводящей) вязкой жидкости, несущая дисперсные непроводящие (заряженные) твердые частицы. Работа таких устройств может протекать при непосредственном воздействии на среду электромагнитного поля.

Моделирование двухфазного струйного течения вязкой среды (несущая фаза), содержащей твердые частицы (дисперсная фаза), осуществляется в рамках модели двух взаимопроникающих континуумов [2, 5].

Математическая модель плоского стационарного ламинарного пограничного слоя включает уравнения неразрывности и движения для Бссущек фазы с учетом сил межфазного взаимодействия и силы магнитного поля (для случая проводящей среды), соответствующие уравнения для дисперсной фазы (идеальный совершенный газ) с учетом силы межфазного взаимодействия и электростатической силы (для случая заряженных частиц), а также уравнения Максвелла для электромагнитного поля.

1. Ламинарная двухфазная струя вязкой жидкости с заряженными частицами в электрическом поле

Рассматривается плоская стационарная струя вязкой несжимаемой непроводящей жидкости, содержащей мелкие диэлектрически проницаемые твердые частицы, истекающая из сопла конечной ширины $2a$ со скоростью U_1 в спутный поток (U_2) тех же физических свойств, что и несущая фаза. Струя развивается в продольном электрическом поле напряженности E_0 .

Предполагается, что в области течения до начала смешения ($x \leq 0$) процесс релаксации фаз завершен, т.е. в сопле частицы также движутся со скоростью U_1 , а в спутном потоке — со скоростью U_2 . Начальная плотность дисперсной фазы в сопле ρ_{s1} и ρ_{s2} соответственно.

Система уравнений плоской стационарной ламинарной двухфазной струи вязкой несжимаемой непроводящей жидкости (несущая фаза) с заряженными твердыми частицами (дисперсная фаза) в безразмерных переменных имеет вид

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Q k_s \rho_s (u_s - u), \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial(\rho_s u_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_s v_s)}{\partial y} = 0, \quad (1.2), (1.3)$$

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} = Q(u - u_s) + N_e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{E^2}{2} \right), \quad (1.4)$$

$$u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} = Q(v - v_s) + N_e \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{E^2}{2} \right), \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0. \quad (1.6), (1.7)$$

Здесь $\text{Re} = U_2 a / \nu$ — число Рейнольдса, $\text{Ne} = E_0^2 a e / U_2^2 m_0$ — параметр электрической восприимчивости, $Q = qa / U_2$ — динамический параметр межфазного взаимодействия, $k_s = \rho_{s0} / \rho_s$ — отношение начальной плотности дисперсной фазы к плотности несущей фазы, $m = U_2 / U_1$ — параметр спутности, e — заряд частицы, m_0 — масса частицы, $m_p = \rho_{s2} / \rho_{s1}$.

Граничные условия имеют вид: в области индивидуального движения потоков ($x \leq 0$)

$$|y| \leq a, \quad u = u_s = \frac{1}{m}, \quad v = v_s = 0, \quad \rho_s = \frac{1}{m_p}, \quad E_x = 1, \quad E_y = 0; \quad (1.8)$$

$$|y| > a, \quad u = u_s = 1, \quad v = v_s = 0, \quad \rho_s = 1, \quad E_x = 1, \quad E_y = 0;$$

в области смешения потоков ($x > 0$)

$$y = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u_s}{\partial y} = 0, \quad v = v_s = 0, \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial y} = 0; \quad (1.9)$$

$$y \rightarrow \pm\infty, \quad u = 1, \quad \rho_s = 1.$$

в области смешения потоков ($x > 0$)

$$y = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u_s}{\partial y} = 0, \quad v = v_s = 0, \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial y} = 0; \quad (1.9)$$

$$y \rightarrow \pm\infty, \quad u = 1, \quad \rho_s = 1.$$

В предположении малого различия искоемых характеристик в струе и в спутном потоке методом малых возмущений проводится линеаризация основных уравнений. В частности, представим продольные скорости фаз и плотность дисперсной фазы в виде

$$u = 1 + \varepsilon(x, y), \quad u_s = 1 + \varepsilon_s(x, y), \quad \rho_s = 1 + \beta(x, y), \\ E_x = 1 + e_x, \quad E_y = e_y \quad (1.10)$$

где $\varepsilon, \varepsilon_s$ и e_x, e_y — малые добавки к скоростям и к компонентам напряженности электрического поля фаз, β — малая добавка к плотности дисперсной фазы.

