

РАЗРАБОТКА КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НДС КОНТУРА ТОННЕЛЯ В НЕОДНОРОДНОМ ТРАНССТРОПНОМ МАССИВЕ С УЧЕТОМ ГЕОСТАТИЧЕСКИХ И ТЕКТОНИЧЕСКИХ СИЛ

Разработана методика задания геостатических и тектонических сил в расчетах МКЭ, конечноэлементная расчетная схема задачи и систематизированы данные о физико-механических и прочностных свойствах материалов горных пород и крепи.

По гипотезе Динника в нетронутом массиве полагается возможной только вертикальное перемещение

$$u^0 = w^0 = 0, \quad v^0 = v(y). \quad (1)$$

Литостатическое давление определяется как

$$\sigma_y^0 = -\gamma H, \quad \sigma_x^0 = -\lambda \gamma H, \quad \tau_{xy}^0 = 0, \quad \lambda = \frac{\nu}{1-\nu}, \quad (2)$$

где γ - объемный вес породы; ν - коэффициент Пуассона; λ - коэффициент бокового распора. Геостатическая сила вычисляется по следующему алгоритму, удобному для программирования:

$$\{P\}_q^e = \{P\}_q^e + \sum_{i=1}^9 \gamma^e H^i S^e / 8, \quad (3)$$

где e - номер текущего элемента; $q = 1, 2, \dots, 8$ - порядковые номера узловых точек; γ^e - объемный вес, S^e - площадь e -го элемента; H^i соответствует высотам точек интегрирования i и вычисляется через весовые коэффициенты α_i и координаты ξ_i, η_i . В данной программе счета количество внутренних точек интегрирования и для каждого элемента было принято равным 9 (рис. 1).

Для расчета тектонических сил применяется полуэмпирическая формула Н. Хаста (Hast N, 1969) /2/:

$$T_H = T_{H0} + \lambda \gamma H, \quad T_h = T_{h0} + \lambda \gamma H, \quad (4)$$

где T_H - тектоническое напряжение на глубине H в горизонтальном направлении; T_{H0} - значение напряжений вблизи земной поверхности; T_{h0} - тектоническое напряжение, действующее в горизонтальном направлении, но перпендикулярное к T_{H0} . В выражении (4) значения λ в реальной среде отличаются друг от друга во взаимно перпендикулярных горизонтальных направлениях из-за анизотропии (т.е. в виде λ_x, λ_y). Вертикальное тектоническое напряжение $T_v \geq \gamma H$. Объединив выражения (2) и (4), следуя обозначениям /3/, запишем

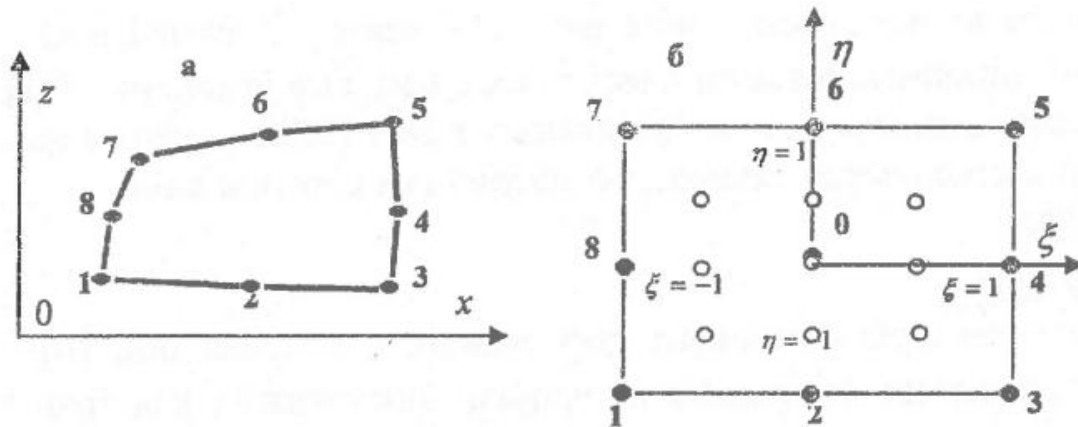


Рис. 1. Четырехугольный изопараметрический восьмиузловой элемент 2-го порядка сирендипового семейства: а - в декартовой xOz , б - в местной $\xi O\eta$ системах координат. Светлые кружочки - места внутренних точек интегрирования $i/1/$

$$T\sigma = T\sigma_H + T\sigma_T = \begin{vmatrix} \lambda\gamma H & 0 & 0 \\ 0 & \lambda\gamma H & 0 \\ 0 & 0 & \gamma H \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} T_H & 0 & 0 \\ 0 & \phi T_H & 0 \\ 0 & 0 & \chi T_H \end{vmatrix}, \quad (5)$$

