УДК 517. 977.5. 928.2

КОМПЬЮТЕРНАЯ ОБРАБОТКА В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ С ПРИМЕНЕНИЕМ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Исаков К.И., Осмонов К.Т., Алтыбаев А.Ш., Керимбаева С.А., Мурадилов Р.М.
КГТУ им. И. Раззакова

В статье рассматриваются режимы работ разрабатываемого проекта создания бульдозера-погрузчика, с телескопически изменяемыми рабочими органами с фронтальным угловым изменяемым ковшом. Были предложены математические модели, написанные в полярной системе координат, учитывающие переносные, относительные и абсолютные движения центров масс рабочих органов. Они дают удобную систему квазилинейных многомерных уравнений вторых порядков, в обобщенных координатах и обобщенных скоростях. Для одного из двух важных этапов движения был использован численный метод Эйлера. Составлен и реализован общий алгоритм и программа решения задачи. Полученные результаты показывают на сходимость решений.

Ключевые слова: чрезвычайные ситуации, бульдозер-погрузчик, система квазилинейных уравнений, математические модели описания, метод Эйлера, обобщенные величины, дифференциальные уравнения, алгоритмы.

КВАЗИСЫЗЫКТУУ ДИФФРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫН КОЛДОНУУ МЕНЕН МЕХАНИКАНЫН МАСЕЛЕЛЕРИН ЧЕЧҮҮДӨГҮ КОМПЬЮТЕРДИК ИШТЕТҮҮЛӨР

Исаков К.И., Осмонов К.Т., Алтыбаев А.Ш., Керимбаева С.А., Мурадилов Р.М.
И. Раззаков ат. КМТУ

Макалада фронталдык бурчтуу өзгөрүүчү ковштуу телескоптук өзгөрүүчү жумушчу органдары бар бульдозер-жүктөгүчтү түзүү долбоорунун иштелип чыгарылып жаткан иш режимдери каралат. Жумушчу органдардын масса борборлорунун ташылып өтүүчү, салыштырмалуу жана абсолюттук кыймылдарын эске алган полярдык

координаттар системасында жазылган математикалык моделдер сунушталды. Алар жалпыланган координаттарда жана жалпыланган ылдамдыктарда, экинчи тартиптеги квазисызыктуу ыңгайлуу көп өлчөмдүү теңдемелер системасын беришет. Кыймылдын маанилүү эки этабынын бири үчүн Эйлердин сандык ыкмасы колдонулду. Маселени чечүүнүн жалпы алгоритми жана программасы ишке ашырылган. Алынган результаттар чечимдердин жыйналуучулугун көрсөтүшөт.

***Баштапкы сөздөр*:** Өзгөчө кырдаалдар, бульдозер-жүктөгүч, квази сызыктуу теңдемелер системасы, сыпаттаманын математикалык моделдери, Эйлер методу, жалпыланган чоңдуктар, дифференциалдык теңдемелер, алгоритмдер.

COMPUTER PROCESSING IN SOLVING MECHANICS PROBLEMS USING QUASI-LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Isakov K.I., Osmonov K.T., Altybaev A.Sh,
Kerimbaeva S.A., Muradilov R.M.
KSTU n.a. I. Razzakov

The article examines the operating modes of the project under development to create a bulldozer-loader with telescopically adjustable working units and a front-mounted, angularly adjustable bucket. Mathematical models have been proposed, formulated in a polar coordinate system, which take into account the translational, relative, and absolute movements of the centers of mass of the working units. They provide a convenient system of quasilinear multidimensional second-order equations in generalized coordinates and generalized velocities. For one of the two important stages of the motion, the Euler numerical method was used. A general algorithm and a program for solving the problem have been developed and implemented. The obtained results demonstrate the convergence of the solutions.

***Keywords**:* emergency situations, bulldozer-loader, system of quasilinear equations, mathematical models of description, Euler's method, generalized quantities, differential equations, algorithms.

Для повышения эффективности дорожно-строительных машин (ДСМ) использования многофункциональных оборудований является целесообразным, и возникает необходимость разработки и создания машины и оборудования с трансформирующим рабочим органом, которые путем манипуляций рабочими органами преобразовываются для выполнения одного вида работы к другому или одновременному их совершению. В горных автодорожных условиях Кыргызской Республики (КР) и других стран потребности в улучшенных многофункциональных ДСМ только растут. В связи с ухудшением погодных условий в Кыргызстане проводятся активные работы по очистке дорог от снега.

Об этом сообщила пресс-служба Министерства транспорта и коммуникаций КР. Госпредприятия "Кыргызавтожол-Юг" и "Кыргызавтожол-Север" работают круглосуточно, осуществляя подсыпку инертных материалов для улучшения проходимости.

Проблемы создания и усовершенствования ДСМ с многофункциональными рабочими органами даже без того, что все время происходят чрезвычайные ситуации, имеют безусловную актуальность. Теоретические изучения законов движения рабочих органов ДСМ в системе многомерных дифференциальных уравнений позволяют заранее определить ряд неизвестных важнейших параметров, благодаря которым обосновываются даже целесообразность и необходимость исследования. Из многих случаев данных можно привести некоторые: селевые процессы в Боомском ущелье (рис. 1).



Рис. 1. Селевые процессы в Боомском ущелье. На участках автодороги.



Рис. 2. На участках автодороги работы по очистке дорог от снега.

В связи с ухудшением погодных условий в Кыргызстане проводятся активные работы по очистке дорог от снега. Об этом сообщила пресс-служба Министерства транспорта и коммуникаций Кыргызской Республики. Государственные предприятия "Кыргызавтожол-Юг" и "Кыргызавтожол-Север" работают

круглосуточно, осуществляя подсыпку инертных материалов для улучшения проходимости.

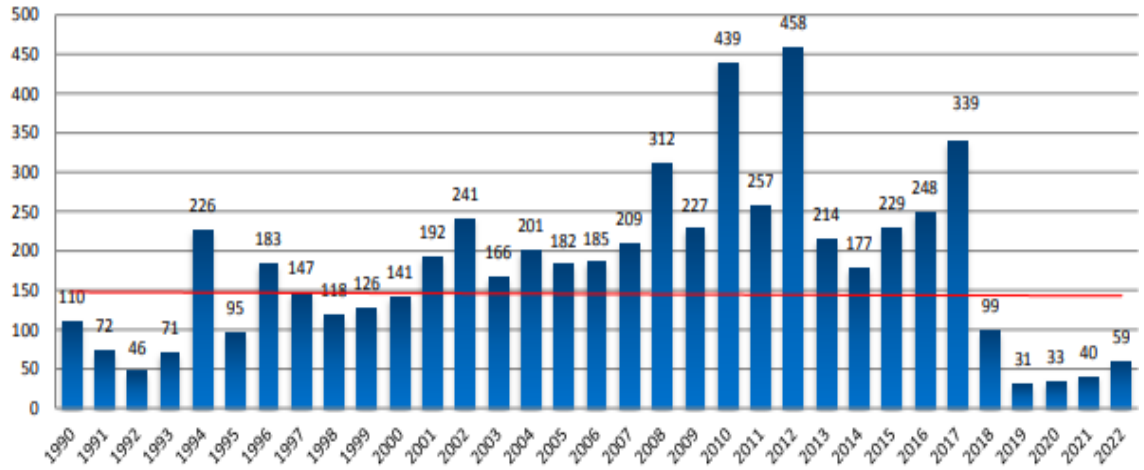


Рис. 3. Общее количество чрезвычайных ситуаций за 1990-2022 годы.

