

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВРАЩЕНИЯ ВЕТРОТУРБИНЫ ДАРЬЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРИИ ТРУБКИ ТОКА

Рассмотрим взаимодействия ветротурбины со стационарным воздушным потоком [1-3]. На рис. 1 схематически показано четыре наиболее важных положения рабочей лопасти при вращении с постоянной угловой скоростью ω .

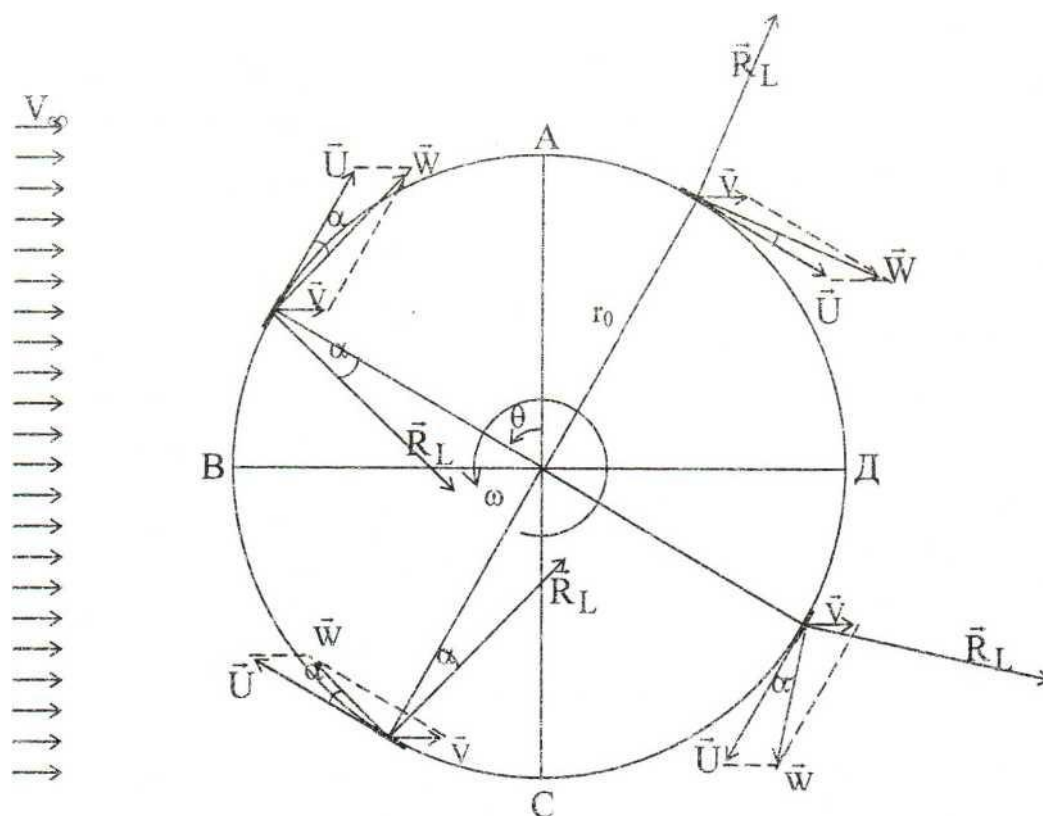


Рис. 1. Схема вращающейся против часовой стрелки одной из рабочих лопастей ветротурбины

Угол $\theta \in [0, 2\pi]$ отсчитывается от координаты x как от нулевого положения маха. Таким образом, угол θ определяет положение рабочей лопасти и действующие на нее силы вдоль окружности описываемой рабочими лопастями при вращении турбины.

Как видно из рис. 1, в точках А и С угол атаки (α) равен нулю ввиду параллельности вектора скорости ветра $\vec{V}$ и вектора линейной скорости вращения турбины $\vec{U}$. По мере продвижения рабочей лопасти от точки А до точки В возрастает угол атаки до максимального своего значения. Соответственно, изменяется величина и направления скорости атаки воздушной среды при движении в ней рабочей лопасти. Затем при перемещении лопасти от точки В к точке С угол атаки и скорости атаки убывают, и величина подъемной силы $\vec{R}_L$ равняется нулю в точке С. Аналогичная ситуация имеет место при

продвижении рабочей лопасти по нижней части окружности с максимальными значениями угла и скорости атаки в точке Д.

