

## **АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА И НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ДО-, ТРАНС- И СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТОКАМИ**

Экспериментальные данные могут быть по-разному интерпретированы разными исследователями, а теоретический анализ одной и той же проблемы может приводить к противоположным выводам (яркий пример - выводы об устойчивости плоского течения Пуазейля, сделанные Гейзенбергом и более поздними исследователями на основании теоретического изучения, оказались противоположны). Теоретический анализ дает понимание механизмов наблюдаемого явления. Случается, что разные модели, не имея существенных предпочтений друг перед другом, могут указывать на различные физически правдоподобные их варианты. В этом случае критерием отбора могут выступать данные экспериментов. Уяснение соответствующей природе явления теоретической модели позволяет «провести единственную кривую истинной зависимости по звездному небу данных многочисленных экспериментов» (В.Я. Нейланд).

Вышедший в 1988 г. в свет обзор В.В. Козлова и О.С. Рыжова ставил своей задачей максимально полно, где это только возможно, провести сравнение относящихся к исследованию пограничного слоя результатов базирующейся на асимптотических методах аналитической теории, развитой в Вычислительном центре АН СССР (г. Москва) коллективом О.С. Рыжова, и данных экспериментов в аэродинамической трубе Института теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО АН СССР (г. Новосибирск, Академгородок), проведенных под руководством В.В.Козлова. Приведенные в обзоре результаты относились к дозвуковому пограничному слою.

Результаты исследования возмущений и перехода ламинарного течения в турбулентное при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях потока, выполненные, в основном, в рамках линейной теории устойчивости сжимаемых течений, а также анализ и сопоставление теоретических и экспериментальных результатов даны в/2/. Приведены результаты экспериментов по изучению влияния на пограничный слой падающих внешних возмущений (например, акустических волн), затупления передней кромки, шероховатости поверхности и ее охлаждения. Часто эти факторы оказывают одновременное влияние, причем их учет как независимых не обоснован. Констатируется, что общие положения теории получили экспериментальное подтверждение. Отмечены качественно новые, не наблюдаемые при дозвуковых скоростях эффекты - появление высокочастотных неустойчивых возмущений для числа Маха  $M > 3$ , выделение вместо одной трех областей неустойчивости (разделенных узкими «коридорами» устойчивости), возбуждение внешним звуковым излучением собственных колебаний в пограничном слое при сверхзвуковых скоростях невязкого течения в отсутствие неоднородностей течения,

несправедливость теоремы Сквайра о том, что трехмерные возмущения более устойчивы, чем двумерные.

Предложенная в 1904 г. Л. Прандтлем концепция пограничного слоя позволила решить многие важные задачи течений жидкости и газа. В процессе исследования пограничных слоев выявился целый круг не описываемых классической теорией Прандтля задач - с областями больших продольных градиентов параметров течения, в первую очередь, окрестностей точек отрыва пограничного слоя, что потребовало создания новых моделей пограничного слоя. Для этих задач структура модели течения оказалась более сложной, чем предложенное Прандтлем выделение всего лишь двух (вязкой и невязкой) областей, кроме того, выяснилось, что градиент давления в таком пограничном слое должен определяться не из условий в невязкой области (внешних условий), а из решения задачи в целом - таким образом, пограничный слой сам оказывает влияние на определяющее его невязкое течение (самоиндуцированный пограничный слой или, точнее, пограничный слой с самоиндуцированным давлением). Такие пограничные слои получили также название неклассических.

Исследование сверхзвуковых пограничных слоев исторически следовало за исследованием дозвуковых слоев, поскольку такой ход событий определялся возможностями и потребностями авиации, однако модель самоиндуцированного пограничного слоя (трехпалубная модель\*) была сформулирована впервые для сверхзвукового пограничного слоя (ВЛ. Нейланд, 1968 г. /3/).

В трехпалубной модели поле течения поделено на три части («палубы») - внешнее невязкое потенциальное течение, переходное невязкое вихревое течение и собственно пограничный слой. Решения описывающих течение уравнений, выведенных отдельно для каждой палубы при помощи метода асимптотических разложений в пределе бесконечно больших чисел Рейнольдса, сращиваются с использованием условий на границах палуб.