Подставляя (1.10) в уравнения (1.1)-(1.7) и сохраняя величины первого порядка малости, получаем систему линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} + Q k_s (\varepsilon_s - \varepsilon), \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} = 0, \quad (1.12), (1.13)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} = Q(\varepsilon - \varepsilon_s) + N_e \frac{\partial e_x}{\partial x}, \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial x} = Q(v - v_s) + N_e \frac{\partial e_x}{\partial y}, \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial e_x}{\partial x} + \frac{\partial e_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial e_y}{\partial x} - \frac{\partial e_x}{\partial y} = 0. \quad (1.16), (1.17)$$

Граничные условия (1.8)-(1.9) в первом приближении приводятся к виду:

$$x \leq 0: \begin{cases} |y| \leq 1: \varepsilon = \varepsilon_s = \frac{1-m}{m}, \quad v = v_s = 0, \quad \beta = \frac{1-m_\rho}{m_\rho}, \quad e_x = 0, \quad e_y = 0; \\ |y| > 1: \varepsilon = \varepsilon_s = 0, \quad v = v_s = 0, \quad \beta = 0, \quad e_x = 0, \quad e_y = 0. \end{cases} \quad (1.18)$$

$$x > 0: \begin{cases} y = 0: \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \beta}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial e_x}{\partial y} = 0; \\ y \rightarrow \pm \infty: \varepsilon = \varepsilon_s = 0, \quad \beta = 0, \quad e_x = 0, \quad e_y = 0. \end{cases} \quad (1.19)$$

Анализ результатов численного расчета [5] показывает, что с ростом параметра электрической восприимчивости N_e имеет место наполнение профилей продольной компоненты скорости дисперсной фазы (рис. 1.1). Профиль скорости несущей фазы в силу ее не проводимости незначительно изменяется (рис. 1.2). При увеличении параметра межфазного взаимодействия Q происходит сближение профилей скоростей фаз.

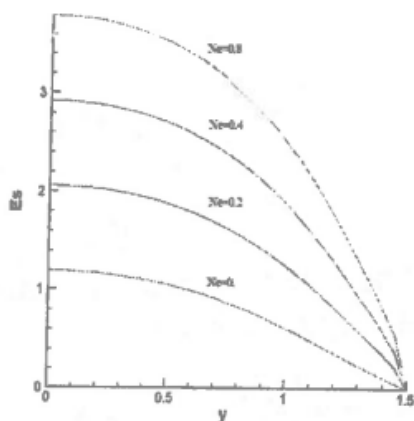


Рис. 1.1. Распределение малых возмущений продольной скорости дисперсной фазы при различных значениях N_e

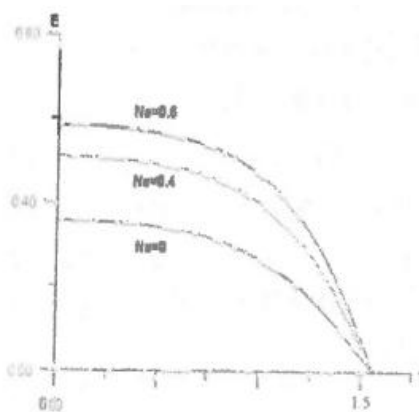


Рис. 1.2. Распределение малых возмущений продольной скорости несущей фазы при различных значениях N_e

2. Ламинарная двухфазная пристенная струя проводящей жидкости в спутном потоке в поперечном магнитном поле

Рассматривается задача об истечении ламинарной струи вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости вблизи движущейся твердой стенки со скоростью спутного потока U_2 и содержащей непроводящие дисперсные частицы из сопла конечной ширины $2a$ со скоростью U_1 в однородный спутный поток U_2 с теми же физическими свойствами в присутствии однородного поперечного магнитного поля напряженности H_0 . В области до начала смешения ($x < 0$) в сопле и спутном потоке скорости движения частиц также соответственно U_1 и U_2 , а плотность дисперсной фазы в струе и в спутном потоке ρ_{s0} . Проводимость в слое смешения принимается постоянной, т.е. $\sigma = \text{const}$.

В рамках двухскоростной модели взаимопроникающих континуумов система уравнений плоского стационарного двухфазного ламинарного пограничного слоя в безразмерных переменных имеет вид

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Q k_p \rho_s (u_s - u) + N(1 - u), \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial(\rho_s u_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_s v_s)}{\partial y} = 0, \quad (2.3)$$

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} = Q(u - u_s), \quad (2.4)$$

$$u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} = Q(v - v_s). \quad (2.5)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} x \leq 0: |y| \leq 1, \quad u = u_s = 1/m, \quad v = v_s = 0, \quad \rho_s = 1; \\ |y| > 1, \quad u = u_s = 1, \quad \rho_s = 1; \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} x > 0: y = 0, \quad u = u_s = 1, \quad \rho_s = 1; \\ y \rightarrow \infty, \quad u = u_s = 1, \quad \rho_s = 1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Здесь u, v, u_s, v_s — составляющие векторов скоростей соответственно несущей и дисперсной фаз; ρ_{s0} — плотность несущей и дисперсной фаз

$$\text{Re} = \frac{U_2 a}{\nu}, \quad Q = \frac{qa}{U_2}, \quad k_p = \frac{\rho_{s0}}{\rho}, \quad N = \frac{\sigma \mu_e^2 H_0^2}{\rho U_2}, \quad m = \frac{U_2}{U_1}; \quad (2.8)$$

q — коэффициент динамического межфазного взаимодействия, Q — параметр межфазного взаимодействия, N — параметр магнитного взаимодействия.

