

ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ В ПАКЕТЕ OpenFOAM

В данной работе приведены основные моменты метода математического моделирования крупномасштабных течений в местностях со сложным рельефом. Основу трехмерного нестационарного моделирования составляют осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. Для отслеживания положения свободной границы применялся метод объема жидкости. Адекватность математической модели проверяется путем сравнения с экспериментальными данными, а эффективность технологии иллюстрируется на примере моделирования прорыва плотин Папанского и Камперабадского водохранилищ вблизи города Ош (Кыргызстан).

Введение

По числу повторяемости, площади распространения и ежегодному материальному ущербу среди природных стихийных катаклизмов затопление водой местности и населенных пунктов занимают первое место. Более того, в последние годы в нашей республике и в мире в целом отмечается рост числа и масштабов наводнений и связанных с ними социально-экономических проблем.

Математическое моделирование с применением современных прикладных пакетов вычислительной гидродинамики является эффективным инструментом прогнозирования различных техногенных и природных явлений. В данной работе особо актуальным является моделирование прорыва плотины с последующим образованием селевых потоков и наводнением расположенных ниже по потоку населенных пунктов и промышленных объектов.

В данной работе ставится задача прогнозирования последствий крупномасштабной техногенной ситуации, связанной с разрушением плотин на примере Папанского и Камперабадского водохранилищ. При этом необходимо особо подчеркнуть, что это не является моделированием реального прорыва дамбы, а показывают принципиальную возможность моделирования рассматриваемого класса течений методами вычислительной гидродинамики при наличии необходимых геофизических и топографических данных. Работа выполнена в рамках обменной программы Фулбрайт государственного департамента США совместно с профессором Грегом Олифантом (Greg Olyphant) из университета Индианы, Блумингтон, США.

Математическая модель.

Законы сохранения массы и импульса для несжимаемой вязкой жидкости приводят к следующим нестационарным уравнениям Навье-Стокса:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u'_i u'_j}) + \sigma K \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \left/ \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \right|$$

где u_i — компонента средней скорости в направлении x_i , ρ — плотность, p — среднее давление, ν — кинематическая вязкость, σ — коэффициент поверхностного натяжения, K — кривизна поверхности. Усреднение производится по времени, а штрих означает флуктуационную часть. В принятой модели турбулентности используется приближение Буссинеска, согласно которому напряжения Рейнольдса - $\overline{u'_i u'_j}$ аппроксимируются при помощи следующей формулы: $-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}$ где $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ где $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ —

турбулентная вязкость. Кинетическая энергия турбулентности k и скорость ее диссипации ε определяются из следующих транспортных уравнений:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \nu_t S^2 - \varepsilon$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t S^2 - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

где $S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, коэффициенты модели имеют следующие стандартные значения: $C_\mu=0.09$, $C_{1\varepsilon}=1.44$, $C_{2\varepsilon}=1.92$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.3$.

Объемная доля несжимаемой фазы удовлетворяет следующим условиям:

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{если контрольный объем занят водой,} \\ 0, & \text{если контрольный объем занят воздухом,} \\ 0 < \alpha < 1, & \text{если контрольный объем занят смесью воды и воздуха} \end{cases}$$

Поэтому физические свойства газожидкостной смеси определяются усреднением с соответствующим весовым коэффициентом:

$$\rho = \alpha\rho_1 + (1 - \alpha)\rho_2, \mu = \alpha\mu_1 + (1 - \alpha)\mu_2.$$

Здесь индексы 1 и 2 соответствуют жидкой и газовой фазе соответственно.

Суть метода VolumeofFluid (VOF) пакета OpenFOAM/1/ заключается в том, что граница раздела двух фаз не вычисляется явно, но до некоторой степени, определяется как свойство поля объемной доли воды. Так как значения объемной доли заключены между 0 и 1, фазовая граница не определяется точно, однако, она занимает некоторую область, где поблизости должна существовать резкая межфазная граница.