Вектор скорости атаки запишется в виде суммы вектора индуктивной скорости ветра $\vec{V}$ и вектора линейной скорости движения рабочей лопасти $\vec{U}$ с обратным знаком

$$\vec{W} = V \sin \theta \vec{e}_t + (\omega r_o + V \cos \theta) \vec{e}_e, \quad (1)$$

где ω – угловая скорость вращения турбины, r – длина маха Н-ротора, V – индуктивная скорость ветра. Ниже будет показано, как определяется ее величина.

Угол атаки выражается следующей формулой:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(\vec{W}, \vec{e}_t)}{(\vec{W}, \vec{e}_e)} = \frac{V \sin \theta}{V \cos \theta + r_o \omega} \quad \text{или} \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{V \sin \theta}{V \cos \theta + r_o \omega} \right). \quad (2)$$

Вводя параметр быстроходности $Z = \omega r_o / V$, получим

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta + Z} \right). \quad (3)$$

Характер поведения угла атаки различен при $Z > 1$.

а) подъемная сила профиля рабочей лопасти

$$\vec{R}_L = C_L(\alpha) \rho \frac{W^2}{2} h dz \vec{e}_L, \quad (4)$$

где $C_L(\alpha)$ – коэффициент подъемной силы, h – длина хорды профиля, dz – элемент лопасти по высоте, $\vec{e}_L$ – единичный вектор по направлению подъемной силы крыла,

б) сила сопротивления

$$\vec{R}_D = C_D(\alpha) \rho \frac{W^2}{2} h dz \vec{e}_w, \quad (5)$$

где коэффициент $C_D(\alpha)$ – известная функция от угла атаки, $\vec{e}_D$ – единичный вектор сопротивления.

Коэффициенты $C_D(\alpha)$, $C_L(\alpha)$ могут быть представлены формулами, связанными с углом атаки, и определяются экспериментально.

Запишем элементарный момент аэродинамических сил, действующий на элемент лопасти dz , при изменении $\theta \in [0, 2\pi]$ равен

$$dM = r_o [(\vec{R}_D, \vec{e}_\theta) + (\vec{R}_L, \vec{e}_\theta)] = \rho \frac{W^2}{2} h dz r_o [C_D \cos(\alpha) + C_L \sin(\alpha)], \quad (6)$$

где z – третья ось ортогональной декартовой системы координат. Рабочие лопасти Н-ротора расположены параллельно третьей оси z .

Значение W^2 получим, используя формулу (2)

$$W^2 = (\vec{W})^2 = V^2 \sin^2 \theta + (\omega r_o + V \cos \theta)^2. \quad (7)$$

Осредненное значение силы $R \rightarrow_x(\theta)$, действующей на элемент, равно

$$\bar{R}_x(\theta) = R'(\theta) dx. \quad (8)$$

Здесь $dx = r_o \sin \theta d\theta$;

где определяется по формуле (9') или, более подробно,

$$R_x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{R}_x d\theta, \quad (9)$$

$$R_x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{R}_x d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho \frac{W^2}{2} \frac{hB(\theta)}{r_o \sin(\theta)} d\theta = \frac{\rho h}{4\pi r_o} \int_0^{2\pi} \frac{W^2 B(\theta)}{\sin(\theta)} d\theta. \quad (10)$$

Здесь выражение (8) используется для R_x и $B(\theta) = C_L \sin(\theta - \alpha) - C_D \cos(\theta - \alpha)$.

Воспользовавшись определением коэффициента C_p из (2'), справедливым для $0 < \theta < \pi$, можно записать

$$C_p = \frac{R_x}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = \frac{h}{2\pi r_o} \int_0^{2\pi} \left(\frac{W}{V} \right)^2 \frac{B(\theta)}{\sin(\theta)} d\theta. \quad (11)$$

