

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПРЕССОВАНИЯ КРУГОВОГО ПРУТКА В РЕЖИМАХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

Рассматривается задача определения скоростей перемещений и деформаций в процессе прямого прессования алюминиевого прутка круглого сечения в термическом режиме сверхпластичности. Решение ищется в предположении, что в очаге пластической деформации имеет место радиальное течение в коническом сходящемся канале.

Введение

Рассмотрим задачу управление технологическим процессом прямого прессования прутка круглого поперечного сечения в конической матрице. Полагаем, что операция реализуется в изотермических условиях в температурном диапазоне сверхпластичности /1/.

Установлено /1, 2/, что, кроме температуры, определяющим сверхпластичность фактором является поле скоростей деформаций. На основании анализа и определения скоростных параметров решением, по существу, обратной задачи устанавливаются энергосиловые и кинематические характеристики процесса. Так сформулированная проблема сводится к постановке и решению краевой задачи, на основании которого строится оптимизационная задача. При этом конечной целью исследования является выработка технологической стратегии изготовления прутка с качественными ультрамелкозернистой структурой. Последнее вполне достижимо, если учесть, что каждой температуре из сверхпластического диапазона ставится в соответствие определенный интервал скоростей деформации. Именно в таких условиях происходит формирование мелкого зерна. Поскольку исходным материалом являются алюминиевые сплавы без предварительной подготовки структуры, то образование ультрамелкого зерна связано со структурным фазовым переходом – динамической рекристаллизацией /3/.

Укажем также, что установленная на основании сказанного зона сверхпластичности занимает часть очага пластической деформации.

Решение предлагаемой задачи, реализованное в /4/, требует определенного уточнения при анализе поле скоростей перемещений и деформаций.

1. Постановка задачи

Считаем, что металл, находящийся в контейнере радиуса R_0 (рис.1), под действием силы F подается в конической формы матрицу со скоростью v_0 . Справедливо полагаем, что течение материала в матрице радиальное /4/.

Введем сферическую систему координат r, α, φ и запишем исходную систему уравнений. Дифференциальные уравнения равновесия представимы /4/ в форме

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{1}{r} [2\sigma_r - (\sigma_\alpha + \sigma_\varphi) + \tau_{r\alpha} \operatorname{ctg} \alpha] = 0; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{1}{\rho} [3\tau_{\rho\alpha} + (\sigma_\alpha - \sigma_\varphi) \operatorname{ctg} \alpha] = 0.$$

Здесь компоненты напряжений σ_{ij} отнесены к внутреннему параметру состояния σ^* ; $\rho = r/R_0$.

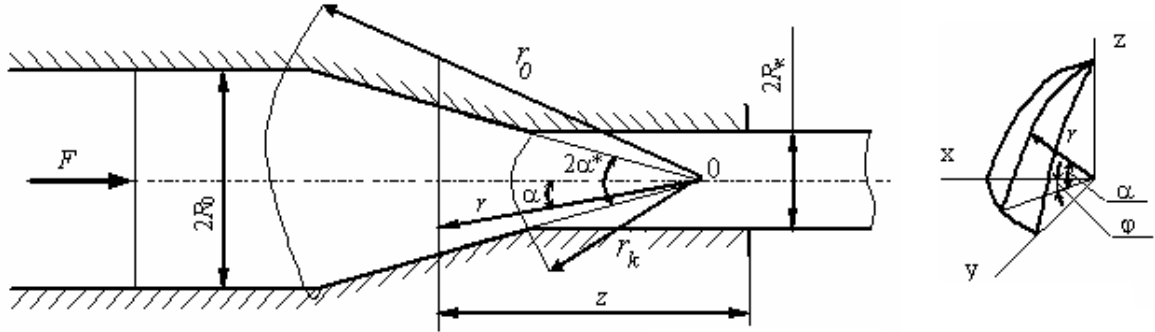


Рис.1. Схема прессования круглого прутка

Составляющие скоростей перемещений и деформаций связаны соотношениями

$$\dot{\epsilon}_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho}; \quad \dot{\epsilon}_\varphi = \dot{\epsilon}_\alpha = \frac{v_\rho}{\rho}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\rho}{\partial \alpha}; \quad (1.2)$$

компоненты вектора скорости радиального перемещения v_ρ приняты поделенными на величину $\dot{\epsilon}^* R_0$, а составляющие $\dot{\epsilon}_{ij}$ тензора скоростей деформаций – к $\dot{\epsilon}^*$, где $\dot{\epsilon}^*$ - внутренний параметр состояния, альтернативный σ^* [1].