Положение свободной границы определяется уравнением: $\alpha(x,y,z,t)=0$. Изменение свободной поверхности во времени определяется следующим скалярным уравнением переноса:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} = 0.$$

Начальные значения. Для нестационарной задачи необходимо задание начальных значений всех зависимых переменных. Значения всех компонент скорости равны нулю, так как по условию рассматриваемой задачи до момента времени $t=0$ движение отсутствовало. Давление тоже равно нулю. Кинетическая энергия турбулентности и скорость ее диссипации имеют¹ некоторое малое значение, которое обеспечивает хорошую сходимость численного решения на

первых шагах интегрирования. Начальное распределение объемной доли α было неоднородным (см. рис. 1).

Граничные условия. На твердых стенках расчетной области задано условие прилипания, что дает условие равенства нулю всех компонент вектора скорости. Для давления и объемной доли воды заданы условия непроницаемости (условие Неймана – $V=0$ и $V\alpha=0$); для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ϵ граничные условия задавались при помощи аппарата пристеночных функций. Влияние сил поверхностного натяжения между твердой стенкой и газожидкостной смесью в данной работе не учитывалось.

На свободной границе заданы нулевые значения для давления, объемной доли воды и всех компонент скорости.

Дискретизация основных уравнений. Дискретизация расчетной области получается методом контрольных объемов, который обеспечивает строгое соблюдение законов сохранения, и основные понятия метода напрямую соответствуют таким физическим величинам, как массовый расход, поток и т.д. /2/.

Первой тестовой задачей является задача о разрушении столба жидкости в горизонтальном канале прямоугольного сечения. В начальный момент времени прямоугольный столб вязкой несжимаемой жидкости находится в состоянии покоя. Под действием силы тяжести столб начинает обрушаться. Начальная геометрия области показана на рис. 1.

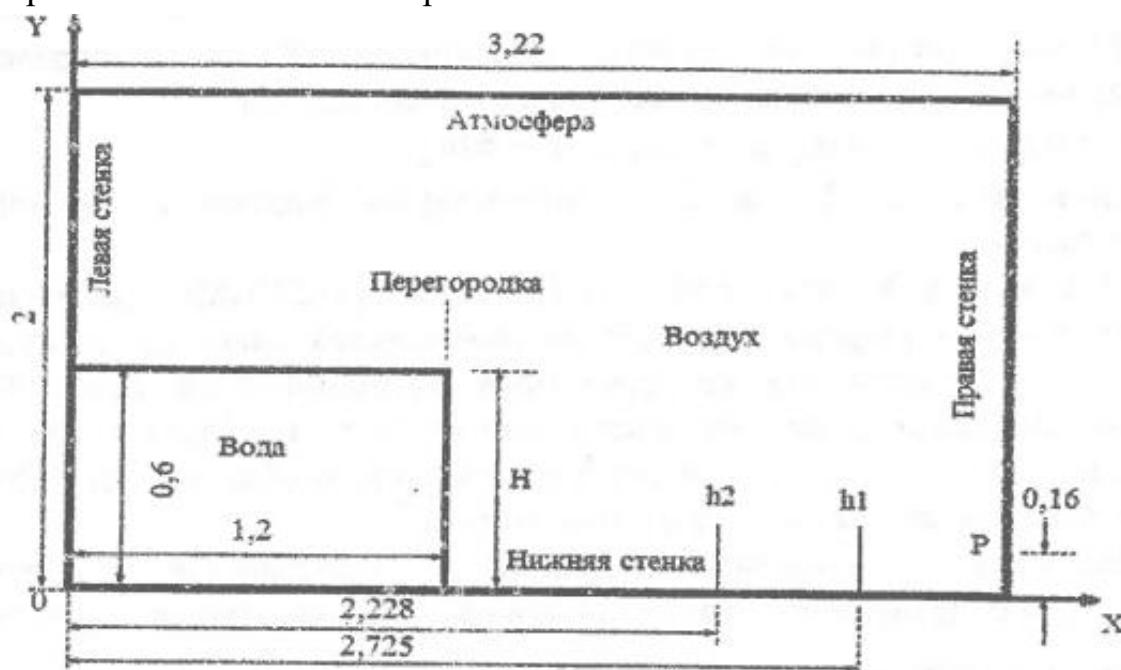


Рис. 1. Геометрия тестовой задачи и граничные условия

Сравнение численных результатов с экспериментальными данными работы /3/ представлено на рис. 2, где маркеры соответствуют экспериментальным данным.

