

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ТОННЕЛЯ С ОВАЛЬНЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ

В работе /1/ даны программа и методика расчета тоннелей. В этой работе рассматривается тоннель с овальным поперечным сечением, когда сечение ориентировано горизонтально и вертикально.

Исходные данные для моделирования форм и размеров отверстий.

$$\begin{aligned} R1 &:= 0.68 & \delta &:= 0 & R_{\delta} &:= 1 \\ d1 &:= 0.471 & d2 &:= 0 & d3 &:= -0.055 & d4 &:= 0 & d5 &:= 0 \end{aligned}$$

Здесь R — коэффициент для увеличения или уменьшения размеров отверстия; δ — параметр (в радианах) для установления ориентации оси симметрии отверстия относительно горизонтальной оси.

Константы для граничных условий на контуре отверстия от начального напряженного состояния:

$$\begin{aligned} S_x &:= -20 & S_y &:= -15 & S_{xy} &:= 10 & P &:= 0 \\ N1 &:= \frac{(S_x + S_y) \cdot R \cdot e^{i \cdot \delta}}{2} & N3 &:= \overline{N1} & N2 &:= \frac{(S_y - S_x - 2 \cdot i \cdot S_{xy}) \cdot R \cdot e^{-i \cdot \delta}}{2} & N4 &:= \overline{N2} \\ N1 &= -17.5 & N3 &= -17.5 & N2 &= 2.5 - 10i & N4 &= 2.5 + 10i \end{aligned}$$

Здесь S_x — горизонтальная компонента; S_y — вертикальная компонента; S_{xy} — касательная компонента начального напряженного состояния, которое имеет место до образования отверстия, P — внутреннее давление, например гидростатический напор.

Расчетные формулы для определения формы и сетка разбиения исследуемой области, где в узлах сетки будут вычислены компоненты напряжений:

$$\begin{aligned}
\rho &:= 1..2 & \theta &:= 0..2\pi & \zeta(\rho, \theta) &:= \rho \cdot e^{i\theta} \\
\omega_0(\rho, \theta) &:= \left(\frac{d_1}{\zeta(\rho, \theta)} + \frac{d_2}{\zeta(\rho, \theta)^2} + \frac{d_3}{\zeta(\rho, \theta)^3} + \frac{d_4}{\zeta(\rho, \theta)^4} + \frac{d_5}{\zeta(\rho, \theta)^5} \right) \\
\omega_1(\rho, \theta) &:= \frac{-d_1}{\zeta(\rho, \theta)^2} + \frac{-2 \cdot d_2}{\zeta(\rho, \theta)^3} + \frac{-3 \cdot d_3}{\zeta(\rho, \theta)^4} + \frac{-4 \cdot d_4}{\zeta(\rho, \theta)^5} + \frac{-5 \cdot d_5}{\zeta(\rho, \theta)^6} \\
\omega_2(\rho, \theta) &:= \left(\frac{2 \cdot d_1}{\zeta(\rho, \theta)^3} + \frac{6 \cdot d_2}{\zeta(\rho, \theta)^4} + \frac{12 \cdot d_3}{\zeta(\rho, \theta)^5} + \frac{20 \cdot d_4}{\zeta(\rho, \theta)^6} + \frac{30 \cdot d_5}{\zeta(\rho, \theta)^7} \right) \cdot e^{i\delta} \\
\omega_3(\rho, \theta) &:= \left(\frac{-6 \cdot d_1}{\zeta(\rho, \theta)^4} + \frac{-24 \cdot d_2}{\zeta(\rho, \theta)^5} + \frac{-60 \cdot d_3}{\zeta(\rho, \theta)^6} + \frac{-120 \cdot d_4}{\zeta(\rho, \theta)^7} + \frac{-210 \cdot d_5}{\zeta(\rho, \theta)^8} \right) \\
z(\rho, \theta) &:= R \cdot e^{i\delta} \cdot (\zeta(\rho, \theta) + \omega_0(\rho, \theta)) & \omega(\rho, \theta) &:= (\zeta(\rho, \theta) + \omega_0(\rho, \theta)) \cdot R \cdot e^{i\delta} \\
\omega_{p1}(\rho, \theta) &:= (1 + \omega_1(\rho, \theta)) \cdot R \cdot e^{i\delta} & \omega_{p2}(\rho, \theta) &:= R \cdot \omega_2(\rho, \theta) \\
\omega_{0c}(\rho, \theta) &:= d_1 \cdot \zeta(\rho, \theta) + d_2 \cdot \zeta(\rho, \theta)^2 + d_3 \cdot \zeta(\rho, \theta)^3 + d_4 \cdot \zeta(\rho, \theta)^4 + d_5 \cdot \zeta(\rho, \theta)^5 \\
\omega_{0pc}(\rho, \theta) &:= -d_1 \cdot \zeta(\rho, \theta)^2 - 2 \cdot d_2 \cdot \zeta(\rho, \theta)^3 - 3 \cdot d_3 \cdot \zeta(\rho, \theta)^4 - 4 \cdot d_4 \cdot \zeta(\rho, \theta)^5 - 5 \cdot d_5 \cdot \zeta(\rho, \theta)^6 \\
\omega_c(\rho, \theta) &:= R \cdot e^{-i\delta} \cdot \left(\frac{1}{\zeta(\rho, \theta)} + \omega_{0c}(\rho, \theta) \right) & \omega_{cp}(\rho, \theta) &:= R \cdot e^{-i\delta} \cdot (1 + \omega_{0pc}(\rho, \theta)) \\
x_1(\rho, \theta) &:= \operatorname{Re}(z(\rho, \theta)) & y_1(\rho, \theta) &:= \operatorname{Im}(z(\rho, \theta)) & z_1(\rho, \theta) &:= 0.2 \\
xy(\rho, \theta) &:= \begin{pmatrix} x_1(\rho, \theta) \\ y_1(\rho, \theta) \\ z_1(\rho, \theta) \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