Условие несжимаемости материала в скоростях запишется так

$$\dot{\epsilon}_\rho + \dot{\epsilon}_\alpha + \dot{\epsilon}_\varphi = 0. \quad (1.3)$$

Определяющие соотношения представляются в виде уравнений теории упругопластических процессов малой кривизны [5/

$$\begin{aligned} \sigma_\rho - \sigma_0 &= \frac{2\sigma_u}{3\dot{\epsilon}_u} \dot{\epsilon}_\rho; & \sigma_\alpha - \sigma_0 &= \frac{2\sigma_u}{3\dot{\epsilon}_u} \dot{\epsilon}_\alpha; & \sigma_\varphi - \sigma_0 &= \frac{2\sigma_u}{3\dot{\epsilon}_u} \dot{\epsilon}_\varphi; \\ \tau_{\rho\alpha} &= \frac{\sigma_u}{3\dot{\epsilon}_u} \dot{\gamma}_{\rho\alpha}; & 3\sigma_0 &= \sigma_\rho + \sigma_\alpha + \sigma_\varphi; \end{aligned} \quad (1.4)$$

причем $\sigma_u, \dot{\epsilon}_u$ - соответственно интенсивности напряжений и скоростей деформаций, отнесенные к параметрам состояния $\sigma^*, \dot{\epsilon}^*$.

Уравнение состояния, следуя [1], будет иметь вид

$$\sigma_u = 1 - m_0 - \beta + (3m_0 + \beta)\dot{\epsilon}_u - 3m_0\dot{\epsilon}_u^2 + m_0\dot{\epsilon}_u^3, \quad (1.5)$$

где $\beta = \beta(\xi)$ - управляющий параметр, ξ - приведенная температура, m_0 - постоянная материала.

Отметим, что при сверхпластичности $\beta < 0$, а в изотермическом режиме $\beta, \sigma^*, \dot{\epsilon}^*$ становятся постоянными параметрами. Граничные условия будем формулировать в процессе решения задачи.

2. Скорости перемещений и деформаций

Совместное рассмотрение условий несжимаемости с функциями скоростей деформаций (1.2) приводит к установлению величины скорости радиального перемещения

$$v_p = -\frac{K(\alpha)}{\rho^2}, \quad (2.1)$$

где $K = K(\alpha)$ - неизвестная пока функция угла α .

С учетом (2.1) для составляющих скоростей деформаций можно получить

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{2K(\alpha)}{\rho^3}; \quad \dot{\varepsilon}_\alpha = \dot{\varepsilon}_\varphi = -\frac{K(\alpha)}{\rho^3}; \quad \dot{\gamma}_{p\alpha} = -\frac{K'(\alpha)}{\rho^3}. \quad (2.2)$$

Соотношения (1.4), (1.5) перепишутся так

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sigma_0 + \frac{4}{3}T(\alpha, \rho)K(\alpha); & \sigma_\alpha &= \sigma_\varphi = \sigma_0 - \frac{2}{3}T(\alpha, \rho)K(\alpha); \\ \tau_{p\alpha} &= -\frac{1}{3}T(\alpha, \rho)K'(\alpha); & 3\sigma_0 &= \sigma_p + \sigma_\alpha + \sigma_\varphi; \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$T(\alpha, \rho) = (1 - m_0 - \beta)L^{-1/2} + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^3} - \frac{3m_0 L^{1/2}}{\rho^6} + \frac{m_0 L}{\rho^9}, \quad (2.4)$$

где положено

$$L = L(\alpha) = \frac{1}{3}[12K^2(\alpha) + K'^2(\alpha)] \quad (2.5)$$

Очевидно, что компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций, вектора скорости перемещения, как видно из (2.1)...(2.5), будут определены, если найдено выражение для $K = K(\alpha)$.

С привлечением дифференциальных уравнений равновесия (1.1) и соотношений (2.1)...(2.5) записано /4/ нелинейное дифференциальное уравнение, интегрирование которого при соответствующих граничных условиях позволяет получить явное выражение для разрешающей функции

$$K(\alpha) = \frac{C_1}{2}(\sin^2 \alpha + \psi), \quad (2.6)$$

где

$$\psi = \psi(\alpha^*, \chi) = \frac{1}{3\chi}(1 - \chi^2)^{1/2} \sin 2\alpha^* - \sin^2 \alpha^*, \quad (2.7)$$

причем α^* - угол наклона матрицы (рис.1), χ - коэффициент пропорциональности между интенсивностью сил трения на контакте поверхности матрицы и максимальным касательным напряжением.

Заметим, что неизвестной остается постоянная интегрирования C_1 , которую установим исследованием полей скоростей перемещений и деформаций.

Полагаем, что очаг деформации представляется объемом, ограниченным двумя поверхностями разрыва скоростей ρ_0, ρ_k и конической поверхностью матрицы (рис.2). Для вычисления постоянной C_1 запишем выражение для секундного объема материала

$$W_c = \iint_A v_p dA, \quad (2.8)$$

где A - площадь поверхности вращения в сечении при произвольном $\rho \in]\rho_k, \rho_0[$.

