

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОЙ ДВУХФАЗНОЙ СТРУИ ПЕРЕМЕННОЙ ПРОВОДИМОСТИ В СПУТНОМ ПОТОКЕ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Принципиальные возможности использования эффектов магнитной гидродинамики (МГД) для воздействия на поток в целях управления процессами объясняют интерес к исследованию МГД-течений вязкой жидкости, в том числе и струйных течений /1/.

Проблемы магнитной гидродинамики выдвинули ряд новых задач прикладного характера, в частности, систем с двухфазной средой. Двухфазные течения имеют место в установках, в которых рабочей средой является струя проводящей жидкости, содержащей дисперсные частицы. В работах /2,3/ проведено численное исследование плоской ламинарной двухфазной МГД-струи постоянной проводимости в спутном потоке.

Как известно, электрическая проводимость среды зависит от многих факторов и условий, в которых формируется течение, в частности, от температуры, концентрации веществ и т.д. Так, с целью упрощения анализа, например, при исследовании слоя смешения параллельных МГД-потоков /4/ принималась линейная зависимость проводимости от продольной скорости. В работе /5/ проводимость среды рассмотрена как линейная функция от температуры.

В работе рассматривается задача об истечении ламинарной струи вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости, имеющей температуру T_1 и содержащей непроводящие дисперсные частицы из сопла конечной ширины $2a$ со скоростью U_1 в однородный спутный поток (U_2, T_2) с теми же физическими свойствами в присутствии однородного поперечного магнитного поля напряженности H_0 . В области до начала смешения ($x < 0$) в сопле и спутном потоке скорости движения и температуры частиц также соответственно U_1, U_2 и T_1, T_2 , а плотность дисперсной фазы в струе и в спутном потоке $\rho_s 0$. Проводимость в слое смешения принимается линейно зависящей от температуры, т.е. $\sigma = \sigma_0 + k_0 T$, где σ_0 и k_0 — эмпирические постоянные.

В рамках двухскоростной и двухтемпературной модели взаимопроникающих континуумов система уравнений плоского стационарного двухфазного ламинарного пограничного слоя в случае переменной проводимости и с учетом джоулева тепла в безразмерных переменных имеет вид:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Q k_p \rho_s (u_s - u) + N(1 + kT)(1 - u), \quad (1)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Q_T \gamma k_p \rho_s (T_s - T) + Ec N(1 + kT)(u^2 - 1), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_s u_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_s v_s)}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} = Q(u - u_s), \quad u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} = Q(v - v_s), \quad (5), (6)$$

$$u_s \frac{\partial T_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial T_s}{\partial y} = Q_T(T - T_s), \quad (7)$$

Граничные условия для рассматриваемой задачи имеют вид:

а) в области индивидуального движения струи и спутного потока

$$x \leq 0 : \begin{cases} |y| \leq a, u = u_s = 1/m, v = v_s = 0, \rho_s = 1, T = T_s = 1/m_T \\ |y| > a, u = u_s = 1, v = v_s = 0, \rho_s = 1, T = T_s = 1; \end{cases} \quad (8)$$

б) в области взаимодействия струи и спутного потока

$$x > 0 : \begin{cases} y = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u_s}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T_s}{\partial y} = 0, v = v_s = 0, \frac{\partial \rho_s}{\partial y} = 0, \\ y \rightarrow \pm\infty, u = u_s = 1, T = T_s = 1, \rho_s = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь u, v и u_s, v_s — составляющие векторов скоростей соответственно несущей и дисперсной фаз; T, T_s и ρ, ρ_s — соответственно температуру и плотность несущей и дисперсной фаз;

$$Re = U_2 a / d, \quad Q = q \cdot a / U_2, \quad k_p = \rho_{s0} / \rho, \quad N = \sigma_0 \mu_e^2 H_0^2 / \rho U_2, \quad Ec = \frac{U_2^2}{c_p T_2},$$

$$P_r = \nu / a_T, \quad Q_T = q_T a / U_2, \quad \gamma = c_s / c_p, \quad m = U_2 / U_1, \quad m_T = T_2 / T_1; \quad k = k_0 T_2 / \sigma_0.$$

В предположении малого различия искомых величин в струе и в спутном потоке представим скорости и температуры фаз и плотность дисперсной фазы методом малых возмущений в виде

$$u = 1 + \varepsilon(x, y), \quad u_s = 1 + \varepsilon_s(x, y), \quad (10)$$

$$T = 1 + \theta(x, y), \quad T_s = 1 + \theta_s(x, y), \quad \rho_s = 1 + \beta(x, y),$$

где $\varepsilon, \varepsilon_s, \theta, \theta_s, \beta$ — малые добавки к соответствующим характеристикам.