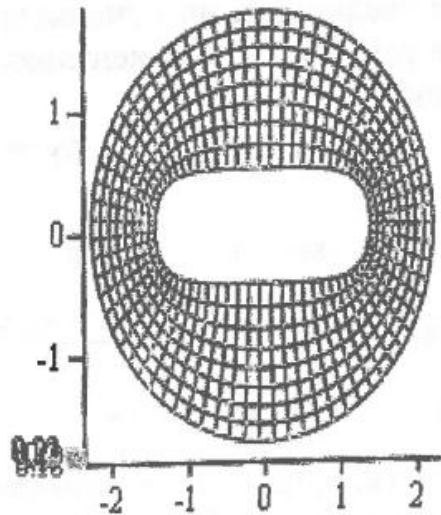


Рис. 1. Расчетная схема овального отверстия.

Найденные в /1/ комплексные потенциалы полностью определяются как решение системы алгебраических уравнений. Результаты решений для горизонтального и вертикального расположений тоннелей приведены ниже:

$$MR = \begin{pmatrix} 5.423 + 10.627i \\ 0 \\ -1.032 \\ 5.423 - 10.627i \\ 0 \\ -1.032 \end{pmatrix} \quad - \text{ для горизонтального расположения тоннеля;}$$

$$MR = \begin{pmatrix} 10.418 + 7.792i \\ 0 \\ -0.702i \\ 10.418 - 7.792i \\ 0 \\ 0.702i \end{pmatrix} \quad - \text{ для вертикального расположения тоннеля.}$$

$\sigma_r(1, \theta) =$

$3.553 \cdot 10^{-15}$
0
$4.263 \cdot 10^{-14}$
$-8.882 \cdot 10^{-15}$
$4.263 \cdot 10^{-14}$
$5.329 \cdot 10^{-15}$
$-6.75 \cdot 10^{-14}$
$7.105 \cdot 10^{-15}$
$1.066 \cdot 10^{-14}$
$-3.553 \cdot 10^{-15}$
$-3.02 \cdot 10^{-14}$
$-1.599 \cdot 10^{-14}$
$-1.066 \cdot 10^{-14}$
$3.553 \cdot 10^{-15}$
$1.776 \cdot 10^{-15}$
...

$\tau_{r\theta}(1, \theta) =$

$-2.487 \cdot 10^{-14}$
$2.842 \cdot 10^{-14}$
$-1.776 \cdot 10^{-15}$
$3.908 \cdot 10^{-14}$
$4.974 \cdot 10^{-14}$
0
$2.398 \cdot 10^{-14}$
$-1.332 \cdot 10^{-15}$
$8.527 \cdot 10^{-14}$
$3.197 \cdot 10^{-14}$
$-1.066 \cdot 10^{-14}$
$-2.842 \cdot 10^{-14}$
$-1.421 \cdot 10^{-14}$
0
$3.553 \cdot 10^{-15}$
...

$\sigma_{\theta}(1, \theta) =$

-48.173
-61.141
-75.496
-90.43
-103.673
-111.621
-111.208
-102.494
-88.755
-73.886
-60.372
-49.126
-40.152
-33.099
-27.56
...