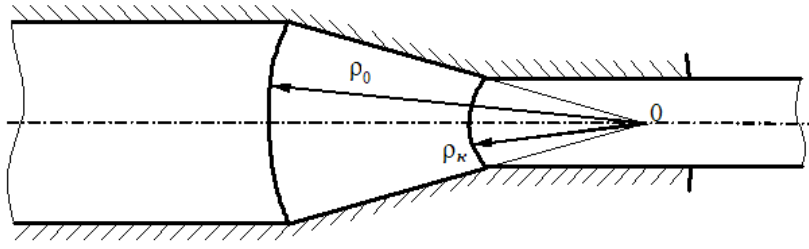


Рис. 2. Схема выбора очага деформации.

Учитывая, что в сферических координатах $dA = \rho^2 \cos \alpha d\alpha d\phi$, вместо (2.8) получим

$$W_c = 2 \int_0^\pi d\phi \int_0^{\alpha^*} v_p \rho^2 \cos \alpha d\alpha. \quad (2.9)$$

Считаем объем (2.9) проходящим через поверхность разрыва скоростей $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$. Иными словами,

$$W_c = 2\pi \int_0^{\alpha^*} v_p \Big|_{\rho=\rho_0} \rho_0^2 \cos \alpha d\alpha. \quad (2.10)$$

Подставляя в (2.10) выражение (2.1) при $\rho = \rho_0$, будем иметь

$$W_c = -2\pi \int_0^{\alpha^*} K(\alpha) \cos \alpha d\alpha. \quad (2.11)$$

Внесем в (2.11) зависимость (2.6). Воспользовавшись теперь теоремой о среднем, можем записать

$$\pi C_1 \int_0^{\alpha^*} (\sin^2 \alpha + \psi) \cos \alpha d\alpha = v_0 (1 - \cos \alpha^*). \quad (2.12)$$

После вычисления интеграла (2.12) для определения величины C_1 получим формулу

$$C_1 = \frac{3v_0}{\bar{\psi}}, \quad (2.13)$$

где

$$\bar{\psi} = \frac{\pi \sin \alpha^*}{1 - \cos \alpha^*} (3\psi + \sin^2 \alpha^*) = \frac{2\pi \sin^2 \alpha^*}{1 - \cos \alpha^*} \left(\frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi} \cos \alpha^* - \sin \alpha^* \right). \quad (2.14)$$

Принимая во внимание в /4/ уравнения для поверхностей разрыва скоростей ρ_0, ρ_k , а также значение C_1 (2.13), будем иметь

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \frac{[2 + 3\psi - 3(1 + \psi) \cos \alpha + \cos^3 \alpha]^{1/2}}{\sin \alpha}; \\ \rho_k &= \frac{[2 + 3\psi - 3(1 + \psi) \cos \alpha + \cos^3 \alpha]^{1/2}}{\Lambda \sin \alpha}; \end{aligned} \quad (2.15)$$

где

$$\Lambda = \frac{\rho_0}{\rho_k} = \left(\frac{v_k}{v_0} \right)^{1/2}. \quad (2.16)$$

Теперь в окончательном виде выражение для нахождения разрешающей функции $K(\alpha)$ (2.6) запишется в форме

$$K(\alpha) = \frac{3v_0}{2\bar{\psi}} (\sin^2 \alpha + \psi). \quad (2.17)$$

Составляющие скоростей перемещений и деформаций будут равны

$$\begin{aligned} v_\rho &= -\frac{3v_0}{2\rho^2\bar{\psi}} (\sin^2 \alpha + \psi); & \dot{\varepsilon}_\rho &= -\frac{3v_0}{\rho^3\bar{\psi}} (\sin^2 \alpha + \psi); \\ \dot{\varepsilon}_\alpha &= \dot{\varepsilon}_\varphi = -\frac{3v_0}{2\rho^3\bar{\psi}} (\sin^2 \alpha + \psi); & \dot{\gamma}_{\rho\alpha} &= -\frac{3v_0}{4\rho^3\bar{\psi}} \sin 2\alpha, \end{aligned} \quad (2.18)$$

причем для $\psi = \psi(\alpha^*, \chi)$, $\bar{\psi}(\alpha^*, \chi)$ получены соответственно формулы (2.7), (2.14).

Таким образом, зависимостями (2.18) определяются поле скоростей перемещений и деформаций.

Список литературы

1. Рудской А.И., Рудаев Я.И. Механика динамической сверхпластичности алюминиевых сплавов. - СПб.: Наука, 2009. -218 с.
2. Чумаченко Б.Н., Смирнов О.М., Цепин М.А. Сверхпластичность: материалы, теория, технология.-М.: КомКнига, 2005.-320 с.
3. Вайнблат Ю.М., Шаршагин Н.А. Динамическая рекристаллизация алюминиевых сплавов // Цветные металлы. – 1984. – №2. – С. 67-70.
4. Платонов В.В., Рудаев Я.И., Чашников Д.И. Прессование прутка с использованием сверхпластичности //Вопросы материаловедения.-1996.-№3(6).- С.29-39.
5. Кийко А.И. Пластическое течение металлов / Научные основы прогрессивной техники и технологии. М.: Машиностроение, 1985. с. 102-133.