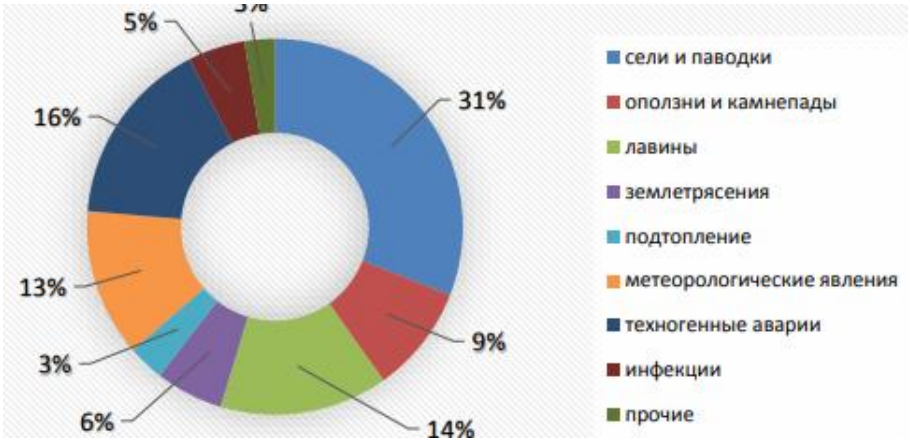


Рис. 4. Общее количество чрезвычайных ситуаций за 1990-2022 годы.

В рисунке 3 приведено графическое представление общего количества чрезвычайных ситуаций за 1990-2022 годы, а на рисунке 4 круговой график долей распределения зарегистрированных чрезвычайных ситуаций, связанных с основными видами опасных природных и техногенных процессов за период 1990-2022 годы.

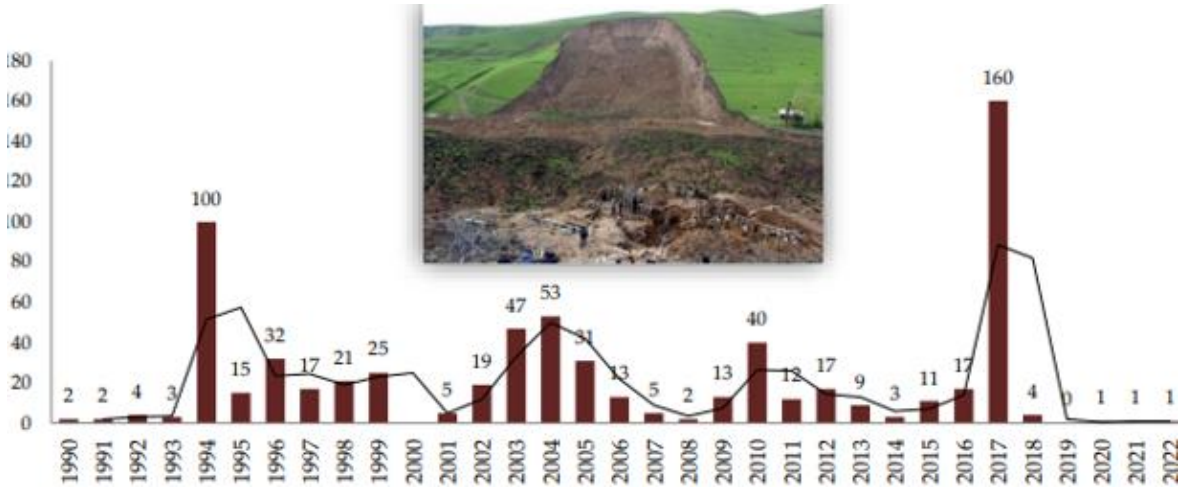


Рис. 5. ЧС связанные с оползневыми процессами за 1990-2022 годы.

За тот же период времени приведен отдельный график чрезвычайных ситуаций связанные с оползневыми процессами на рисунке 5. Одноковшовый погрузчик представляет собой самоходное шасси с короткой стрелой, на конце которой шарнирно закреплен ковш. Черпание породы происходит при опущенной стреле под действием усилия ходового механизма или под действием гидравлического напора при застопоренном ходовом механизме. После наполнения ковш слегка поднимается, и погрузчик отъезжает к месту разгрузки. Различают разгрузчики неповоротные (ковш при разгрузке не поворачивается), полуповоротные и полноповоротные.

Рабочее оборудование, смонтированное на базовой машине содержит телескопические толкающие брусья, которые состоят из двух частей: основные (не выдвигаемые); дополнительные (выдвигаемые). Последние, в свою очередь, состоят из соединенных между собой через шарниры хвостовой и передней частей. Рабочий цикл включает следующие операции: 1) наполнение ковша, 2) подъем ковша в транспортное положение, 3) перемещение погрузчика к месту разгрузки, 4) разгрузку ковша, 5) возвращение погрузчика в забой. Будем рассматривать математическую модель описания этапа пока еще не полного вывода телескопически движущегося органа бульдозера-погрузчика (второй этап) по обобщенным координатам:

$\varphi = \varphi(t)$; $r = r(t)$; $r_4 = r_4(t)$; $\beta = \beta(t)$; предпочтение дается выбору полярной системы координат. $\theta = \theta(t)$ учитывается в третьем этапе.

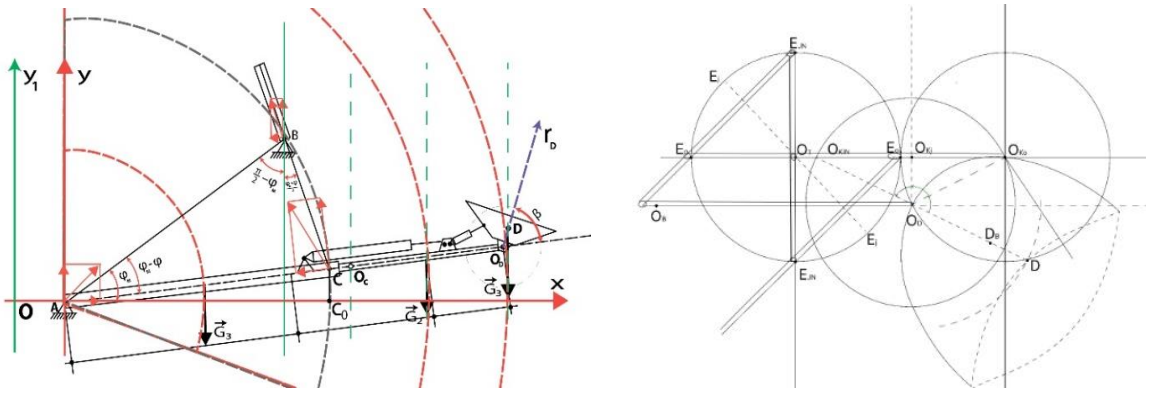


Рис. 6. Схема второго этапа работы бульдозера-погрузчика.

На *втором этапе* за начальный момент времени можно считать t_A, а за конечный момент времени - t_r, где $t_A \le t \le t_r$. Изменение угла поворота поднятия-опускания $\varphi(t)$ характеризует переносное движение для изменения величин $r(t)$ и $\beta(t)$, а в свою очередь, изменение $r(t)$ характеризует относительное движение положения звена по полярной оси r. Изменение угла поворота ковша $\beta(t)$ характеризует относительное движение, помимо переносного движения, обусловленного изменением $\varphi(t)$, зависит от переносного движения связанного с изменением $r(t)$. Пределы изменения по трем обобщенным координатам φ, r, β и по трем обобщенным скоростям

$\dot{\varphi}$, $\dot{r}$, $\dot{\beta}$ при изменении параметра по времени $t_A \le t \le t_r$:

$$\varphi_A \le \varphi \le \varphi_r, \quad \varphi_r \le \varphi_M; \quad \varphi(t_A) = \varphi_A; \quad \varphi(t_r) = \varphi_r, \qquad (1)$$

$$\dot{\varphi}_A \le \dot{\varphi} \le \dot{\varphi}_r, \quad \dot{\varphi}(t_A) = \dot{\varphi}_A; \quad \dot{\varphi}(t_r) = \dot{\varphi}_r, \qquad (2)$$

$$r_A \le r \le l_2, \quad r(t_A) = r_A; \quad r(t_r) = l_2, \qquad (3)$$

$$\dot{r}_A \le \dot{r} \le \dot{r}_r, \quad \dot{r}(t_A) = \dot{r}_A; \quad \dot{r}(t_r) = \dot{r}_r, \qquad (4)$$

$$\beta_A \le \beta \le \beta_r, \quad \beta(t_A) = \beta_A; \quad \beta(t_r) = \beta_r, \qquad (5)$$

$$\dot{\beta}_A \le \dot{\beta} \le \dot{\beta}_r, \quad \dot{\beta}(t_A) = \dot{\beta}_A; \quad \dot{\beta}(t_r) = \dot{\beta}_r, \qquad (6)$$

выбираются исходя из их технического удобства эксплуатации дорожно-строительной машины и функционального назначения ее рабочих органов.