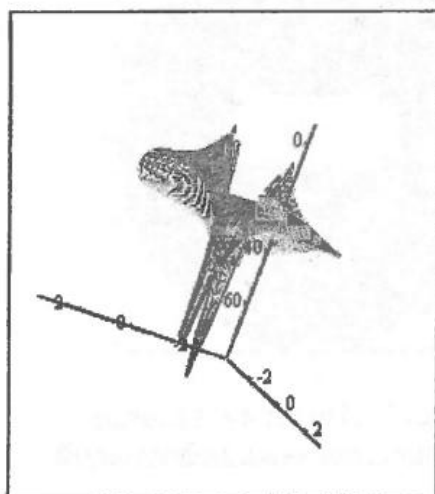


Рис. 2. Поверхность горизонтальных нормальных напряжений

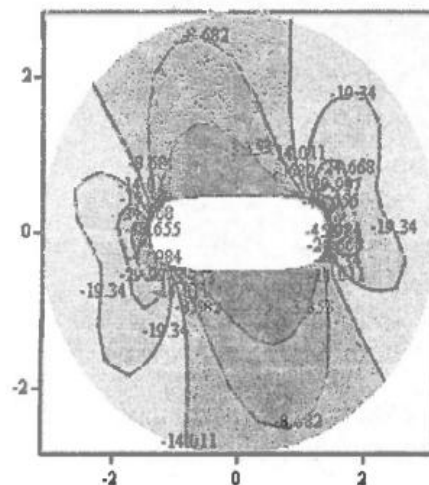


Рис. 3. Изолинии вертикальных нормальных напряжений

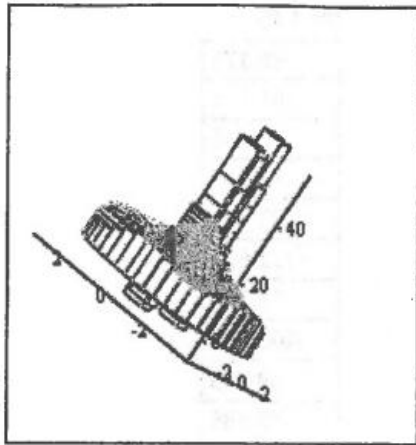


Рис. 4. Поверхность касательных напряжений

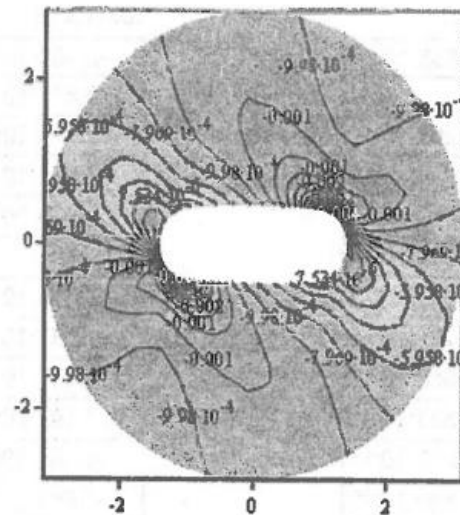


Рис. 5. Изолинии горизонтальных относительных деформаций

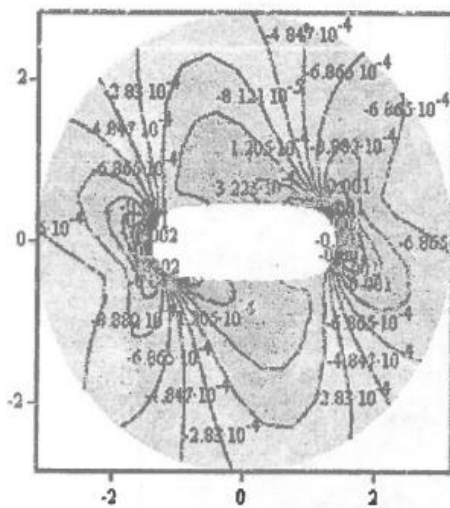


Рис. 6. Изолинии вертикальных относительных деформаций

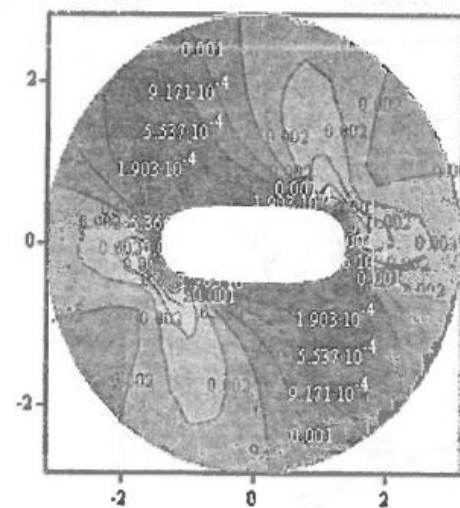


Рис. 7. Изолинии угловых относительных деформаций

Изменением исходных данных для $\delta := \pi/2$ будем моделировать тоннель с вертикальным овальным сечением. Результаты расчета напряжений и относительных деформаций приведены на рис. 8-13.

Граничные условия в этом случае выполняются с достаточной точностью, как приведено в таблицах.