Обстоятельный обзор результатов теоретического изучения на трехпалубной модели и экспериментальных исследований задач свободного вязко-невязкого взаимодействия на сверхзвуковых скоростях проведен в монографии /4/.

К настоящему времени работами А.Н. Богданова, В.Н. Диесперова, В.И. Жука, Г. Л. Королева, И.Г. Проценко, О.С. Рыжова, И.В. Савенкова, А.В. Чернышева и др. развита теория самоиндуцированных пограничных слоев при трансзвуковом режиме обтекания. Естественно указать место новых результатов в общей картине явлений и процессов, связанных с пограничными слоями, определить новые проблемы и пути их возможного решения. Ранее обзор работ по исследованию трансзвуковых пограничных слоев предпринят в монографии /5/.

Трансзвуковой режим течения газа имеет значительные отличия по сравнению и с дозвуковым, и со сверхзвуковым режимами: наличие особенностей сверхзвукового течения (в первую очередь - ударных волн, угла Маха и др.) сочетается с возможностью<sup>1</sup> проникновения (влияния) слабых возмущений вверх по потоку, как в дозвуковых течениях.

---

<sup>1</sup> В.Я. Нейланд считает предпочтительным употребление термина «свободное взаимодействие».

Есть мнение, что течение в трансзвуковом диапазоне скоростей существенно нелинейное и проводить линеаризацию нельзя. Попытки упростить анализ уравнений трансзвукового течения связаны с использованием так называемого трансзвукового разложения. Для этого искомые функции раскладываются в ряды по малому параметру, которым является отклонение текущего значения числа Маха потока от единицы. В случае нестационарного трансзвукового течения такое упрощение уравнений движения было проведено В. Линем, Э. Рейсснером и С. Цянем /6/, позволившее свести исходную систему к единственному уравнению - уравнению Линя-Рейсснера-Цяня (ЛРЦ).

Асимптотические методы анализа вязких течений газа, связанные, в первую очередь, с разложением параметров течения по степеням обратного числа Рейнольдса, дали новое множество решений (их богатство соизмеримо с преодоленными трудностями их получения). Выявились случаи того, как различные предельные переходы приводят к различным результатам (явление Стокса) и неожиданному поведению решений, разный характер решений в разных областях и их тонкая пространственная структура, существенная роль вязкости даже в случаях, когда она очень мала.

Основные достижения при аналитическом исследовании самоиндуцированных трансзвуковых пограничных слоев получены в рамках трехпалубной модели, распространенной на трансзвуковой режим О.С. Рыжовым /7/. Первоначально модель показывала нелинейность течения в верхней палубе. Дальнейший анализ показал /8/, что при выводе составляющих трехпалубную модель уравнений есть возможность выбирать между сохранением нелинейности уравнений в верхней палубе и учетом нестационарности течения в нижней палубе. Последний вариант был использован при определении устойчивости пограничного слоя к малым возмущениям, являющимся линейной задачей. Оценка существенности линейных и нелинейных эффектов в областях свободного вязко-невязкого взаимодействия на трансзвуковых скоростях при различных значениях малых параметров задачи выполнена в работе /9/. Были указаны границы применимости линейного анализа.

Исследование устойчивости /8/ обнаружило рост слабых возмущений (не слишком больших длин волн) трансзвукового пограничного слоя при линейном профиле скорости невозмущенного течения и вне зависимости от того, превышает скорость такого течения скорость звука или нет. Для чисто сверхзвукового режима при линейном профиле растущих возмущений не обнаружено /10/, на дозвуковом же режиме модель показывает /10/ одно растущее возмущение), хотя устойчивость дозвукового пограничного слоя при линейном профиле скорости (называемого также течением Куэтта) считается доказанной (см., например /11/). Доказательство устойчивости /10/ сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине по отношению к продольным возмущениям (косые моды могут быть неустойчивыми в зависимости от угла наклона) при анализе на трехпалубной модели воспринималось как парадокс /12/. Дополнительный анализ /12/ показал, что в отличие от дозвукового и звукового случаев, когда изменения величины трансзвукового параметра подобия (характеризующего отклонение текущего