Рассмотрим первоначальное положение системы (рис. 6). Наименьшее число параметров необходимое для задания возможного положения системы называется числом ее независимых обобщенных координат. Приведем формулы для кинетических энергий звеньев системы ДСМ в обобщенных координатах φ, r,β и обобщенных скоростях $\dot{\varphi}$, $\dot{r}$, $\dot{\beta}$, которые имеют вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m_1 [(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2 + l_D^2 \cdot \dot{\beta}^2] + \frac{1}{2} m_2 [(l_3 + r_0 + r)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2] + \frac{1}{2} m_3 l_3^2 \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (7)$$

Для механической системы с голономными идеальными и удерживающими связями уравнения Лагранжа второго рода [1]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \tag{8}$$

где q_i - обобщенные координаты системы ($q_1 = \phi$, $q_2 = r$, $q_3 = \beta$); n - число степеней свободы; $\dot{q}_i$ - обобщенные скорости ($\dot{q}_1 = \dot{\varphi}$, $\dot{q}_2 = \dot{r}$, $\dot{q}_3 = \dot{\beta}$);
Q_i - обобщенные силы системы. Далее, имея конкретное значение кинетической энергии по (7) будем определить частные производные:

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = 0; \qquad \frac{\partial T}{\partial r} = [m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4})) + m_2(l_3 + r_0 + r)]\cdot \dot{\varphi}^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = m_1 [l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4})]\sqrt{2} l_D \cos(\beta - \tfrac{\pi}{4})\cdot \dot{\varphi}^2; \tag{9}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = [m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))^2 + m_2(l_3 + r_0 + r)^2 + m_3 l_3^2]\cdot \dot{\varphi};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = (m_1 + m_2)\dot{r}; \qquad \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = m_1 l_D^2 \dot{\beta}; \tag{10}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}}\right) = [m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))^2 + m_2(l_3 + r_0 + r)^2 + m_3 l_3^2]\cdot \ddot{\varphi} + 2[m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))(\dot{r} + \sqrt{2} l_D \cos(\beta - \tfrac{\pi}{4})\dot{\beta}) + m_2(l_3 + r_0 + r)\dot{r}]\dot{\varphi};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}}\right) = (m_1 + m_2)\ddot{r}; \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}}\right) = m_1 l_D^2 \ddot{\beta}. \tag{11}$$

Зная силы весов $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$, $\vec{G}_3$, пары сил с моментами M_A, M_B, M_C, M_D, реакции опорных сил $\vec{P}_B$, $\vec{P}_A$ $\vec{P}_C$, для реакции связей и обобщенных сил будем составить систему уравнений статического равновесия: Момента

$$-[G_3 l_3 + (G_2 + G_1)(l_3 + r_0 + r) + G_1(l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4})) + 2P_B l_3 \sin\tfrac{\pi - \varphi_M - \varphi}{2}]\cos\varphi = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{A_i} = 0; \quad \sum_{j=1}^{JN} X_j = 0: \quad X_A - (G_3 + G_2 + G_1)\sin\phi - P_B \cos\tfrac{\pi - \varphi - \phi_M}{2} = 0; \tag{12}$$

$$\sum_{j=1}^{JN} Y_j = 0: \qquad Y_A - (G_3 + G_2 + G_1)\cos\varphi + P_B \sin\tfrac{\pi - \varphi - \varphi_M}{2} = 0,$$

из которых можно определить реакции связей:

$$P_B = \frac{1}{2 l_3 \sin\frac{\pi - \varphi_M - \varphi}{2}}[G_3 l_3 + G_2(l_3 + r_0 + r) + G_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))];$$

$$X_A = (G_3 + G_2 + G_1)\sin\varphi + P_B \cos\tfrac{\pi - \varphi - \phi\varphi_M}{2}\cdot\sin\tfrac{\varphi + \varphi_M}{2}; \tag{13}$$

$$Y_A = (G_3 + G_2 + G_1)\cos\varphi - P_B \sin\tfrac{\pi - \varphi - \varphi_M}{2}\cdot\cos\tfrac{\varphi + \varphi_M}{2}.$$

При движении данные силы совершат работу: $A = -[G_3 l_3 + (G_2 + G_1)(l_3 + r_0 + r) + G_1(l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))]\sin\varphi + 4P_B l_3(\sin\tfrac{\varphi_M}{2} - \sin\tfrac{\varphi_M - \varphi}{2})$. (14)

Принцип возможных перемещений позволяет получить:

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n} Q_i \delta q_i = Q\varphi\delta\varphi + Qr\delta r + Q\beta\delta\beta = -[G_3 l_3 + (G_2 + G_1)(l_3 + r_0 + r) + G_1(l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))]\cos\varphi\delta\varphi - (G_2 + G_1)\sin\varphi\delta r - G_1 \tfrac{1}{\sqrt{2}} l_D \sin(2\beta - \tfrac{\pi}{2})\sin\varphi\delta\beta, \tag{15}$$

Отсюда определяются конкретные значения:

$$Q\phi = - g\,[m_3 l_3 + (m_2 + m_1)(l_3 + r_0 + r) + m_1(l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))]\cos\delta;$$

$$Qr = - g\,(m_1 + m_2)\sin\varphi; \qquad (16)$$

$$Q\beta = - g\, m_1 \tfrac{1}{\sqrt{2}} l_D \sin(2\beta - \tfrac{\pi}{2})\sin\varphi.$$

Тогда с учетом равенств (9), (11), (13) и (16), напишем систему трех уравнений Лагранжа второго рода (8), которые имеют сложные квазилинейные виды

$$\ddot{\beta} = [l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4})]\tfrac{1}{l_D}\cos(\beta - \tfrac{\pi}{4})\cdot \dot{\phi}^2 - g\tfrac{1}{\sqrt{2}\, l_D}\sin(2\beta - \tfrac{\pi}{2})\sin\varphi; \quad (17')$$

$$\ddot{r} = [l_3 + r_0 + r + \frac{m_1}{m_1 + m_2}(l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))]\cdot \dot{\varphi}^2 - g\sin\varphi; \qquad (17'')$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{B}{Z}\cdot \dot{\varphi} - \frac{D}{Z}\cos\varphi, \qquad (17''')$$

где для сокращенной записи последнего уравнения (17‴), обозначили

$$B = 2[m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))(\dot{r} + \sqrt{2} l_D \cos(\beta - \tfrac{\pi}{4})\dot{\beta}) +$$

$$+ m_2(l_3 + r_0 + r)\dot{r}]; \qquad (18)$$

$$D = g\,[m_3 l_3 + (m_2 + m_1)(l_3 + r_0 + r) + m_1(l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))]\cos\varphi; \qquad (19)$$

$$Z = m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \tfrac{\pi}{4}))^2 + m_2(l_3 + r_0 + r)^2 + m_3 l_3^2. \qquad (20)$$

При расчетах эти коэффициенты (18) - (20) легко вычисляются. Последовательным вычислениям поддаются и правые части основных уравнений системы (17′) - (17‴).

Далее, в начальном моменте времени производятся расчеты сравнения сил статического состояния. Предварительно оцениваются величины прилагаемых сил, которые могли бы сообщать движения соответствующим звеньям механизмов [4, 5]. Для замены P_{B_h} будем определить максимального значения P_{Bmax} из всех значений в поле силы P_B, чтобы разности с противоположным вектором суммарных сил тяжести соответствовали направлению движения подъема. А процесс разгрузки ковша проводится в обратной последовательности. Тогда следует определить P_{Bmin} из всех значений в поле силы P_B, чтобы разности с противоположным вектором суммарных сил соответствовали направлению опускания [4].

Найти сил прямого и обратного движения гидроцилиндров остальных обобщенных переменных можно определить аналогично.