Выберем в ветровом потоке трубку тока, взаимодействующую с движущейся по окружности ABCD (рис. 1) рабочей лопастью. Естественно, величина трубки тока в этом случае связана с положением лопасти в пространстве при круговом ее движении, или, иначе говоря, установим связь индуктивной скорости с параметром C_p

$$\frac{V}{V_\infty} = \frac{1}{1 + \frac{C_p}{4}}. \quad (12)$$

Учитывая формулу (11), после простых преобразований из (12) найдем выражение для индуктивной скорости через аэродинамические характеристики ветроагрегата:

$$\frac{V}{V_\infty} = \frac{1}{1 + \frac{h}{8\pi r_o} \int_0^{2\pi} \left(\frac{W}{V} \right)^2 \frac{B(\theta)}{\sin(\theta)} d\theta}. \quad (12')$$

Формула (12') в сочетании с (1) и (2) дает итерационный алгоритм для определения индуктивной скорости V в наветренной части ротора Дарье, в рассматриваемом случае, когда турбина в целом обхватывается одной трубкой, т.е. однотрубчатая модель.

Для проведения расчетов рассмотренным выше методом была разработана итерационная программа на языке Фортран и реализована на компьютере. При этом, как нам представляется, в процессе итерации лучше включить зависимости коэффициентов подъемной силы (C_L) и силы сопротивления (C_D) от непосредственного угла атаки, записанные в виде формул. Результаты обработки данных коэффициентов подъемной силы (C_L) и силы сопротивления (C_D) для

крылового профиля NASA-0021 приведены на рис. 2. На рис. 2 сплошные линии построены по приближенным формулам, которые имеют вид

$$C_L = -0,00011 \cdot \alpha^3 + 0,0023 \cdot \alpha^2 + 0,0633 \cdot \alpha, \quad (13)$$

$$C_D = 0,0005 \cdot \alpha^2 - 0,002 \cdot \alpha + 0,0129. \quad (14)$$

Ромб, квадрат – экспериментальные данные, взятые из [1] для профиля NASA-0021.

Как видно из рис. 2, экспериментальные данные NASA достаточно хорошо согласуются с формулами (13) и (14).

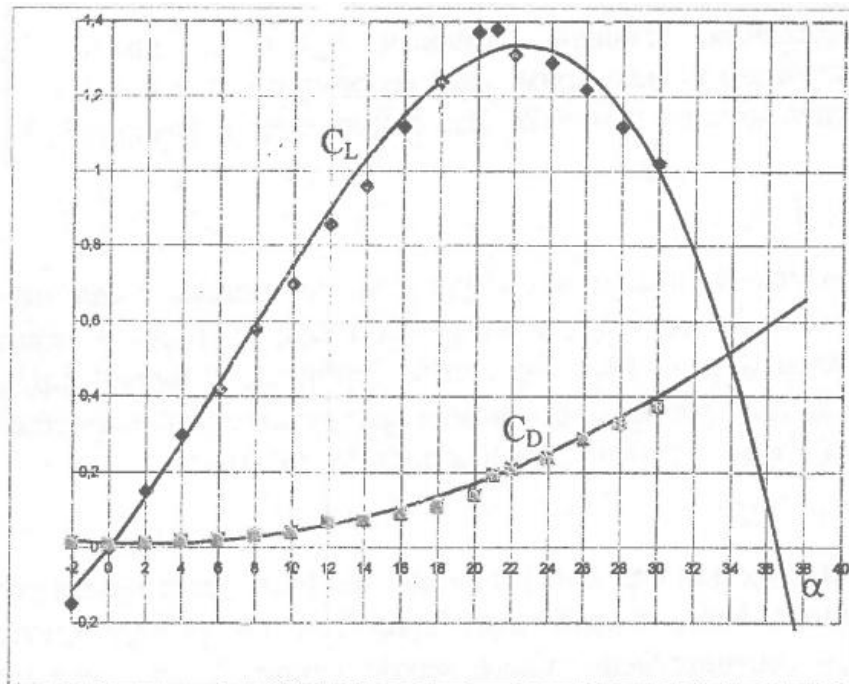


Рис. 2. Коэффициенты подъемной силы C_L и силы сопротивления C_D для симметричного профиля NASA-0021

Запишем выражения для вращающего момента турбины для наветренной части ветроколеса при $\theta \in [0, \pi]$ случая:

$$M_1 = \frac{nhr_o H}{\pi} \int_0^\pi \rho \frac{W^2}{2} (C_L(\alpha) \sin \alpha - C_D(\alpha) \cos \alpha) d\theta, \quad (15)$$

где, n – число лопастей ротора, H – длина рабочей лопасти.