значения числа Маха от единицы) вызывает незначительные изменения в форме и положении дисперсионных кривых, для сверхзвукового пограничного слоя обнаруживаются новые возможности. Именно, при увеличении значения трансзвукового параметра подобия до величины 1,560 выявлено возникновение петлеобразной ветви дисперсионной кривой, лежащей в области растущих возмущений. При дальнейшем росте трансзвукового параметра подобия петля, соответственно, увеличивается и при достижении параметром критической величины, чуть большей 1,858, пересекается с другой дисперсионной кривой - в поле дисперсионных кривых возникает тока ветвления. В ходе расчетов /13/) критическое значение трансзвукового параметра подобия было уточнено: 1,85869.

Вывод дисперсионного соотношения (ДС) для трансзвукового режима и его исследование выполнено также в работе /14/, где был вычислен нейтральный корень и показано, что он единственный, проведенное сравнение со сверхзвуковым пределом обнаружило резкое увеличение длины нейтральной волны при переходе к сверхзвуковому режиму (на восемь порядков по сравнению с дозвуковым режимом).

В отличие от дозвукового случая акустическое воздействие на свободно взаимодействующий в трансзвуковом режиме пограничный слой порождает /15/ волны Толлмина-Шлихтинга и при гладких граничных условиях (нет выступов, изломов, уступов и т.п. на ограничивающих течение поверхностях), в дозвуковом режиме для генерации возмущений наличие таких особенностей необходимо /16/, в этом отношении трансзвуковое течение выступает как локально неоднородное течение.

Исследование малых возмущений при учете вязкости среды обнаружило (повидимому, первым здесь был В.Толлмин /17/) существование других, отличных от пограничных пристеночных, слоев существенного проявления вязких эффектов - «критических» слоев. В этой связи трехпалубная структура оказалась простейшим частным случаем существенно более сложной многопалубной структуры (например, четырех- и пятипалубной /5/) в том случае, когда критический и пристеночный пограничный слои совпадают.

Трехпалубная модель по-прежнему остается весьма эффективным инструментом для исследования задач теории пограничного слоя, в частности в трансзвуковом диапазоне скоростей /18-21/. Вместе с тем, к настоящему времени понята недостаточность этой модели для трансзвукового диапазона и предложена ее модификация /22/. Именно, при исследовании нестационарного трансзвукового взаимодействия для моделирования течения в области невязкого течения (верхней «палубе») традиционно использовалось уравнение Линя-Рейсснера-Цяня (ЛРЦ) /6/. Это уравнение, обладающее несомненными достоинствами (описывает и сверхзвуковую, и дозвуковую область трансзвукового течения, его неоднородный, нестационарный и нелинейный характер), однако, имеет недостатки (221, не позволяющие правильно описать распространение в потоке именно нестационарных возмущений; это уравнение является вырожденным гиперболическим уравнением и описывает распространение нестационарных возмущений в поле течения лишь отчасти (только вверх по течению).

В этой связи для исследования задач теории пограничного слоя с взаимодействием на трансзвуковых скоростях была предложена /22/ модифицированная модель. Модификация модели заключается в сохранении (т.о. возникающего естественным образом) в уравнении ЛРЦ при его выводе из полных уравнений для потенциала сингулярного члена трансзвукового разложения со второй производной по времени. Полученное таким способом уравнение удобно называть модифицированным уравнением ЛРЦ, это уравнение является невырожденным гиперболическим и описывает распространение возмущений в поле течения во всех направлениях. Модифицированная модель дает дополнительное возмущение, выпадающее из рассмотрения при использовании классической модели, и позволяет определить его поведение.

По ДС, полученным по классической и модифицированной моделям, была проведена /13/ серия численных расчетов дисперсионных кривых, определяемых указанными ДС при различных значениях трансзвукового и других определяющих параметров. Расчеты подтвердили асимптотику дисперсионной кривой модифицированного ДС, отвечающей растущим возмущениям.