Используем полярную систему координат (r,φ) с началом в точке А. Это движение включает в себе: поступательное движение по оси r с началом относительной координаты С, также по отношению к этому переносному движению относительное вращательное движение с полярной системой координат (r_D,β) с центром в точке O_D, где r_D- радиус-вектор. O_DD = l_D может быть переменной величиной, так как процесс

заполнения или опорожнения ковша происходит с течением не мгновенно. Составляя уравнение равновесия моментов пары сил действующих в системе (r_D,β), получим

$\sum_{j=1}^{jn} M_{O_D j}$ = 0: $P_D l_D \sin(\beta) - G_1 l_D \sin(\beta) = 0$, (21)

$P_D = G_1 = m_1 g$, $m_1 = m_{ковш} + m_{груз}$. (22)

Аналогично, заменяем P_{D_h} сначала на максимальное значение P_{Dmax} из всех значений в поле сил P_{D_i}, чтобы разности с противоположным вектором суммарных моментов сил соответствовали направлению подъема, затем, для его опускания на значение P_{Dmin} из всех значений в поле тех же сил P_{D_i}.

Рассматривая движение по оси *r* с началом координаты С, включающее и относительное вращательное движение с системой координат (r_D,β) с центром в точке O_D. Исходя из поступательно-прямолинейных переносных движений, будем составить уравнение равновесия векторов сил вдоль оси *r*

$\sum_{k=1}^{KM} R_k$ = 0: $P_R \cos\phi - (G_2 + G_1 \cos(\beta)) \cos\varphi = 0$, (23)

$P_R = G_1 \cos(\beta) + G_2 = (m_1 + m_2 \cos(\beta))g$, $m_1 = m_{ковш} + m_{груз}$. (24)

Аналогично вышеприведенным будем определить максимальное $P_{R_{max}}$ из поля сил P_R, для подъема, а для обратной последовательности определяется минимальное значение P_{Rmin} из значений в поле сил P_R.

Определяя результирующие силы приводов в движение механической системы ДСМ: P_{Bmax}; P_{Bmin}; P_{Dmax}; $P_{D_{min}}$; $P_{R_{max}}$; P_{Rmin}, будем написать систему квазилинейных дифференциальных уравнений вторых порядков, полученные использованием уравнений Лагранжа второго рода [1, 3] с учетом этих результирующих сил привода.

$\ddot{\phi} = -\frac{B}{Z} \cdot \dot{\varphi} - \frac{\bar{P}_{Bmax}}{Z} \cos\varphi$,

$\ddot{r} = [l_3 + r_0 + r + \frac{m_1}{m_1+m_2} (l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))] \cdot \dot{\phi}^2 + (\bar{P}_{R_{max}} - g)\sin\varphi$; (25)

$\ddot{\beta} = \frac{\sqrt{2}}{l_D} [l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4})]\cos(\beta - \frac{\pi}{4}) \cdot \dot{\varphi}^2 + [\bar{P}_{D_{max}} - g\frac{\sqrt{2}}{l_D} \cos(\beta - \frac{\pi}{4})]\sin\varphi$

с начальными и конечными условиями в пределах обобщенных переменных при $t_A \le t \le t_r$: (1) - (6). Для введения характерных величин по t и его шага по $\dot{\beta}$ и β; $\dot{\phi}$ и ϕ, $\dot{r}$ и r в уравнениях системы, допустим сопоставляя:

$T_\phi = \sqrt{\frac{2l_3}{g}}$; $T_r = \sqrt{\frac{l_3+l_1}{g}}$; $T_\beta = \sqrt{\frac{l_D}{g}}$, (26)

$t_\beta = {}^{T_\beta}\bar{t}$; $t_\varphi = {}^{T_\varphi}\bar{t}$; $t_r = {}^{T_r}\bar{t}$, (27)

$\Delta t_\beta = T_\beta \Delta\bar{t}$; $\Delta t_\phi = T_\phi \Delta\bar{t}$; $\Delta t_r = T_r \Delta\bar{t}$, (28)

где $\bar{t}$- безразмерное время, t_ϕ, t_r,t_β - времени соразмерные T_ϕ, T_r, T_β.

Уравнениям системы (25) с начальными условиями (1) - (6), без преобразований используется метод стрельбы, представляющий собой пару вложенных методов: внешний — для решения нелинейного, внутренний — линейного уравнения сводит решение задачи к решению двух вложенных задач Коши [2, 4]. Используется дважды повторяемый: явный метод Эйлера; метод Эйлера-Коши; и/или метод Рунге-Кутта.

Нестационарные движения рабочих органов ДСМ способных выполнять множество функций учета параметров пространственных обобщенных координат и обобщенных скоростей из-за относительных, переносных взаимных расположений целостного движения предусмотрены деления области изменения по (ϕ, r, β) к дискретным значениям ($\phi^{п}_{i,j,k}$, $\beta^{п}_{i,j,k}$, $r^{п}_{i,j,k}$), а от непрерывных величин ($\dot{\phi}$,$\dot{\beta}$, $\dot{r}$) к дискретным узловым ($\dot{\phi}^{п}_{i,j,k}$,$\dot{\beta}^{п}_{i,j,k}$, $\dot{r}^{п}_{i,j,k}$).

Для статического состояния можно обозначать и подсчитать по формулам поля распределения активных сил привода в точках *D*; *B*; *R*:

$P_{D_{i,j,k}}$=P_D ($\phi^{1}_{i,j,k}$,$\beta^{1}_{i,j,k}$, $r^{1}_{i,j,k}$); $P_{B_{i,j,k}}$=P_B ($\varphi^{1}_{i,j,k}$,$\beta^{1}_{i,j,k}$,$r^{1}_{i,j,k}$); $P_{R_{i,j,k}}$=P_R ($\phi^{1}_{i,j,k}$,$\beta^{1}_{i,j,k}$,$r^{1}_{i,j,k}$) .

Здесь верхние индексы – индексы по времени в начальном *n* = 1.

Введем дискретные узловые значения по формулам:

$\beta^{п}_{i,j,k}$=$\beta^{п}_{i,j-1,k}$+$\Delta\beta$, *j* = 2,3,…, *JM*, *i* = 1,2, …, *IM*, *k* = 1,2,…,*KM*, (29а)

$\varphi^{п}_{i,j,k}$=$\varphi^{п}_{i-1,j,k}$+$\Delta\phi$, *i* = 2, , …, *IM*, *j* = 1,2,…, *JM*, *k* = 1,2,…, *KM*, (29б)

$r^{п}_{i,j,k}$=$r^{п}_{i,j,k-1}$+Δr, *k* = 2,3,…, *KM, i* = 1, 2, …, *IM*, *j* = 1,2,…, *JM*, (29в)

где *n* = 1, 2, …, *N*, а шаги по обобщенным координатам представляются:

$$\Delta\varphi = (\varphi^{п}_{IM,j,k} - \phi^{п}_{1,j,k})/(IM-1);$$
$$\Delta\beta = (\beta^{п}_{i,JM,k} - \beta^{п}_{i,1,k})/(JM-1); \quad (30)$$
$$\Delta r = (r^{п}_{i,j,KM} - r^{п}_{i,j,1})/(KM-1).$$

В основе метода Эйлера лежит идея графического построения решения дифференциальных уравнений, однако этот метод дает одновременно и способ нахождения искомой функции в численной (табличной) форме. Построим, начиная с точки t_1= t_A, узловые значения $t_1 \le t_п \le t_N$, выбрав шаг по времени

$$\Delta t = (t_N - t_1)/(N-1), \quad t_п = t_1 + (n-1)\Delta t \quad (n = 1, 2, \ldots, N), \quad (31)$$

Так как все три уравнения являются обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка, причем в каждом из них вторые производные содержатся отдельно, подтверждая