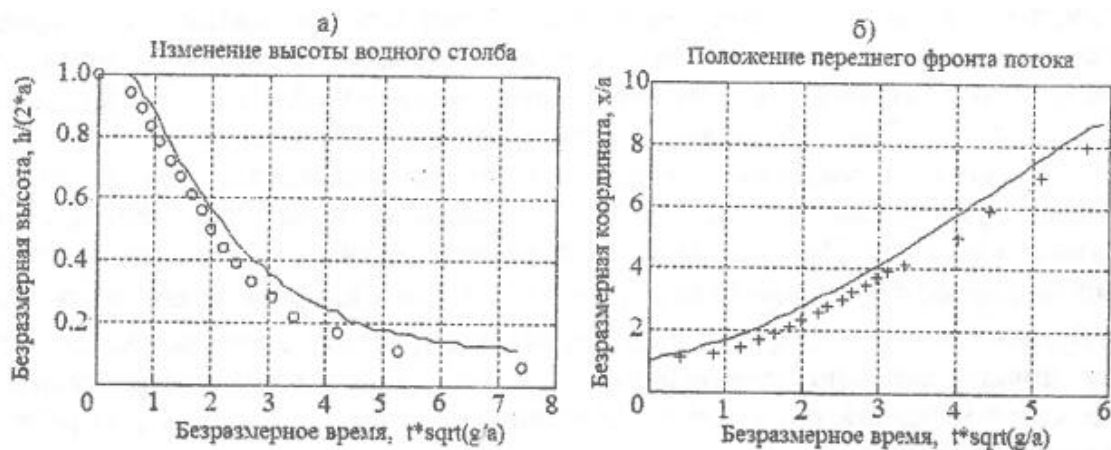


Рис. 2. Сравнение численных и экспериментальных данных

Следующей тестовой задачей является более усложненная задача обрушения столба жидкости в резервуаре прямоугольной формы с препятствием /4/.

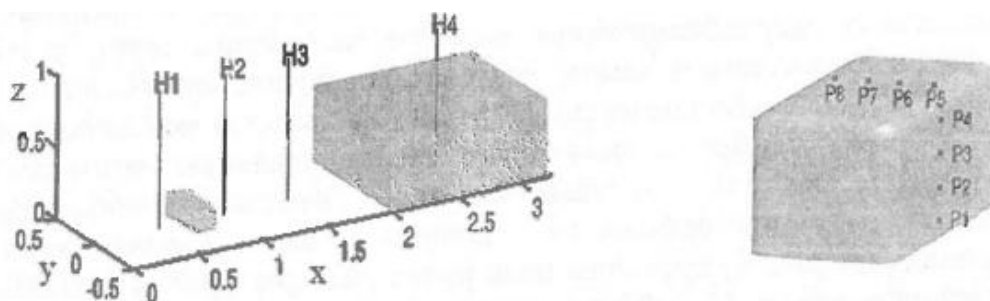


Рис. 3. Геометрия второй тестовой задачи и расположение измерительных датчиков

На рис. 4 приведена высота водного потока в двух различных точках: в резервуаре H4 и в непосредственной близости контейнера H2.