Линеаризованная с помощью (10) система уравнений (1)- (7) в первом приближении имеет вид

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} + Q k_p (\varepsilon_s - \varepsilon) - N(1+k)\varepsilon, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{Pr Re} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + Q_T \gamma \cdot k_p m_p (\theta_s - \theta) + Ec N(1+k)\varepsilon, \quad (12)$$

$$v = - \int_0^y \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} dy, \quad \frac{\partial \beta}{\partial x} = - \left(\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} \right), \quad (13), (14)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} = Q(\varepsilon - \varepsilon_s), \quad (15)$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial x} = Q(v - v_s), \quad (16)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial x} = Q_T(\theta - \theta_s), \quad (17)$$

Граничные условия для полученной системы уравнений имеют вид:

$$x \leq 0: \begin{cases} |y| \leq 1, \varepsilon = \varepsilon_s = (1-m)/m, \theta = \theta_s = (1-m_T)/m_T, \beta = 0, \\ |y| > 1, \varepsilon = \varepsilon_s = 0, \theta = \theta_s = 0, \beta = 0; \end{cases} \quad (18)$$

$$x > 0: \begin{cases} y = 0, \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial y} = 0, v = v_s = 0, \frac{\partial \beta}{\partial y} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial \theta_s}{\partial y} = 0, \\ y \rightarrow \pm\infty, \varepsilon = \varepsilon_s = 0, \beta = 0, \theta = \theta_s = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Численное решение линеаризованных уравнений движения и притока тепла несущей и дисперсной фаз при соответствующих граничных условиях (18) и (19) проводится методом прогонки.

Анализ результатов показывает, что с увеличением параметра МГД-взаимодействия N имеет место торможение струйного течения, причем торможение несущей фазы происходит значительно интенсивнее, чем торможение дисперсной фазы. Вместе с тем, в случае переменной проводимости ($\sigma=1+kT$) с увеличением параметра проводимости k происходит более заметное торможение несущей фазы (рис.1) по сравнению со случаем постоянной проводимости. С увеличением параметра МГД-взаимодействия N имеет место деформация профиля температуры несущей фазы во всей области смешения (рис. 2).

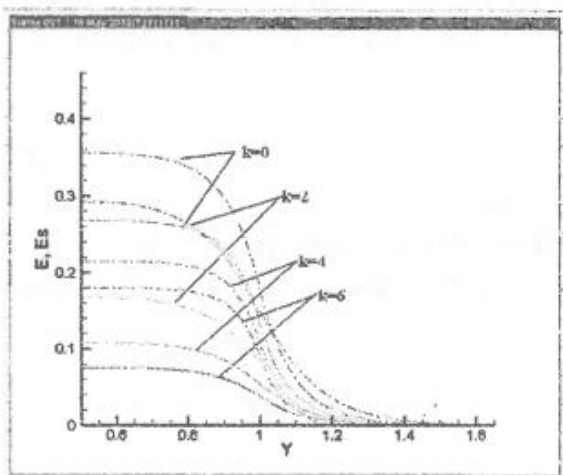


Рис. 1. Распределение малых возмущений ε и ε_s в при фиксированном $N=0,2$ и различных k

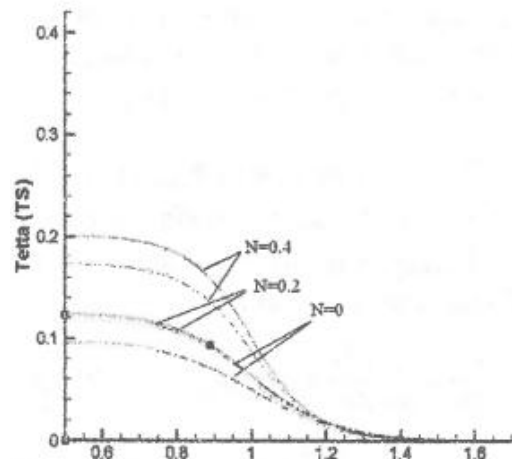


Рис. 2. Распределение малых возмущений температуры θ и θ_s в зависимости от параметра N

Список литературы

1. Щербинин Э.В. Струйные течения вязкой жидкости в магнитном поле. — Рига: Зинатне, 1973. — 303 с.

2. Сагаутдинов Ш.Ш., Шерьязданов Г.Б. Численное исследование двухфазной струи в спутном потоке в поперечном магнитном поле // Магнитная гидродинамика. – 1992. – № 4. – С. 65-68.
3. Сагаутдинов Ш.Ш., Шерьязданов Г.Б. Теплообмен двухфазной струи в спутном потоке в поперечном магнитном поле // Магнитная гидродинамика. – 1993. – № 2. – С. 116-119.
4. Чуркина О.И., Шерьязданов Г.Б. Ламинарное смещение параллельных потоков несжимаемой жидкости переменной проводимости в поперечном магнитном поле // Магнитная гидродинамика. – 1980. – № 4. – С. 49-52.
5. Сагаутдинов Ш.Ш., Шерьязданов Г.Б. Ламинарное смещение МГД-потоков с переменной проводимостью в поперечном магнитном поле // Магнитная гидродинамика. – 1985. – № 2. – С. 132-135.