Методом малых возмущений представим скорости фаз и плотность дисперсной фазы в виде

$$u = 1 + \varepsilon(x, y), \quad u_s = 1 + \varepsilon_s(x, y), \quad \rho_s = 1 + \beta(x, y). \quad (2.9)$$

Линеаризованные с помощью (2.9) уравнения (2.1) - (2.5) в первом приближении имеют вид

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} + Q k_p m_p (\varepsilon_s - \varepsilon) - N \varepsilon, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \beta}{\partial x} = - \left(\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} \right), \quad (2.11), (2.12)$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial x} = Q(v - v_s), \quad \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} = Q(\varepsilon - \varepsilon_s). \quad (2.13), (2.14)$$

Граничные условия:

$$x \leq 0: \quad |y| \leq 1, \quad \varepsilon = \varepsilon_s = \frac{1-m}{m}, \quad \beta = 0; \\ |y| > 1, \quad \varepsilon = \varepsilon_s = 0, \quad \beta = 0. \quad (2.15)$$

$$x > 0: \quad y = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon_s = 0, \quad \beta = 0; \quad y \rightarrow \infty, \quad \varepsilon = \varepsilon_s = 0, \quad \beta = 0. \quad (2.16)$$

Анализ результатов численного расчета [5] показывает, что с увеличением параметра МГД взаимодействия N имеет место торможение струйного течения (рис. 2.1), причем торможение несущей фазы происходит значительно интенсивнее, чем торможение дисперсной фазы (рис. 2.2). При увеличении параметра межфазного взаимодействия Q происходит сближение профилей u и u_s , следовательно, ускорение релаксации скоростей фаз.

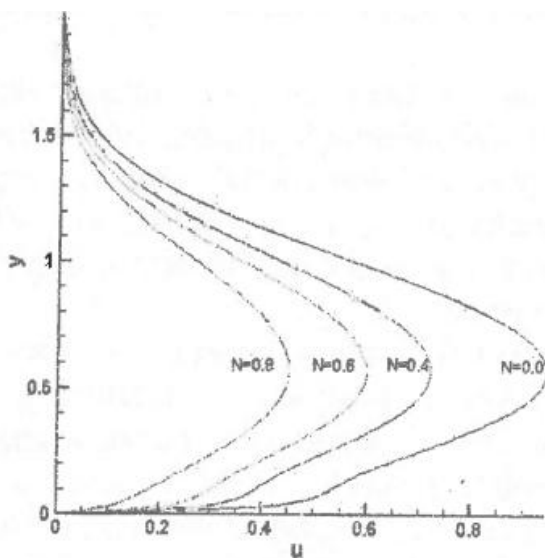


Рис. 2.1. Распределение продольной скорости при различных значениях N ($Q=1$)

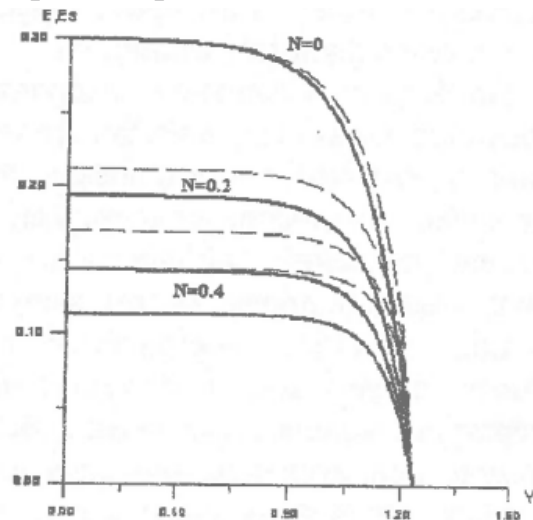


Рис. 2.2. Распределение малых возмущений продольных скоростей несущей (сплошные линии) и дисперсной (штриховые линии) фаз при различных значениях N ($Q=1$)

Список литературы

1. Щербинин Э.В, Струйные течения вязкой жидкости в магнитном поле.. -- Рига: Зинатне, 1973. - 303 с.
2. Sheryazdanov G.B. The laminar of two-phase jet flows of the conducting and polarization mediums in electromagnetically fields /7 Magnetohydrodynamics. - 2002. - Vol.38, N 4. - P.427-430.

3. Гогосов В.В., Налетова В.А., Шапошникова Г.А. Диффузионная и многоскоростная модели двухфазных сред в электрическом поле // Прикладная математика и механика. - 1980. - Т. 4. ~ № 2. - С.290-300.

4. Нигматуллин Р.Н. Основы механики гетерогенных сред. - М.: Наука, 1978. -336 с.

Шерязданов Г.Б., Алимжанова С.К., Неволина Е.В. Ламинарные двухфазные струйные течения вязких сред в электромагнитном поле // Актуальные проблемы механики и машиностроения: материалы III межд. научн. конф., 17-19 июня 2009 г., КазНТУ. - Алматы: Эверо, 2009. - Т.1. - С. 351-355.