квазилинейности, и, каждого из них можно записать в виде систем двух уравнений первых порядков, по структуре метода стрельбы

$$\dot{\varphi}^{П}_{i,j,k}=\dot{\phi}^{П-1}_{i,j,k}-\Delta t \quad [{}^{BCH^{n-1}_{i,j,k}}\dot{\phi}^{П-1}_{i,j,k}+ (DCH^{П-1}_{i,j,k}-\bar{P}_{Bmax})\cos\varphi^{П-1}_{i,j,k}]/Z^{П-1}_{i,j,k}; \qquad (32)$$

$$\dot{\beta}^{П}_{i,j,k}= \dot{\beta}^{П-1}_{i,j,k}+\Delta t \quad \{{}^{\Re BE^{n-1}_{i,j,k}}\frac{\sqrt{2}}{l_D}\cos(\beta^{П-1}_{i,j,k}-\frac{\pi}{4})\cdot \dot{\varphi}^{П-1\,2}_{i,j,k}+$$

$$+ [\bar{P}_{D_{max}}- g\frac{\sqrt{2}}{l_D}\cos(\beta^{П-1}_{i,j,k}-\frac{\pi}{4})]\sin\varphi^{П-1}_{i,j,k}\}; \qquad (33)$$

$$\dot{r}^{П}_{i,j,k}=\dot{r}^{П-1}_{i,j,k}+\Delta t \quad [(\Re 2^{П-1}_{i,j,k}+\frac{m_1}{m_1+m_2}BE^{П-1}_{i,j,k})\cdot \dot{\varphi}^{П-1\,2}_{i,j,k} + (\bar{P}_{R_{max}}- g)\sin\varphi^{П-1}_{i,j,k}], \qquad (34)$$

с соответствующими начальными условиями

$$\dot{\varphi}^{1}_{i,j,k}= \varphi_A, \qquad \dot{\beta}^{1}_{i,j,k}= \dot{\beta}_A, \qquad \dot{r}^{1}_{i,j,k}= \dot{r}_A.$$

А потом, аналогично, повторяя процесс записи по формулам

$$\dot{\beta}= \frac{d\beta}{dt}; \qquad \dot{r}=\frac{dr}{dt}; \ \dot{\phi}= \frac{d\varphi}{dt}, \qquad (35)$$

получив следующие записи:

$$d\beta =\dot{\beta}dt; \quad dr =\dot{r}dt; \quad d\phi =\dot{\varphi}dt, \qquad (35^*)$$

а в разностных соотношениях представляя

$$\Delta\beta =\dot{\beta}\Delta t; \quad \Delta r =\dot{r}\Delta t; \quad \Delta\varphi =\dot{\phi}\Delta t, \qquad (36)$$

и используя (36) для значений из (32), (33) и (34), можно писать

$$\phi^{П}_{i,j,k}=\phi^{П-1}_{i,j,k}+{}^{\Delta t}\ \dot{\phi}^{П}_{i,j,k}, \qquad (37)$$

$$\beta^{П}_{i,j,k}= \beta^{П-1}_{i,j,k} + {}^{\Delta t}\ \dot{\beta}^{П}_{i,j,k}; \qquad (38)$$

$$r^{П}_{i,j,k}=r^{П-1}_{i,j,k}+{}^{\Delta t}\ \dot{r}^{П}_{i,j,k}; \qquad (39)$$

с соответствующими начальными условиями

$$\phi^{1}_{i,j,k}= \phi_A, \qquad \beta^{1}_{i,j,k}= \beta_A, \qquad r^{1}_{i,j,k}= r_A,$$

Здесь для краткости записи используются вспомогательные обозначения

$$\Re 2^{П}_{i,j,k}= l_3 + r_0 +r^{П}_{i,j,k}; \ BE^{П}_{i,j,k}= l_1+\sqrt{2}l_D\sin(\beta^{П}_{i,j,k}-\frac{\pi}{4});$$

$$\Re BE^{П}_{i,j,k}=\Re 2^{П}_{i,j,k}+BE^{П}_{i,j,k}; \qquad (40)$$

$$PB^{П}_{i,j,k}= g(m_3\, l_3 + m_2\Re 2^{П}_{i,j,k}+ m_1\Re BE^{П}_{i,j,k})/(2l_3\sin\frac{\pi-\varphi_M-\varphi}{2}); \qquad (41)$$

$$X^{П}_{A_{i,j,k}}= g(m_3 + m_2+ m_1)\sin\varphi^{П}_{i,j,k} + PB^{П}_{i,j,k}\cos\frac{\pi-\varphi_M-\varphi^{П}_{i,j,k}}{2}\sin\frac{\varphi^{П}_{i,j,k}+\varphi_M}{2}; \qquad (42)$$

$$Y^{П}_{A_{i,j,k}}= - g(m_3 + m_2+ m_1)\cos\varphi^{П}_{i,j,k}+ PB^{П}_{i,j,k}\sin\frac{\pi-\varphi_M-\varphi^{П}_{i,j,k}}{2}\cos\frac{\varphi^{П}_{i,j,k}+\varphi_M}{2}; \qquad (43)$$

$$BCH^{П}_{i,j,k}= 2[m_1\Re BE^{П}_{i,j,k}\ (\dot{r}^{П}_{i,j,k}+\sqrt{2}l_D\cos(\beta^{П}_{i,j,k}-\frac{\pi}{4})\dot{\beta}^{П}_{i,j,k})+m_2\,{}^{\Re 2^{n}_{i,j,k}}\dot{r}^{П}_{i,j,k}]; \qquad (40а)$$

$$DCH^{П}_{i,j,k} = g[m_3\, l_3 + (m_2 + m_1)\,\Re 2^{П}_{i,j,k}+ m_1\Re BE^{П}_{i,j,k}]; \qquad (40б)$$

$$Z^{П}_{i,j,k}= m_1\Re BE^{П\,2}_{i,j,k} + m_2\Re 2^{П\,2}_{i,j,k} + m_3 l_3^2. \qquad (40в)$$

На основе вышеизложенных формул дважды повторяемого метода Эйлера составлен общий алгоритм и соответствующая программа решения задачи. Для движения рабочих органов бульдозера-погрузчика данный алгоритм рассчитан на организации гибкого управления действиями сил приводов (гидроцилиндров). Приведем один из вариантов плана маневра работы ДСМ в рабочем цикле работ уточнив ранее введенные обозначения: $AC = L_3 = 2l_3$; $AK = KC = L_3/2 = l_3$; $AA_1 = l_{20}$ - длина той части внутренней балки, которая остается внутри внешней балки (стрелы) после выхода части балки $A_1C = L_3 - l_{20}$ вне балки $AC = L_3$ располагаемой в интервале

$O_C O_D = 2l_1$; $l_2 = r_0 + l_1$; $l_2 = r_0 + r_k/2$; $r_k = 2l_1$.

Задача реализована методом Эйлера. Процесс дискретизации системы уравнений включает в себе изменения трех пространственных координат и по времени: i=1,…,IM; j = 1,…, JM; k=1, …, KM; n=1,…,NN.

В расчетах принимались: IM = 11; JM = 11; KM = 11; NN = 11, а при мелких сеточных значениях IM = 21; JM =21; KM = 21; NN = 21. В текстах программ большое количество переменных параметров представляется четырехмерным массивом, например $\dot{\beta}^{n}_{i,j,k}$ идентифицируется как B1[I,J,K,N], а других обобщенных скоростей и обобщенных координат вместе с временным шагом временными узловыми значениями упоминаются и приводятся в соответствующих табличных и графических данных.

Приведем вкратце при некоторых исходных данных выходные данные результата отладки программы на языке ABC Паскаль. Результаты были получены таблично, а соответствующие графические данные доработаны с помощью MS EXCEL или на языке Питон.

Для теоретически допустимых величин, близкие к нагрузкам ДСМ зная, g = 9,81, при: m_1 = M1; m_2 = M2; m_3 = M3; l_1 = L1; l_D = LD; r_0 = R20; l_3 = L3; и других, выводятся значения:P_{Bmin},P_{Bmax}, P_{Rmin},$P_{R_{max}}$,$P_{R_{max}}$,$P_{D_{min}}$, P_{Dmax}.

Далее по вертикали выводятся табличные значения при изменении шага по t_n в 11 (или 21) узлах, то есть для n = 1, 2,…, 11; а по горизонтали изменяются в указанных наверху узлах по j или i, в нижеследующих пояснительных и значащих числовых данных.

