

О ВЛИЯНИИ ДЕФОРМАЦИОННОГО СТАРЕНИЯ НА ПРОЦЕССЫ ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТИ ПРИ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ БАЛОК

Все исследования в области приспособляемости ограничены случаем стабильных материалов /1/. Наиболее важным элементом различных строительных сооружений является упругопластические системы, работающие при термосиловых воздействиях. В качестве строительного материала для многих конструкций используются, в основном низко- углеродистые стали обычного качества. Как известно, эти стали являются стареющими сплавами /2/. С одной стороны, процессы старения приводят к отрицательному эффекту-снижению пластичности и вязкости, с другой – старение способствует заметному упрочнению, повышающему несущую способность материалов и конструкций /3/. Наибольшее практическое значение имеет деформационное старение, которое, в отличие от закалочного, может происходить при весьма низком содержании примесных атомов в твердом растворе. Она наблюдается практически для всего диапазона содержания углерода в стали. Эффекты упрочнения и охрупчивания устойчивые при деформационном старении, что делает его более опасным, как отрицательные явления, и более перспективным при использовании старения в качестве упрочняющей обработки.

Другой упрочняющийся эффект связанный с пластической деформацией и имеющий совершенно иную природу, известен как эффект приспособляемости, по терминологии В. Прагера /4/. Суть этого эффекта сводится к следующему. Если при начальном нагружении в твердом теле или в его некоторых конечных областях, при неоднородном напряженном состоянии, как это наблюдается в случае упруго-пластического изгиба балок, возникают пластические деформации, то после удаления внешних сил система не возвращается в исходное состояние. В нем возникнут некоторые остаточные деформации и что существенно в случае статически неопределимых систем, так как возможно возникновение остаточных напряжений (и реактивных усилий) благоприятного обратного знака. При повторном нагружении напряжением, не превышающим первоначальной величины, новые пластические деформации не возникнут из-за наличия поля остаточных напряжений. Таким образом, будет иметь место эффект расширения области приспособляемости и упрочнения системы. В механике материалов исследованы многочисленные примеры подобных упруго-пластических конструкций и систем, приспособляющихся в процессе циклического нагружения.

В случае же когда система изготовлена из стареющих, нестабильных материалов, взаимосвязанные процессы приспособляемости и старения создают новые возможности для длительной работоспособности упруго-пластических систем.

Влияние старения на приспособляемость упруго-пластических систем было исследовано в работе /5/. Экспериментально для системы из трех стержней.

Данные по искусственному и естественному старению показывают, что эффекты увеличения предела текучести и охрупчивания могут стать дополнительными факторами улучшения свойств приспособляемости упруго-пластических систем. В работе /5/ показаны, что в случае системы без старения область приспособляемости увеличилась на 47 %, с учетом старения это число достигает 83 %. Необходимы дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования для более детального понимания взаимосвязанных процессов приспособляемости и старения. В случае среды со старением уравнения теории пластичности были сформулированы в работе /6/.

В данной работе приводится решение простейшей задачи определения остаточных деформаций (прогибов) при упруго-пластическом изгибе. Таким образом, повышение резерва прочности материала происходит только за счет пластических деформаций. Предлагается, что влияние эффектов старения на процессы приспособляемости можно проводить в задачах такого типа путем соответствующей замены механических характеристик материала (предела текучести σ_T) исходя из опытов на растяжение или кручение.

При изгибе балок поперечной нагрузкой не учитывают влияние на напряженное состояние поперечной силы, т.е. задачи решают в одномерной постановке, что существенно упрощает расчеты, так как нет необходимости рассматривать условия пластичности как, например, в задачах об изгибе круглых пластинок /7/.

В качестве иллюстрированного примера рассмотрим двухопорную балку, нагруженную сосредоточенной силой P , приложенной посередине пролета. Пусть длина балки $l = 2$ м размеры поперечного сечения $b \times h$ (4 см $\times$ 8 см). Диаграмма деформации материала балки не имеет упрочнения ($\sigma_T = 240$ МПа; $E = 2 \times 10^3$ МПа). Решение задачи распадается на два этапа. На первом выясняют напряженные состояния в сечениях балки, а затем переходят, к определению перемещений используя, например, интеграл Мора. Определяем максимальный прогиб f в указанной задаче в зависимости от внешней силы P при упруго-пластическом деформировании.

Интеграл Мора в данном случае будет состоять из двух слагаемых. Первое слагаемое соответствует крайним участкам, где деформации балки является полностью упругими. Эти вычисления, как известно, следует приводить по формулам сопротивления материалов

$$\delta = \int_S \frac{M_p M_1}{EJ_x} dS, \quad (1)$$

где M_p – изгибающий момент в текущем сечении от заданной нагрузки; M_1 – изгибающий момент в текущем сечении от единичной нагрузки.

Второе слагаемое для среднего пластического участка вычисляется по следующей формуле /7/.

$$\delta = \int_S M_1 \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_0} \right) dS, \quad (2)$$

В этом выражении величина $(1/\rho_1 - 1/\rho_0)$ представляет собой изменение кривизны элемента в связи изгибом от заданной нагрузки P .

Для прямого бруса радиус начальной кривизны ρ_0 равен бесконечности, поэтому величину $1/\rho_0$ надо положить равной нулю.