где $v \leq \phi \leq 1$, $\chi \geq 0$ - коэффициенты бокового и вертикального сжатия; T_H определяется по (4). Данные П.Н.Кропоткина по горизонтальным тектоническим напряжениям для различных глубин сведены в табл. 1. По этим данным на Балтийском и Канадских щитах горизонтальное сжатие составляет $T_H + T_h = 187 + 0,97H$ (Н-вм), по Северной Америке $T_H + T_h = 46 + 0,54H$, в Фенноскандии на глубине 1000 м $T_H = 28 + 0,4H$, $T_h = 22 + 0,24H$, сумма $T_H + T_h = 50 + 0,64H$. На одном из рудников Казахстана на основании экспериментальных исследований установлены следующие соотношения

$$T_v = \gamma H, \quad T_H = 140 + 0,4\gamma H, \quad T_h = 70 + 0,4\gamma H.$$

Суммарные компоненты напряжений представим в виде:

$$T_z = \gamma H + \chi T_v, \quad T_x = \lambda\gamma H + \phi T_H, \quad T_y = \lambda\gamma H + T_h. \quad \text{Для проверочных расчетов положим } \phi = 0,8, \chi = 0.$$

Тектонические силы вычисляются аналогично (3) для суммирования

$$\{T\}_q^e = \{T\}_{q_0}^e + \sum_{l=1}^9 \bar{\beta}^e H^l S^e / 8, \quad (6)$$

где $\bar{\beta}^-$ - коэффициент тектонического сжатия, имеющий размерность, как и объемный вес γ , определяется из измеренных данных на шахтных выработках и скважинах. Вычисленные по выражению (11) тектонические силы аналогично объемному весу прикладываются к каждому узлу e -го элемента.

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) составляется по обычной методике МКЭ с помощью /1/.

$$[R]\{U\}=\{F\}+\{T\}, \quad (7)$$

где $[R]$ - матрица жесткости системы; $\{U\}$ - вектор перемещений; $\{F\}, \{T\}$ - векторы гравитационных и тектонических сил. Система уравнений (7) решается любым из численных методов, применяемых в МКЭ. Компоненты деформации и напряжений вычисляются с помощью матричных соотношений

$$\{\epsilon\}=[B]\{U\}, \quad (8)$$

$$\{\sigma\}=[D]\{\epsilon\}, \quad (9)$$

где $\{\epsilon\}$ и $\{\sigma\}$ - векторы компонент деформации и напряжений, $[D]$ - матрица упругих характеристик, состоящая из упругих постоянных для трансформного массива.

Таблица 1

Физико-механические и прочностные свойства грунтов и горных пород /4/

Типы	Грунт и порода	h, км	$E \cdot 10^{-5}, \text{кг/см}^2$	ν	$\gamma, \text{т/м}^3$	$\sigma_{сж}, \text{кг/см}^2$	$\sigma_p, \text{кг/см}^2$	$\tau_{сд}, \text{кг/см}^2$
1	Песчаник, глина	1,0	1,00	0,28	2,35	120	10	25
3	Твердая глина	1,0	1,35	0,31	2,43	240	30	60
4	Аргиллит	1,0	1,42	0,32	2,31	410	25	75
6	Мрамор	2,8	2,10	0,27	3,06	470	30	80
7	Гранитоид	4,0	10,60	0,28	2,87	465	70	110
8	Известняк каменный	6,0	83,00	0,24	2,50	2850	125	600
9	Базальт лабрадорский	10,0	141,00	0,25	3,40	3960	165	660

Поскольку матрица $[R]$ в данном подходе формируется суммированием для упругой области матрицы жесткости элемента (МЖЭ) $[k]$ и для пластической области из матрицы пластичности элемента (МПЭ) $[k]^p$, то для удобства представим ее в виде

$$[R] = \sum_{q=1}^N ((k-2) * [r]^e + ((k-1) * [r]^p), \quad k = 1, 2 \quad (10)$$

Здесь $k=1$ соответствует упругим, $k=2$ - пластическим элементам, q - номера конечных элементов. МЖЭ и МПЭ составляются обычными правилами МКЭ с помощью матрицы упругости $[D]^e$ и пластичности $[D]^p$.

В табл. 1 приведены прочностные свойства основных горных пород, слагающих земную кору, собранные из различных литературных источников.

Табл. 2 содержит числовые данные по тектоническим напряжениям по всему земному шару, систематизированные П.Н. Кропоткиным. Некоторые экспериментальные данные по измерению тектонических напряжений в угольных шахтах имеются также в работе.