Аналогично и в подветренной стороне при изменении $\theta \in [\pi, 2\pi]$, выражения для вращающего момента турбины запишется в виде

$$M_2 = \frac{Nhr_o H}{\pi} \int_\pi^{2\pi} \rho \frac{W'^2}{2} (C_L(\alpha') \sin \alpha' - C_D(\alpha') \cos \alpha') d\theta, \quad (16)$$

где W' – скорость атаки на профиле рабочей лопасти в подветренной части ветротурбины.

Запишем выражения для вращающего момента

$$M = \frac{Nhr_o H}{\pi} \int_0^{2\pi} \rho \frac{W^2}{2} (C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha) d\theta. \quad (17)$$

В формуле (17) N - число лопастей ротора, H - высота ротора.

В теоретических подходах к расчету аэродинамики ветротурбин наибольшее развитие получили представления о взаимодействии трубки тока с вращающимся ветроколесом как активным проницаемым диском. Здесь получены все основные результаты: крутящий момент, связь мощности машины с энергией ветра, коэффициент использования энергии ветра и другие характеристики.

Для определения угловой скорости вращения ротора Дарье при воздействии ветрового потока применяем теорему об изменении кинетического момента механической системы [2]. Эта выражения в конечной форме имеет вид

$$\frac{dL_z}{dt} = M_{турб} + \sum M_i, \quad (18)$$

где L_z - кинетический момент ветротурбины, состоящей в данном случае из вала, маха и рабочей лопасти относительно оси z . $M_{турб}$ - вращательный момент, создаваемый рабочими лопастями турбины, который определялся во втором разделе данной работы, M_i - момент различных сил сопротивления.

Для турбины Дарье с двумя прямыми лопастями имеем

$$I = \frac{2}{3} r_0^2 m_m + r_0^2 m_l + r_a^2 m_a, \quad (19)$$

где r_0 - расстояние от оси вращения до лопастей (оно практически равно длине маха), r_a - радиус вала, передающего вращение генератору электрического тока, m_m, m_l, m_a - соответственно массы маховиков, лопастей, вала вращения.

Разность времени выразим

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{d\theta}{dt}, \quad (20)$$

где $d\theta$ соответствует углу поворота рабочей лопасти относительно оси z за промежуток времени dt ; T - затраченное время за один оборот турбины.

Отсюда следует написать

$$dt = \frac{T}{2\pi} d\theta = \frac{I}{\omega} d\theta. \quad (21)$$

Подставив (20) в формулу (18), получим

$$\omega \frac{dL_z}{d\theta} = M_{турб} + \sum M_i. \quad (22)$$

Угловая скорость вращения турбины при воздействии жидкости поступающей из гидронасоса и меняющейся в зависимости от работы дросселя

$$I\omega \frac{d\omega}{d\theta} = M_{турб} + \sum M_i, \quad (22')$$

Формулу (22') напомним в разностном виде

$$I\omega \frac{\omega^{n+1} - \omega^n}{\theta^{n+1} - \theta^n} = M_{турб} + \sum M_i, \quad (23)$$

где $M_{турб} = (R_L \sin \alpha - R_D \cos \alpha) r_o$

$$\omega^{n+1} = \omega^n + \frac{(R_L \sin \alpha - R_D \cos \alpha) r_o + \sum M_i (\theta^{n+1} - \theta^n)}{I\omega^n}, \quad (23')$$

где ω^{n+1} и ω^n – соответственно, угловые скорости турбины в момент времени t^{n+1} и t^n . Таким образом, определение угловой скорости ω будет продолжаться, пока не сойдется к своему единственному значению (см. рис. 3, 4).

