

УДК536.244

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В МОДЕЛИ ЗДАНИЯ ПРИ РАЗНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Курбаналиев А.Ы., Калбекова М. Ж., Пазыл к. М., Мамадамин у. Г.
Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан

Численно исследуется нестационарный конвективный теплообмен в заполненном воздухом неглубоком помещении. При решении уравнения для давления с учетом внешних массовых сил, например, силы гравитации, использование обычного нулевого градиентного условия `zeroGradient` может приводить к ненулевому потоку через границу расчетной области. А использование граничного условия `fixedFluxPressure` гарантированно обеспечивает нулевой поток массы через границу. Математическое моделирование естественной конвекции в прямоугольной камере с аспектным отношением 0.5 проведено в рамках пакета `OpenFOAM` с использованием решателя `buoyantPimpleFoam`. При разных граничных условиях для температуры поле температуры разное. Другими словами поле средней температуры не является автомодельным – поле температуры зависит от граничных условий для температуры.

Ключевые слова: Математическое моделирование, естественная конвекция, вихри Рэлея-Бенарда, число Прандтля, `OpenFOAM`, `buoyantPimpleFoam`.

ИМАРАТТЫН МОДЕЛИНДЕГИ КОНВЕКТИВДҮҮ АГЫМДЫ ТЕМПЕРАТУРАГА КОЮЛГАН ТҮРДҮҮ ЧЕК АРА ШАРТТАРЫ ҮЧҮН МОДЕЛДЕШТИРҮҮ

Курбаналиев А.Ы., Калбекова М. Ж., Пазыл к. М., Мамадамин у. Г.
Ош мамлекеттик университети, Ош шаары, Кыргызстан

Аба толтурулган тайыз бөлмөдө стационардык эмес конвективдүү жылуулук өткөрүмдүүлүк сандык жактан изилденет. Басым үчүн теңдемени чечүүдө сырткы күчтөрдү, мисалы, гравитациялык күчтөрдү эске алуу менен кадимки нөлдүк градиент шартын колдонуу менен нөлдүк градиент эсептөө доменинин чек арасы аркылуу нөл эмес агымга

алып келиши мүмкүн. Ал эми fixedFluxPressure чектик шартын колдонуу чек ара аркылуу нөлдүк массалык агымга кепилдик берет. Аспектинин катышы 0.5 болгон тик бурчтуу көңдөйдөгү табигый конвекцияны математикалык моделдөө OpenFOAM пакетинин алкагында buoyantPimpleFoam чечүүчүсүн колдонуу менен ишке ашырылган. Температуранын ар кандай чек ара шарттарында температура талаасы ар кандай болот. Башкача айтканда, орточо температура талаасы өзүнө окшош эмес - температура талаасы температуранын чек ара шарттарына көз каранды.

Баштапкы сөздөр: Математикалык моделдөө, табигый конвекция, Рэлей-Бенард, Прандтл саны, OpenFOAM, buoyantPimpleFoam.

MODELING OF NONSTATIONARY CONVECTIVE FLOW IN A BUILDING MODEL UNDER DIFFERENT BOUNDARY CONDITIONS FOR TEMPERATURE

Kurbanaliev A. Y., Kalbekova M. Zh., Pasyk K. M., Mamadamin U. G.
Osh State University, Osh, Kyrgyzstan

Non-stationary convective heat transfer in an air-filled shallow room is studied numerically. When solving the equation for pressure, taking into account external body forces, for example, gravitational forces, using the usual zero gradient condition zeroGradient can lead to a non-zero flow through the boundary of the computational domain. And the use of the fixedFluxPressure boundary condition guarantees a zero mass flow through the boundary. Mathematical modeling of natural convection in a rectangular cavity with an aspect ratio of 0.5 was carried out within the framework of the OpenFOAM package using the buoyantPimpleFoam solver. Under different boundary conditions for temperature, the temperature field is different. In other words, the average temperature field is not self-similar - the temperature field depends on the temperature boundary conditions.

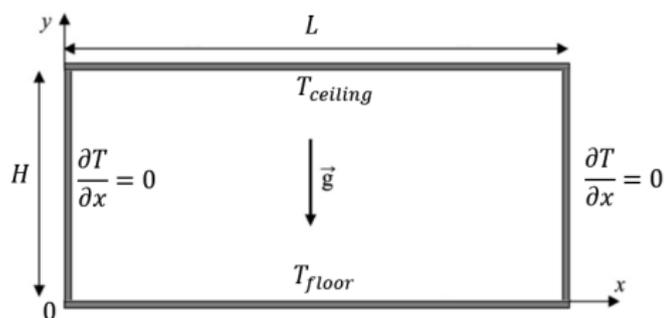
Keywords: Mathematical modeling, natural convection, Rayleigh-Benard vortices, Prandtl number, OpenFOAM, buoyantPimpleFoam.