Устойчивость трансзвуковых пограничных слоев на трехпалубной модели теоретически исследовалась при линейном профиле скорости невозмущенного пограничного слоя /8 /. Представляет интерес выяснение поведения возмущений в случае другого, отличного от линейного, вида профиля скорости. Выбор квадратичного вида позволяет провести аналитическое исследование в достаточно законченном виде. Конечно, и эти результаты сильно ограничены, но они освещают некоторые существенные особенности развития возмущений исследуемых пограничных слоев и позволяют избежать абсолютизации полученных для линейного профиля результатов. Укажем, в частности, что определяющий поведение возмущений в линейном случае присущий производной функции Эйри колебательный характер изменения относительно действительной оси при отрицательных значениях аргумента является, все же, исключительным и не реализуется в других условиях. Так, в случае квадратичного профиля скорости поведение возмущений определяется функцией Уиттекера, имеющей качественно другие свойства, нежели функция Эйри. Это свидетельствует о качественной перестройке поля возмущений при отклонении профиля невозмущенной скорости пограничного слоя от линейного вида.

Дисперсионное соотношение для трансзвукового режима взаимодействия переходит в дисперсионное соотношение для сверхзвукового режима или дозвукового режима при соответствующем выборе определяющих невозмущенное течение параметров, что открывает возможность для сравнения трансзвукового режима с этими режимами, для которых накоплен большой экспериментальный материал.

Экспериментальный материал по исследованию устойчивости собственно трансзвуковых пограничных слоев довольно скуп. Здесь следует отметить цикл экспериментов /24/ по исследованию колебаний пластины при ее трансзвуковом обтекании, выполненных в Институте механики МГУ имени М.В. Ломоносова, в связи с изучением одномодового панельного флаттера у летательных аппаратов.

Эксперименты показали сильный рост колебаний пластины при числах Маха, превышающих 1,2. Связанные с этими экспериментами теоретические исследования /25/ влияния пограничного слоя, образующегося на поверхности пластины, на колебания пластины (безграничной или конечной величины) показали стабилизацию (или дестабилизацию) колебаний пластины пограничным слоем в зависимости от профиля скорости в слое и его толщины. В случае обобщенно-выпуклых профилей скорости, характерных для ускоряющегося течения, колебания пластины при сверхзвуковом обтекании стабилизируются, а при дозвуковом - наоборот. В случае профилей с обобщенной точкой перегиба, лежащей в дозвуковой части пограничного слоя (характерных для однородных или замедляющихся течений), колебания при сверхзвуковом обтекании растут для достаточно тонких пограничных слоев и стабилизируются для слоев при превышении толщиной пограничного слоя некоторой величины. При дозвуковом обтекании колебания затухают. Если профиль пограничного слоя такой, что обобщенная точка перегиба лежит в сверхзвуковой части пограничного слоя, такой слой может быть устойчив, давая при этом сколь угодно сильный рост колебаний пластины.

### Список литературы

1. Козлов В.В., Рыжов О.С. Восприимчивость пограничного слоя: асимптотическая теория и эксперимент. - М.: ВЦ АН СССР, 1988. - 56 с.
2. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. - Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1980. - 144 с.
3. Нейланд В.Я. Сверхзвуковое течение вязкого газа вблизи точки отрыва // III Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. 25.01 - 01.02.1968 г. Сб. аннотаций докладов. - М.: Наука. 1968. - С. 224
4. Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. - М.: Физматлит, 2003. - 456 с.
5. Жук В.И. Волны Толлмина-Шлихтинга и солитоны. - М.: Наука, 2001. - 167 с.
6. Lin C.C., Reissner E., Tsien H.S. On two-dimensional non-steady motion of a slender body in a compressible fluid// J. of Mathematics and Physics. 1948. V.27. № 3. P. 220-231. (Имеется перевод: Х.Ш. Тзян, Ц.Ц. Лин, Е. Рейснер. О двумерном неустановившемся движении тонкого тела в сжимаемой жидкости/ Газовая динамика (Сб. статей). Под ред. С.Г. Попова и С.В. Фальковича. - М.: Изд-во иностр. лит., 1950. - С. 183-196).
7. Рыжов О.С. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением при околосзвуковых скоростях внешнего потока // Докл. АН СССР. - 1977. - Т. 236. - № 5. - С. 1091-1094.
8. Рыжов О.С., Савенков И.В. Об устойчивости пограничного слоя при трансзвуковых скоростях внешнего потока// ПМТФ. - 1990. - № 2. - С. 65-71.
9. Диесперов В.Н., Липатов И.И. Модели процессов взаимодействия течения