Теперь, разработав расчетную схему задачи для проведения расчетов, систематизируем физико-механические и прочностные свойства материалов горных пород и крепи с назначением граничных условий.

Расчетная область, состоящая из скального массива и рудного тела, имеющая наклонно-слоистое трансформное строение /5/, находящаяся в нем горная выработка, характерные геометрические размеры и граничные условия задачи показаны на рис. 2.

Таблица 2

Величины сжимающих тектонических и скалывающих напряжений в земной коре по П.Н. Кропоткину /5/

	Местность	Глубина H , м	T_H , кг/см ²	$\tau_{\max}$, кг/см ²
1	2	3	4	5
1	Гималаи, в неглубоких слоях	кора	1000-1500	—
2	Альпийский сдвиговый разлом	8000	—	1000-1500
3	Континентальная кора	4500-8000	—	1000-1440
4	Северная часть Индийского океана, очаги землетрясения	13000-29000	—	2000-3000
5	Земная кора	1000-5000	1000-6000	150
6	Зоны вокруг Тихого океана	40000	12500	—
7	В зонах Японии и Курил	Кора	2000-4000	—
8	Альпийские складчатости по М. В. Гзовскому /5/	Кора	1000-3000	500-1500
9	Северный Тянь-Шань по М. В. Гзовскому /5/	Кора	—	500-1500
10	На рудниках Средней Азии /6/	50-400	100-400	—

Геометрические размеры: высота и ширина расчетной области H , м; толщина рудного слоя $h_1=20$ м; толщина нижнего скального массива $h_3=90$ м; глубина заложения выработки $H=h_1/2+h_3$.

Граничные условия задачи: дневная поверхность тяжелой полуплоскости свободна от нагрузок: $\sigma_n=\tau_n=0$.

На боковых границах отсутствуют горизонтальные компоненты напряжений: $U=0, V \neq 0$. Нижние границы жестко закреплены в вертикальном направлении: $V=0, U \neq 0$.

Высота и ширина выработки - 5м, радиус свода - 2.5м. Толщина крепи $\delta=0,20$ м. Рудное тело и скальный массив имеют различные углы наклонов плоскостей изотропии: φ_1 и φ_2 .

В расчетах рассмотрены варианты изменения значений углов наклонов плоскостей изотропии в следующих пределах: $0 \leq \varphi_1 \leq 90^\circ$; $0 \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$.

В МКЭ матрица жесткости системы [R] обладает рядом особенностей: имеет симметричную, ленточную структуру, является положительно определенной. Из-за таких свойств матрицы предпочтение отдается методам итерации и Гаусса. В итерационных методах для решения системы уравнений равновесия потребуется n^2 , а в методе Гаусса – n^3 операций, где n - порядок решаемой системы. Поэтому с вычислительной точки зрения более подходящим является итерационный метод.