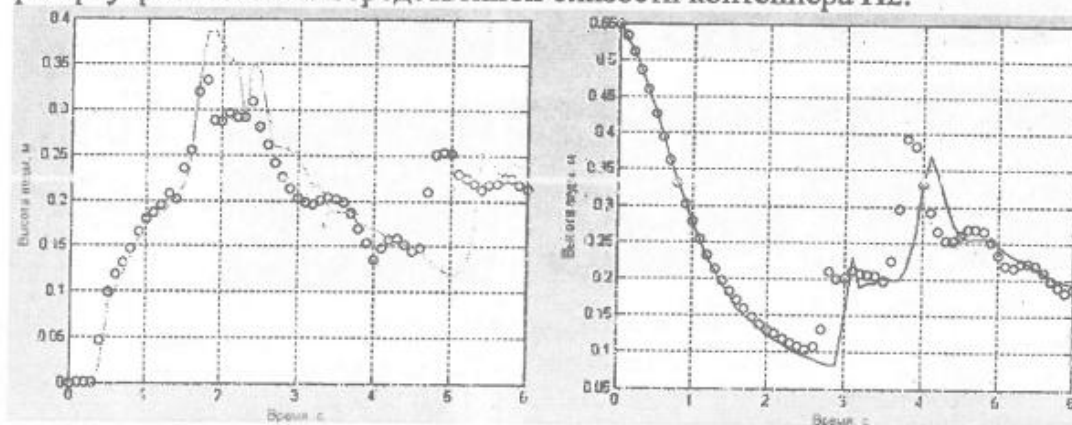


Рис. 4. Высоты водного потока в точках H2 (слева) и H4 (справа)

Как видно из рис. 5, момент времени $t=0,5$ с, когда волна достигает контейнера, предсказан с хорошей точностью, однако величина давления по сравнению с экспериментальным значением несколько завышена (левый рисунок). Тем не менее, общий характер изменений численных и экспериментальных данных совпадает.

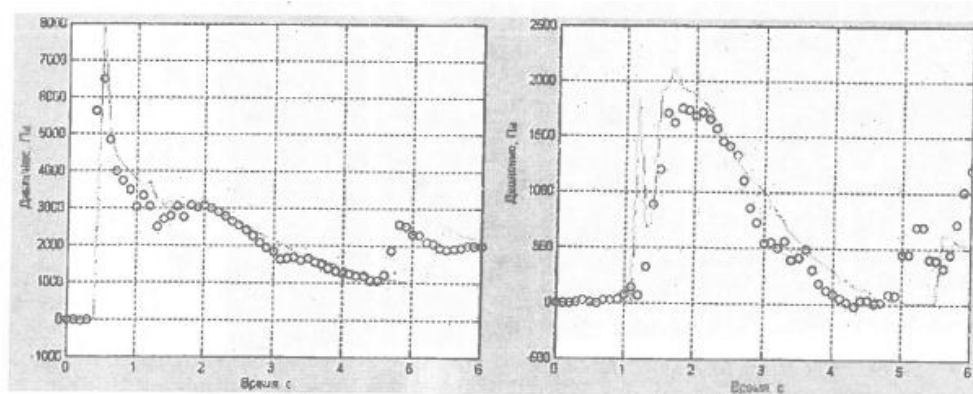


Рис. 5. Давление в точках P2 (слева) и P7 (справа)

Для иллюстрации способов применения численного моделирования крупномасштабных гидродинамических расчетов рассмотрим задачу расчета прорыва плотин Папанского и Камперабадского водохранилищ вблизи г. Ош. При этом необходимо особо подчеркнуть, что это не является моделированием реального прорыва дамбы, а показывают принципиальную возможность применения описываемой технологии при наличии необходимых геофизических и топографических данных. Для Камперабадского водохранилища (см. рис. 6) расчетное поле имеет размеры 6000x4000x1500 м. Расчетное время для сетки 120x120x80 около 9 часов.