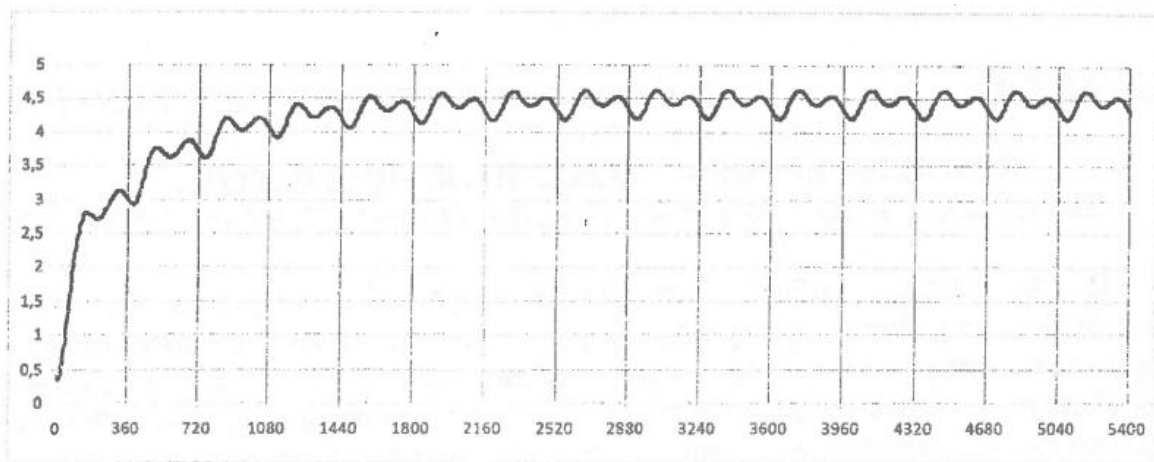


Рис. 3. График зависимости угловой скорости от положения движущейся рабочей лопасти при относительно малой величине $I=0,5$ и без учета сопротивления на турбину

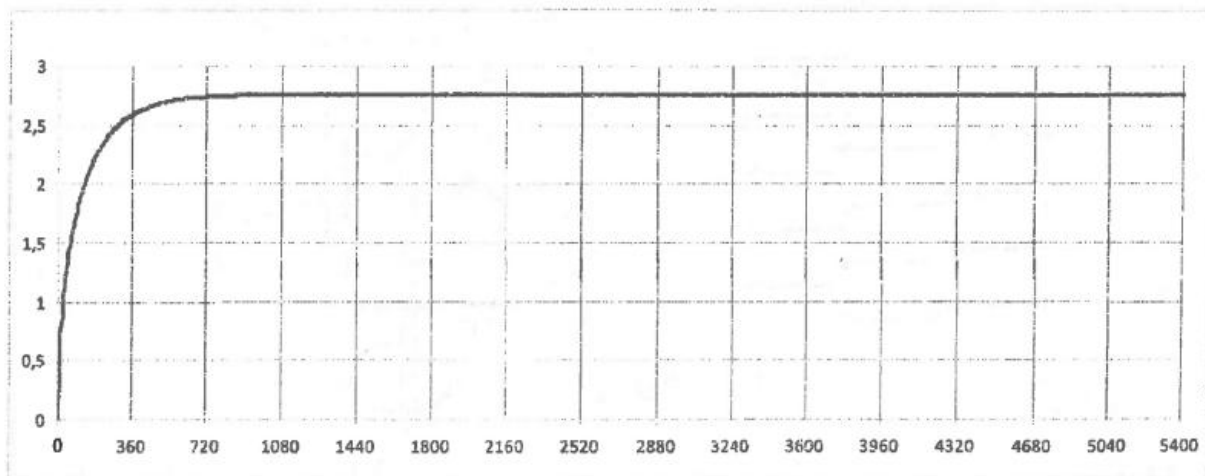


Рис. 4. График зависимости угловой скорости от положения движущейся рабочей лопасти при $I=0,5$ и с учетом сопротивления на турбину 10 %

Список литературы

1. Ершина А.К., Ершин Ш.А., Жаибасбаев У.К. Основы теории ветротурбины Дарье. – Алматы, 2001. – 104 с.
2. Ершин Ш.А., Тулепбергенов А.К. Об одной нелинейной задаче ветротурбины карусельного типа //Материалы Международной конференции: Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент. – Караганда, 1997. – С. 86–92.
3. Jon Paraschivoiu and Philippe Desy. Aerodynamics of Small – Scale Vertical – Axis Wind Turbines //J. Propulsion. – 1986. – Vol. 2, № 3. – P. 282-288.