Ниже были приведены одного из результатов проведенных расчетов выходных данных в виде табличных значений одного из обобщенных угловых скоростей $\dot{\beta}^{n}_{1,j,1}$= B1[I1,j,1,N] при изменении шага по времени, соответствующие значениям по вертикали n = 1, 2, …, 21, а по горизонтали указаны изменения индекса j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

M1=2500.000 M2= 150.000 M3= 340.000 HB= 3.000
L1= 2.400 L3= 2.500 LD= 0.800 R20= 0.200

PBMI:8:3	IBMI:3	PBMA:8:3	IBMA:3	PRMI:8:3	IRMI:3
9.096	1	37.698	21	0.000	1

PRMA:8:3	IRMA:3	PDMI:8:3	IDMI:3	PDMA:8:3	IDMA:3
8.496	21	0.000	1	10.399	1



Рис. 7. Максимальные и минимальные усилия гидроцилиндров.

Соответствующие этим табличным значениям в рисунке 8 был составлен график функции семейства значений $\dot{\beta}^{\Pi}_{1,j,1}$.

Значения обобщенных скоростей B1[I1,j,1,N], для j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7:
B1[I1,1,1,N]:8:3, B1[I1,2,1,N]:8:3, B1[I1,3,1,N]:8:3, B1[I1,4,1,N]:8:3, B1[I1,5,1,N]:8:3, B1[I1,6,1,N]:8:3, B1[I1,7,1,N]:8:3

0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-0.023	-0.034	-0.045	-0.054	-0.062	-0.070	-0.075
-0.046	-0.069	-0.089	-0.108	-0.124	-0.139	-0.150
-0.067	-0.101	-0.133	-0.161	-0.185	-0.206	-0.224
-0.087	-0.132	-0.174	-0.211	-0.244	-0.272	-0.296
-0.105	-0.161	-0.213	-0.259	-0.300	-0.335	-0.365
-0.119	-0.186	-0.248	-0.303	-0.353	-0.395	-0.430
-0.130	-0.208	-0.279	-0.344	-0.401	-0.451	-0.492
-0.137	-0.225	-0.306	-0.380	-0.445	-0.502	-0.549
-0.140	-0.238	-0.329	-0.411	-0.484	-0.548	-0.601
-0.138	-0.246	-0.346	-0.437	-0.518	-0.588	-0.648
-0.132	-0.250	-0.358	-0.457	-0.545	-0.623	-0.689
-0.121	-0.248	-0.365	-0.472	-0.568	-0.652	-0.724
-0.106	-0.241	-0.367	-0.481	-0.584	-0.675	-0.753
-0.087	-0.230	-0.363	-0.485	-0.595	-0.692	-0.776
-0.065	-0.215	-0.355	-0.484	-0.601	-0.704	-0.794
-0.039	-0.196	-0.343	-0.479	-0.602	-0.711	-0.806
-0.010	-0.174	-0.328	-0.469	-0.598	-0.713	-0.814
0.021	-0.150	-0.309	-0.457	-0.591	-0.712	-0.817

0.052	-0.124	-0.288	-0.441	-0.581	-0.706	-0.817
0.085	-0.096	-0.266	-0.424	-0.568	-0.699	-0.814

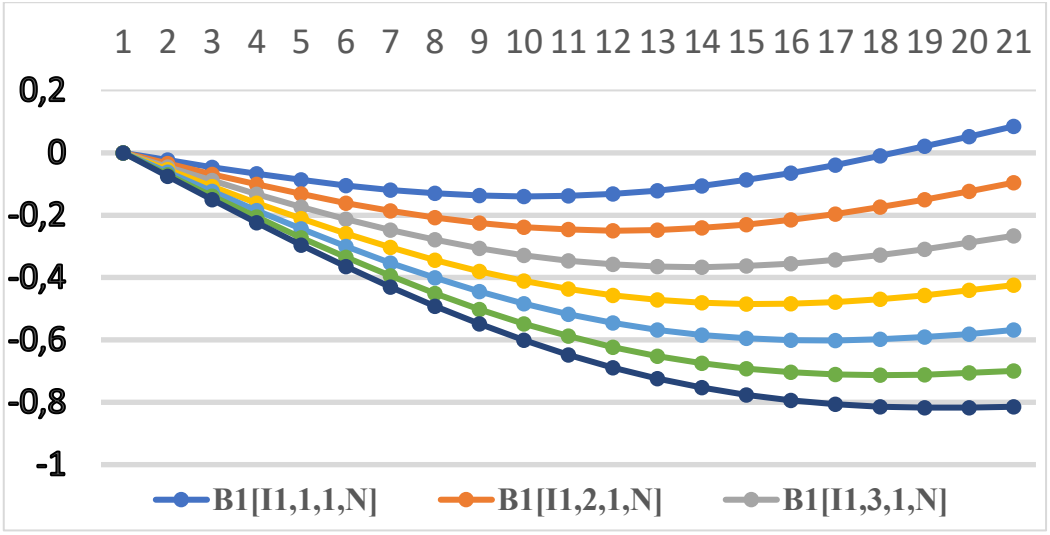


Рис. 8. Обобщенные скорости $\dot{\beta}^{\Pi}_{1,j,1}$= B1[1,j,1,N], при *j*=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Здесь наблюдаются тенденция убывания выходных данных.

Для исходных данных, но при использовании *i*=1, 2, …, 11; *j*=1, 2, …, 11, будем далее привести табличные и графические результаты вычислений обобщенных скоростей и обобщенных координат.

Будем сравнивать часть числовых значений полученные удвоенным делением каждого переменного с размерами 21x21, приведем лишь последние 7 значений из 21 по индексным значениям.

Значения скоростей B1[1,j,1,N], для j=1, 3, 5, 7, 9, 11

B1[1,1,1,N]:8:3, B1[1,3,1,N]:8:3, B1[1,5,1,N]:8:3, B1[1,7,1,N]:8:3, B1[1,9,1,N]:8:3, B1[1,11,1,N]:8:3

0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.011	0.012	0.012	0.011	0.009	0.007
0.053	0.059	0.058	0.052	0.043	0.032
0.146	0.161	0.157	0.141	0.117	0.089
0.309	0.338	0.329	0.294	0.244	0.187
0.557	0.605	0.588	0.526	0.438	0.337
0.901	0.973	0.943	0.844	0.704	0.544
1.347	1.443	1.394	1.249	1.046	0.813
1.890	2.006	1.931	1.732	1.457	1.139
2.515	2.636	2.528	2.272	1.923	1.516

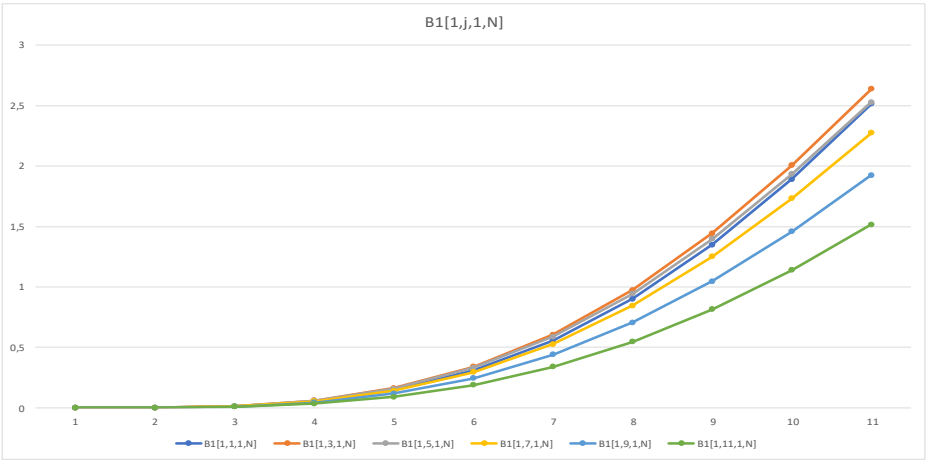


Рис. 9. $\dot{\beta}^{\Pi}_{1,j,1}$= B1[1,j,1,N], для значений *j*=1, 3, 5, 7, 9, 11.

На рис. 9 представлены графики $\dot{\beta}^{\Pi}_{1,j,1}$= B1[1,j,1,N], для *j*=1, 3, 5, 7, 9, 11.

Для сравнительного анализа с одной стороны, и для определения численного эксперимента с другой стороны будем сравнивать часть числовых значений полученные удвоенным делением каждого переменного с размерами 21x21, приведем лишь последние 7 значений из 21 по индексным значениям.