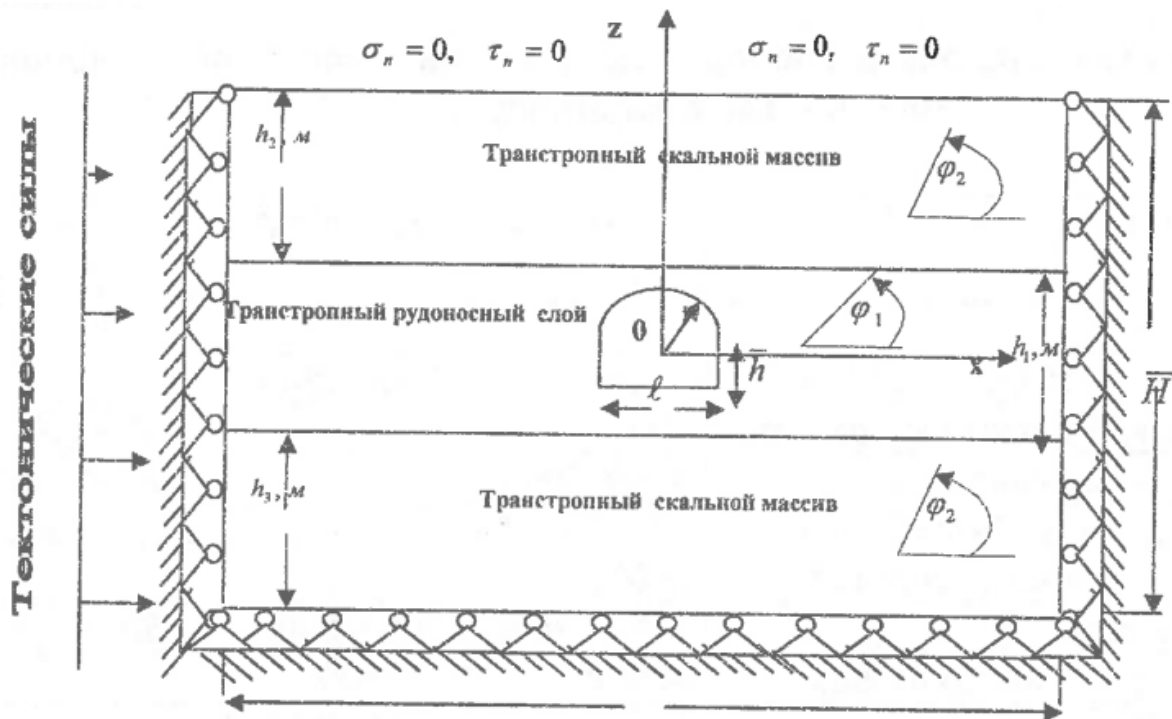


Рис. 2. Расчетная схема исследуемой области подземного сооружения в массиве неоднородно анизотропного строения

В свою очередь, существуют различные алгоритмы итерационных методов. К ним относятся итерационные методы Якоби, Рундсона, Зейделя, Янга [1]. Разновидность метода Янга в МКЭ известна как метод верхней релаксации или метод Гаусса-Зейделя. Алгоритм метода Якоби имеет следующий вид:

$$u_n = R_{nn}^{-1} \left\{ F_n - \sum_{i=1}^{n-1} R_{ni} u_i - \sum_{i=n+1}^N R_{ni} u_i \right\}. \quad (11)$$

Алгоритм Гаусса-Зейделя

$$u_n^m = R_{nn}^{-1} \{ F_n - \sum_{i=1}^{n-1} R_{ni} u_i^m - \sum_{i=n+1}^N R_{ni} u_i^{m-1} \}. \quad (12)$$

Метод последовательной верхней релаксации с коэффициентом β ускоряет процесс вычислений

$$u_n^m = u_n^{m-1} + \beta(u_n^{m*} - u_n^{m-1}). \quad (13)$$

где u^{m*} - величина перемещений, вычисленная в соответствии с (12). Обычно быстрое решение в МКЭ достигается при $1.8 \leq \beta \leq 1.9$; вообще же по рекомендации Янга $1 < \beta < 2$ для алгебраических уравнений с различными структурами матриц.

Далее, после решения СЛАУ (7) по изложенным алгоритмам (11)-(13) компоненты деформации и напряжений вычисляются с помощью выражений (8) и (9).

Данные о прочностных и физико-механических свойствах приведены в табл. 3.

Таблица 3

Физико-механические и прочностные свойства рудного тела и скального массива транстропного строения по КАДАСТРУ /4/

Порода	Модуль упругости $E \cdot 10^4 \text{ МПа}$		Коэффициент Пуассона ν		Предел прочности и при сжатии $\sigma_{сж}, \text{ МПа}$		Предел прочности при растяжении $\sigma_{рас}, \text{ МПа}$		Объемный вес γ	Коэффициент сцепления		Угол внутреннего трения	
	$E_{\parallel}$	$E_{\perp}$	$\nu_{\parallel}$	$\nu_{\perp}$	$\sigma_{сж \parallel}$	$\sigma_{сж \perp}$	$\sigma_{рас \parallel}$	$\sigma_{рас \perp}$		$C_{\parallel}$	$C_{\perp}$	$\varphi_{\parallel}$	$\varphi_{\perp}$
Угольный пласт	0,54	0,32	0,34	0,36	16	12	5	5	2,3	45	0,4	31^0	29^0
Алеврит	3,2	1,6	0,32	0,38	9	8	10	6	2,6	47	0,25	172^0	7^0

Разработана расчетная схема задачи неоднородно анизотропного массива, содержащего горную выработку. Также изложены методики применения геостатических и тектонических сил в расчетах МКЭ, конечноэлементная расчетная схема задачи и систематизированы данные о физико-механических и прочностных свойствах материалов горных пород и крепи.

Список литературы

1. Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. - М.: Стройиздат, 1982. - С. 447.

2. Hast N. The state of stresses in the upper of the Farthes crust // Tectonophisics. 1969. - V.8. - № 3.
3. Турчанинов И.А., Марков Г.А. и др. Тектонические напряжения в земной коре и устойчивость горных выработок. - Л., 1978. - 256 с.
4. Справочник (КАДАСТР) физических свойств горных пород. - М.: Недра, 1975. - 279 с.
5. Кропоткин П.Н. Тектоническое напряжение в земной коре // Геотектоника. - 1996. - № 2. - С. 3-15.
6. Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве. - Алма-Ата, 1971. - 160 с.