Ввиду симметрии правой и левой части балки достаточно рассмотреть только одну ее половину. Выберем начало координат на левом конце балки и обозначим через переменную величину z_r координаты поперечного сечения расположенного на границе упругого и пластического участка.

$$f = 2 \int_0^{z_r} \frac{M_p M_1}{EJ_x} dz + 2 \int_{z_r}^{l/2} \frac{1}{\rho} M_1 dz. \quad (3)$$

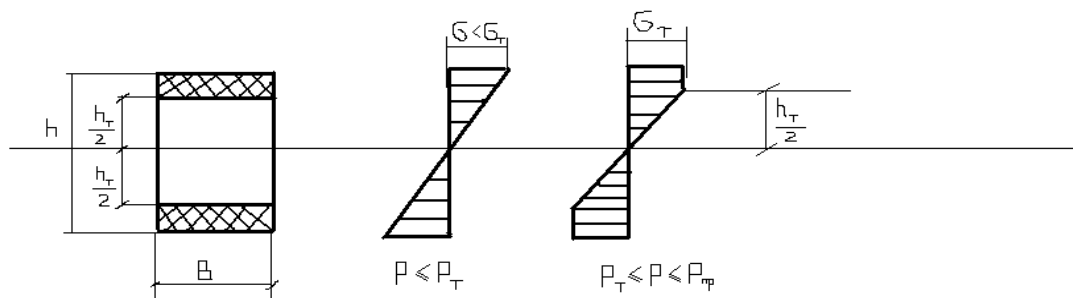
Величина изгибающего момента в произвольном сечении балки $M_p = \frac{P}{2} z$.

При $z = l/2$ имеем $M_{\max} = Pl/4$.

Первые пластические деформации будут при достижении силы $P = P_T$. $P_T = 4M_T/l$.

С другой стороны $\sigma_T = M_{\max}/W_x = P_T l/6/4bh^2$. Таким образом, $P_T = 2/3 \sigma_T b h^2/l$.

Представим эпюры распределения напряжений по высоте прямоугольного сечения



При увеличении нагрузки P сверх величины P_T в опасном сечении балки возникают две области – упругая и пластическая. Координату z_T можно вычислить, приравняв изгибающий момент в текущем сечении, моменту $M_T = P_T l/4$:

$$P/2z = M_T = P_T l/4, \text{ отсюда, } z_T = P_T/P l/2.$$

Кривизну балки на среднем пластическом участке выразим через высоту упругой области сечения h_T /7/:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2\varepsilon_T}{h_T} = 2 \frac{\sigma_T}{E h_T}. \quad (4)$$

Подставив это значение под знак второго интеграла в (3), а так же приняв во внимание, что момент в текущем сечении от заданной нагрузки равен: $M_p = Pz/2$, а момент в том же сечении от единичной нагрузки равен $M_1 = 1/2z$ будем иметь

$$f = 2 \int_0^{z_T} \frac{Pz}{2} \cdot \frac{1}{2z} \frac{dz}{EJ_x} + 2 \int_{z_T}^{l/2} \frac{2\sigma_T}{E h_T} \cdot \frac{1}{2} dz. \quad (5)$$

Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательное выражение для интегралов (5) и приведем расчеты для числового примера

Из (5) имеем

$$f = \frac{Pl^3}{48EJ_x} \left(\frac{P_T}{P} \right)^3 \left[5 - \frac{9}{2} \left(3 - 2 \frac{P}{P_T} \right)^{1/2} + \frac{1}{2} \left(3 - 2 \frac{P}{P_T} \right)^{3/2} \right].$$

Для рассматриваемого случая $P = 5/4 P_T$; $J_x = bh^3/12 = 171 \text{ см}^4$.

Величина максимального прогиба $f = 1,28 \text{ см}$.

Вычисляем значение прогиба после разгрузки, по формулам упругой деформации $f_{\text{разг}} = Pl^3/48EJ_x = 1,25 \text{ см}$.

Находим величину остаточного прогиба $f_{\text{ост}} = 1,28 - 1,25 = 0,03 \text{ см}$.
Повышение предела пропорциональности в данном случае составляет 25 %.

Список литературы

1. Почтман Ю.М, Пятигорский З.И. Расчет и оптимальное проектирование конструкций с учетом приспособляемости. – М.:ФИЗМАТЛИТ Из-во «Наука», 1978. – 208 с.
2. Арутюнян Р.А. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. – СПб: Из-во С.-Петербург ун-та, 2004. – 252 с.
3. Адигамов Н.С, Арутюнян Р.А. О малоцикловой усталости стареющих сплавов//Вестник С.-Петербург ун-та, 2001. – Сер.1. – вып. 2(№9). – С.66-69.
4. Prager W. Problem Types in Theory of Perfectly Plastic Materials// J.Aer.Sci., 1948. – V.15. – P. 337-341.
5. Арутюнян Р.А., Трошин Д.Е. О влиянии эффектов деформационного старения на приспособляемости упругопластических систем// Механика твердого тела . – 2001. – №5. – С. 152-155.
6. Адигамов Н.С, Аманбаева Г.М. К теории идеальной пластичности с учетом процессов старения.// Материалы 4-й Международной научной конференции. – М:РАЕ, 2005. – С. 22-25.
7. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: «Машиностроение», 1968. – 400 с.