Значения обобщенных скоростей B1[1,j,1,N], для j=15,16,17,18,19,20,21:
B1[1,15,1,N]:8:3, B1[1,16,1,N]:8:3, B1[1,17,1,N]:8:3, B1[1,18,1,N]:8:3,
B1[1,19,1,N]:8:3, B1[1,20,1,N]:8:3, B1[1,21,1,N]:8:3

0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.004	0.004
0.016	0.015	0.015	0.014	0.013	0.012	0.011
0.034	0.033	0.031	0.029	0.027	0.026	0.024
0.062	0.059	0.056	0.053	0.050	0.047	0.043
0.102	0.097	0.092	0.087	0.082	0.076	0.071
0.155	0.148	0.140	0.133	0.125	0.117	0.108
0.224	0.214	0.203	0.192	0.180	0.169	0.157
0.309	0.295	0.280	0.265	0.249	0.234	0.217
0.413	0.394	0.374	0.354	0.333	0.312	0.291
0.535	0.510	0.485	0.459	0.433	0.405	0.378
0.676	0.645	0.614	0.581	0.548	0.514	0.479
0.836	0.799	0.760	0.720	0.680	0.638	0.595
1.015	0.970	0.924	0.876	0.827	0.777	0.725
1.211	1.159	1.104	1.048	0.990	0.930	0.869
1.422	1.362	1.299	1.234	1.167	1.098	1.027

1.648	1.579	1.508	1.434	1.357	1.278	1.197
1.884	1.808	1.728	1.644	1.558	1.469	1.377
2.128	2.044	1.956	1.864	1.768	1.669	1.567

В рисунке 10 приведены зависимости угловых скоростей $\dot{\beta}^{\Pi}_{1,j,1}$ при изменении шага по времени, соответствующие узловым значениям по вертикали *n* = 1, 2, …, 21, а по горизонтальным данным указаны изменения индекса *j* = 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21.

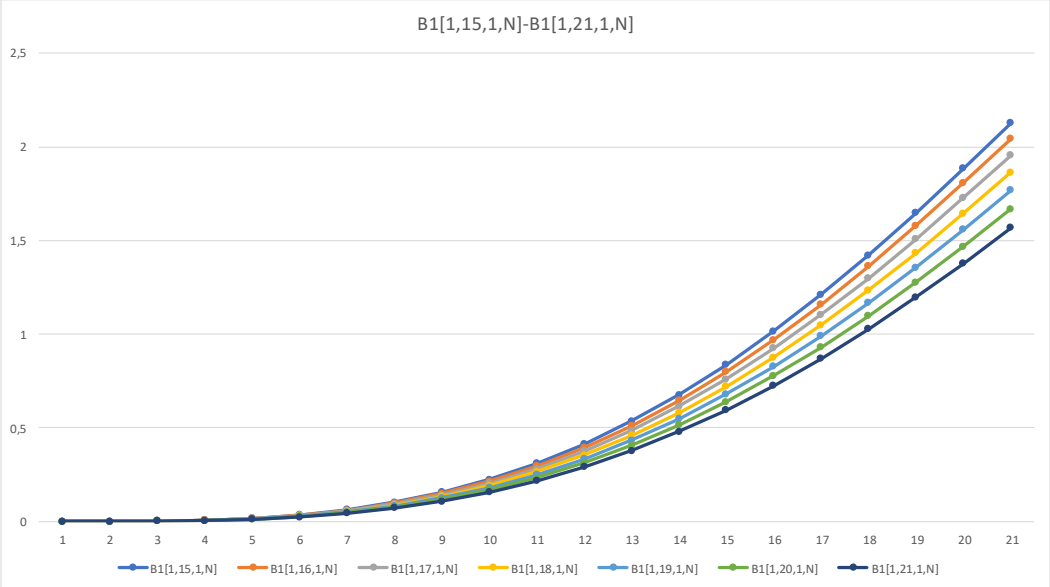


Рис. 10. Угловые скорости $\dot{\beta}^{\Pi}_{1,j,1}$ при *j* = 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21.

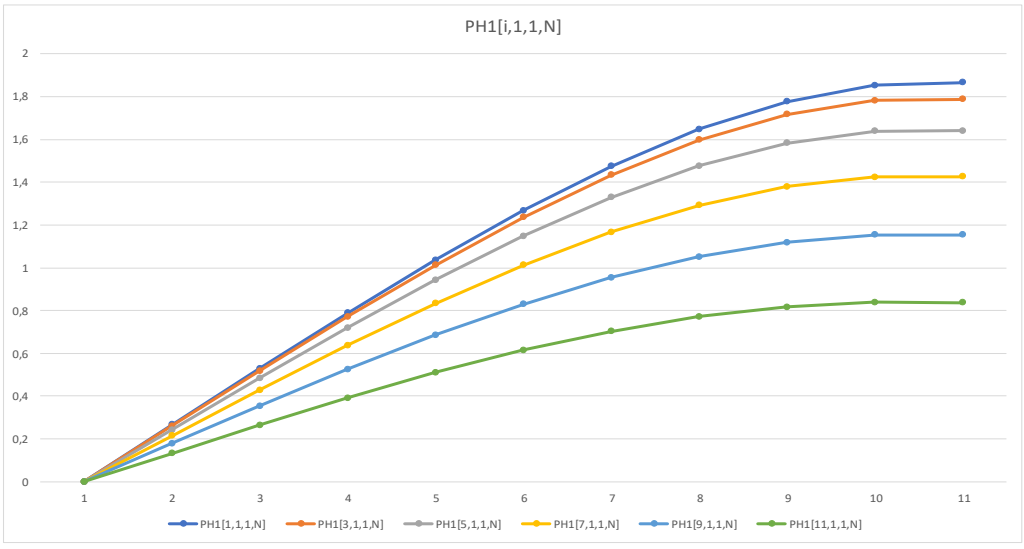


Рис. 11. $\dot{\phi}^{\Pi}_{i,1,1}$= PH1[i,1,1,N], для значений *i*=1, 3, 5, 7, 9, 11.

Аналогично выведены результаты вычисления значений обобщенных скоростей PH1[*i*,1,1,N] для *i*=1, 3, 5, 7, 9, 11, при:
Значения обобщенных скоростей PH1[i,1,1,N], для i=1, 3, 5, 7, 9, 11 :

PH1[1,1,1,N]:8:3, PH1[3,1,1,N]:8:3, PH1[5,1,1,N]:8:3, PH1[7,1,1,N]:8:3, PH1[9,1,1,N]:8:3, PH1[11,1,1,N]:8:3

0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.266	0.260	0.243	0.215	0.178	0.133
0.530	0.518	0.484	0.429	0.355	0.265
0.788	0.771	0.719	0.637	0.526	0.392
1.036	1.012	0.943	0.833	0.686	0.510
1.267	1.236	1.149	1.012	0.830	0.615
1.474	1.434	1.330	1.167	0.954	0.703
1.647	1.598	1.477	1.291	1.051	0.771
1.777	1.717	1.582	1.379	1.119	0.816
1.853	1.782	1.638	1.425	1.153	0.838
1.866	1.788	1.640	1.426	1.153	0.836

На рисунке 11 представлено семейство графиков обобщенных скоростей $\dot{\varphi}\backslash_{i,1,1}^{\Pi}$= PH1[i,1,1,N], для *i*=1, 3, 5, 7, 9, 11.

При использовании мелких сеток, будем сравнивать часть числовых значений полученные удвоенным делением каждого переменного с размерами 21x21, приведем лишь последние 7 значений из 21 по индексам.

В рисунке 12 приведены зависимости угловых скоростей $\dot{\varphi}_{i,1,1}^{\Pi}$ при изменении шага по времени, соответствующие узловым значениям по вертикали *n* = 1, 2, …, 21, а по горизонтальным данным указаны изменения индекса *i* = 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21.