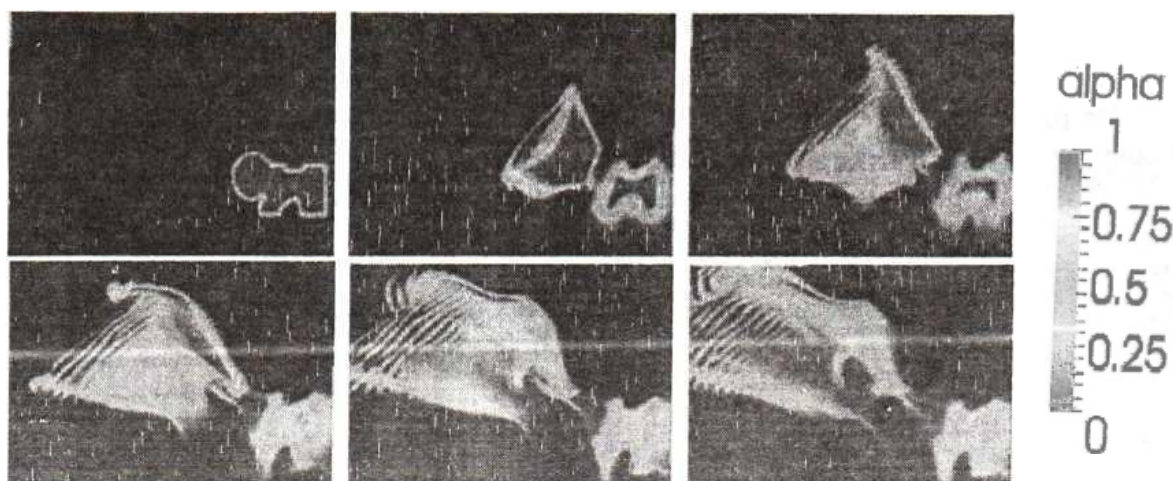


Рис. 6. Картина течения для Камперабадского водохранилища

Расчетное поле для Папанского водохранилища имеет размеры 5000x5000x1300 м (см. рис. 7). Общее расчетное время в случае сетки 50x60x30 составляет около 5 часов. В расчетах использовался компьютер Pentium® Dual-Core CPU T4400 @2.20 Ghz 2.87 Gb.

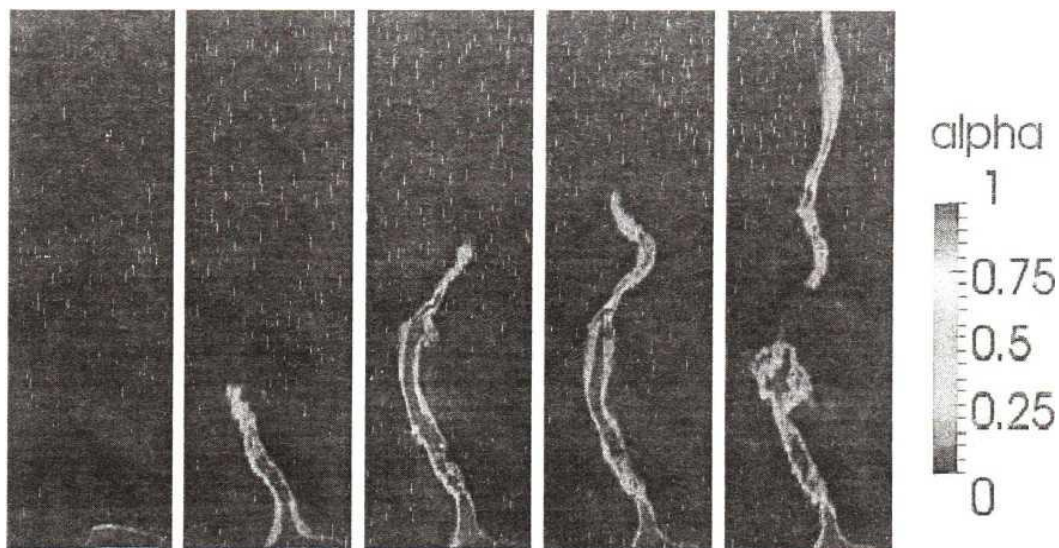


Рис. 7. Картина течения для Папанского водохранилища

Выводы

В работе представлены результаты математического моделирования сложных гидродинамических явлений на основе нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса, описывающих динамику газожидкостной смеси со свободной границей. Адекватность применяемой модели проверена на примере классических задач вычислительной гидродинамики. Особое внимание уделено точности расчета уровня потока воды и давления газожидкостного потока на стенки резервуара.

Список литературы

1. www.openfoam.org. OpenFOAM 1.7.1. User Guide.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. J. Martin, W. Moyce, An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. Volume 244 No. 882, pp. 312–324.
4. K. M. T. Kleefsman, G. Fekken, A. E. P. Veldman, B. Iwanowski and B. Buchner. A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems. Journal of Computational Physics, volume 206, issue 1, June, 2005, pp.363-393.