в ламинарном пограничном слое с трансзвуковым потоком // Изв. РАН. МЖГ. – 2003.-№5.-С.60-73.

10. Терентьев Е.Д. Нестационарные задачи пограничного слоя со свободным взаимодействием. Дисс. на соискание уч. степ. докт. физ.-мат. наук, - М.: ВЦ РАН, 1986. - 202 с.

11. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. - М.: Мир, 1971.-352 с.

12. Ryzhov O.S, Bogdanova E.V. Boundary-layer instability in transonic range of velocities, with emphasis on upstream advancing wave packets// IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research Solid Mechanics and Its Applications, 2006, v. 129, Session 2, p. 135-144.

13. Чернышев А.В. Исследование свойств дисперсионных соотношений в асимптотической модели неклассического пограничного слоя. Дисс. на соискание уч. степ. канд. физ.-мат. наук. - М.: ВЦ РАН, 2010.- 127 с.

14. Тимошин С.Н. Асимптотическая форма нижней ветви нейтральной кривой в трансзвуковом пограничном слое// Ученые записки Н АГИ. - 1990. - Т. XXI. - № 6. - С 50-57.

15. Савенков И.В. О преобразовании акустических возмущений в волны Толлмина-Шлихтинга в пограничном слое при трансзвуковых скоростях внешнего потока// ЖВМиМФ. - 2004. - Т. 44. - № 8. - С. 1429-1434.

16. Рубан А.И. О генерации волн Толлмина-Шлихтинга звуком// Изв. АН СССР. - МЖГ. - 1984. - № 5. - С. 44-52.

17. Tollmien W. Über die Entstehung der Turbulenz. 1. Mitteilung, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Klasse 21-44 (1929); английский перевод в НАСА ТМ 009(1931).

18. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Чернышев А.В. Феномен свободного действия в трансзвуковых течениях и устойчивость пограничного слоя// ЖВМиМФ.-2010.-Т.50.-№12.-С. 2208-2222.

19. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Королев Г.Л., Липатов И.И., Савенков И.В. Асимптотические модели вязких нестационарных трансзвуковых течений// VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике.(Пермь. 23-29 августа 2001).Аннотации докладов. –Екатеринбург: УрО РАН. 2001.-С.106.

20. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Королев Г.Л., Проценко И.Г., Савенков И.В. Развитие концепции свободного взаимодействия нестационарного пограничного слоя // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. (Н.Новгород, 22-28 августа 2006) Аннотации докладов. Т. П. - Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского. 2006. - С. 32.

21. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Королев Г.Л., Чернышев А.В. Фундаментальность концепции свободного вязко-невязкого взаимодействия при исследовании нестационарного трансзвукового пограничного слоя// Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. - № 4, часть 5. - С. 2025-2027.

22. Богданов А.Н., Диесперов В.Н. Моделирование нестационарного

трансзвукового течения и устойчивость трансзвукового пограничного слоя// ПММ - 2005. - Т. 69. – Вып. 3.- С. 394-403.

23. Богданов А.Н. Высшие приближения трансзвукового разложения в задачах нестационарных трансзвуковых течений// ПММ. - 1997. — Т. 61. — Вып.5. -С. 798-811.

24. Веденеев В.В., Гувернюк С.В., Зубков А.Ф., Колотников М.Е. Экспериментальное исследование одномодового панельного флаттера в сверхзвуковом потоке газа//Изв. РАН. - МЖГ. - 2010. — № 2. -,С. 161-175. м

25. Веденеев В.В. Одномодовый флаттер пластины с учётом пограничного слоя// Изв. РАН. МЖГ. 2011. В печати.