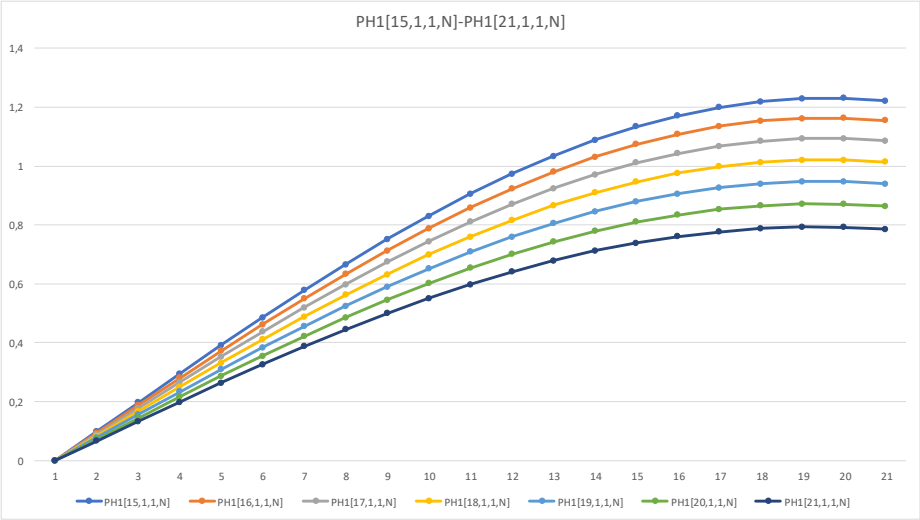


Рис. 12. Зависимость $\dot{\varphi}_{i,1,1}^{\Pi}$ при *i* = 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21.

Значения обобщенных координат B[1,j,1,N], для j=1, 3, 5, 7, 9, 11 : B[1,1,1,N]:8:3, B[1,3,1,N]:8:3, B[1,5,1,N]:8:3, B[1,7,1,N]:8:3, B[1,9,1,N]:8:3, B[1,11,1,N]:8:3

0.000	0.314	0.628	0.942	1.257	1.571
0.000	0.314	0.628	0.942	1.257	1.571
0.000	0.315	0.629	0.943	1.257	1.571
0.002	0.316	0.630	0.944	1.258	1.572
0.006	0.321	0.635	0.948	1.261	1.574
0.015	0.330	0.644	0.957	1.268	1.580
0.031	0.348	0.661	0.972	1.281	1.589
0.056	0.375	0.688	0.996	1.301	1.605
0.095	0.417	0.728	1.031	1.331	1.628
0.149	0.474	0.783	1.081	1.373	1.661
0.221	0.549	0.855	1.146	1.427	1.704

В рисунке 13 приведены обобщенные координаты угловых значений $\beta^{n}_{1,j,1}$ при изменении шага по времени, соответствующие узловым значениям по вертикали n = 1, 2, …, 11, а по горизонтальным данным указаны изменения индекса j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

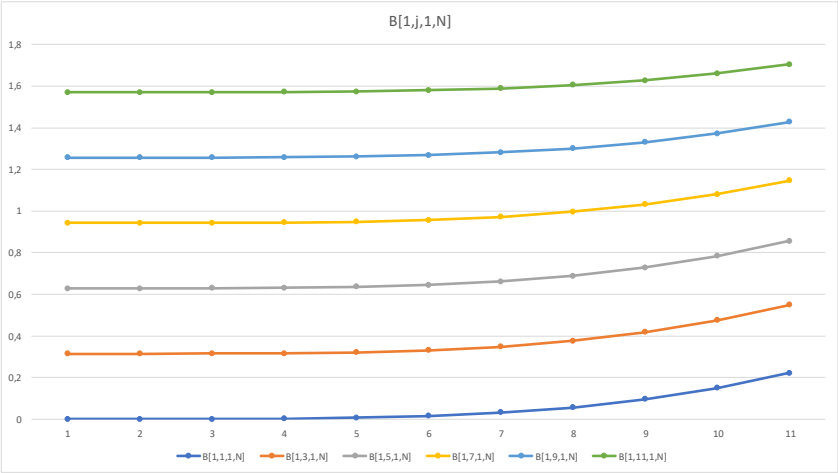


Рис. 13. Зависимость $\beta^{n}_{1,j,1}$ при j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

На рисунке 14 приведены обобщенные координаты угловых значений $\varphi^{n}_{i,1,1}$ при изменении шага по времени, соответствующие узловым значениям по вертикали n = 1, 2, …, 11, а по горизонтальным данным указаны изменения индекса i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Значения обобщенных координат PH[i,1,1,N], для i=1, 3, 5, 7, 9, 11 :
PH[1,1,1,N]:8:3, PH[3,1,1,N]:8:3, PH[5,1,1,N]:8:3, PH[7,1,1,N]:8:3, PH[9,1,1,N]:8:3, PH[11,1,1,N]:8:3

0.000	0.209	0.419	0.628	0.838	1.047
0.000	0.209	0.419	0.628	0.838	1.047
0.019	0.228	0.436	0.644	0.850	1.057
0.057	0.265	0.471	0.674	0.876	1.076
0.113	0.320	0.522	0.720	0.913	1.104
0.187	0.392	0.589	0.779	0.962	1.140

0.277	0.480	0.672	0.851	1.022	1.184
0.383	0.583	0.766	0.935	1.090	1.234
0.500	0.697	0.872	1.027	1.165	1.289
0.627	0.819	0.985	1.125	1.245	1.347
0.759	0.947	1.102	1.227	1.327	1.407

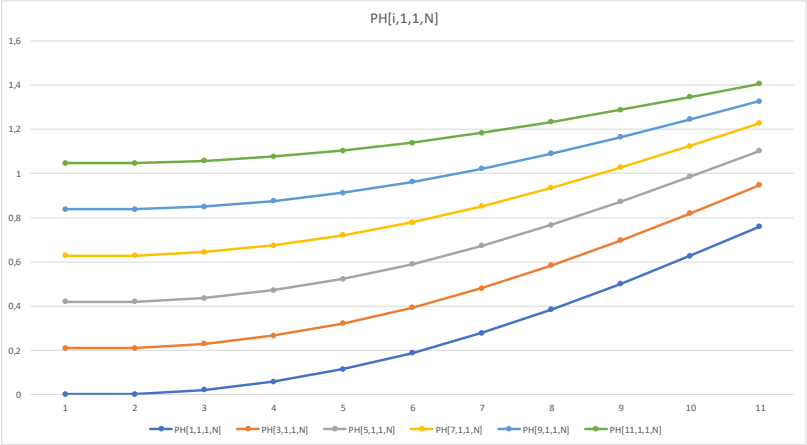


Рис. 14. Зависимость $\varphi^{\Pi}_{i,1,1}$ при i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Для реализации вышеизложенной поставленной задачи, в качестве некоторого конкретного примера были подготовлены исходные данные бульдозера-погрузчика SDLG L956FH. Он – один из самых распространенных моделей фронтальных погрузчиков грузоподъемностью до 5 400кг, который принадлежит к классу тяжелой строительной техники и обладает умеренным уровнем потребления горючего и высокой эффективностью в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах [Текст]: Учебное пособие / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. -М.: Наука, 1968. - 624 с.
2. Заварыкин В.М., Житомирский В.Г., Лапчик М.П. Численные методы: Учеб. пособие для студ. физ.-мат. спец. пед. ин-тов /В.М. Заварыкин и др. – М.: Просвещение, 1990. – 176 с.
3. Исаков К., Осмонов К.Т., Токтакунов Т. Теоретическое исследование задачи разработки бульдозера-погрузчика с трансформирующимся рабочим органом для содержания, ремонта высокогорных автомобильных дорог. Вестник КГУСТА. № 4 вып. 66. Бишкек, 2019. – С. 586-593.
4. Исаков К., Токтакунов Т., Осмонов К.Т., Канатова А.Б. Приложения численных методов решения задачи многофункциональных работ

дорожно-строительных машин в системах нелинейных уравнений с обобщенными координатами. Вестник КГУСТА. № 4 вып. 78. Бишкек, 2022. – С. 1481-1491.

5. Isakov K., Toktakunov T., Osmonov K., Altybaev A. Investigation of the problem of multifunctional work of a bulldozer-loader by reducing the mathematical model to pairwise nested numerical methods. BFT 2023 - International Scientific Conference (Saint-Petersburg, Russia, September 19 - 21, 2023) E3S Web Conf., (2023). **Scopus.**