Введение: Конвекция Рэля-Бенарда в закрытых помещениях была предмет многих теоретических, экспериментальных [1, 2] и численных [3] исследований в связи с большим значением, которое она имеет в различных областях науки и техника. Помимо своего применения в различных инженерных областях, большие усилия были

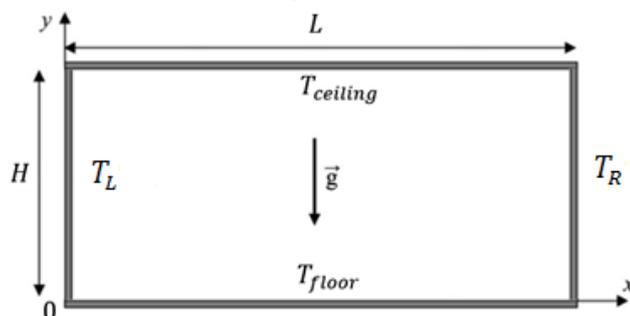
посвящены конвекция Рэля-Бенарда для исследования гидродинамики неустойчивость и хаотическое поведение жидкостей.

В конвекции Рэля-Бенарда для реализованного прилипания граничные условия к стенам, до $Ra_{cr} = 1707.76$ поток является стационарным и передача тепла происходит только за счет к механизму проведения. Новаторские исследования об этом значении критического числа Рэля для жестко-жестких а жесткие граничные условия выполнялись Пелью и Southwell [4] с использованием линейного анализа.

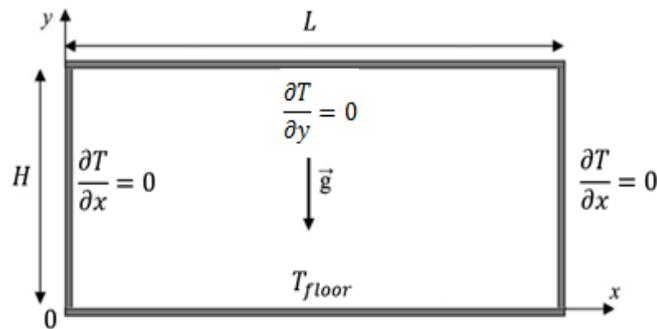
Постановка задачи. Цель этой задачи состоит в изучении влияния различных граничных условий для средней температуры на поля средней температуры и средней скорости. Математическое моделирование естественной конвекции в прямоугольной камере с аспектным отношением 0.5 проведено в рамках пакета OpenFOAM [5] с использованием решателя buoyantPimpleFoam. Заполненный воздухом камера представляет собой гексаэдр высотой $H = 0.5$ м, шириной $L = 1$ м глубиной $W = 0.1$ м (см. рисунок 1.).



Случай 1



Случай 2



Случай 3

Рис. 1. - Геометрия задачи и три разных граничных условия для температуры

Анализ режима течения. До начала моделирования следует оценить режим течения исходя из четырёх безразмерных параметров задачи – чисел Прандтля, Рэлая, Граскофа и Рейнольдса. Нагревание воздуха в каверне осуществляется через пол, температуры которого равна

$T_{floor} = 30^{\circ}\text{C}$, а его охлаждение производится через потолок с температурой

$T_{ceiling} = 20^{\circ}\text{C}$ (см. рис. 2 случай 1 и случай 2).

Термофизические свойства воздуха при средней температуре

$T_{ref} = (T_{floor} + T_{ceiling})/2 = (30^{\circ}\text{C} + 20^{\circ}\text{C}) = 25^{\circ}\text{C}$ приведены в таблице 1.

Таблиц1. Термофизические свойства воздуха

| Величина | Обозначение | Значение |
|---|-------------|--|
| Плотность | ρ | 1.184 кг/м^3 |
| Коэффициент динамической вязкости | μ | $1.849 \times 10^{-5} \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$ |
| Коэффициент теплопроводности | k | $2.551 \times 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ |
| Удельная теплоемкость при постоянном давлении | C_p | $1.007 \times 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ |
| Коэффициент объемного расширения | β | $3.430 \times 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ |

Число Прандтля для воздуха при температуре $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ определяется как $Pr = \mu c_p / k = 0.72989$. Характерная скорость естественной конвекции из-за эффекта плавучести вычисляется как $U_0 = \sqrt{g\beta H \Delta T} = 0.41 \text{ м/с}$. Число Рейнольдса, рассчитанное через скорости плавучести и высоту каверны будет равно $Re = \rho U_0 H / \mu = 13127.096$, так что режим течения почти турбулентным.

Число Грасгофа, представляющее собой отношение сил плавучести к вязким силам вычисляется по формуле $Gr = (U_0 \rho * H / \mu)^2 = 1.724 \times 10^8$.

Число Рэлея, рассчитанное через высоту каверны равно $Re = Pr * Gr = 1.2584 \times 10^8$.

Так как число Прандтля близко к 1, толщины температурного δ_T и скоростного δ_U пограничного слоев примерно одинакового порядка:

$$\delta_T \approx \frac{L}{\sqrt[4]{Ra \cdot Pr}} = 0.006135 \text{ м}$$

$$\frac{\delta_S}{\delta_T} \approx \sqrt{Pr} = 0.005242 \text{ м}$$

Надо потом построить графики вертикальные профили температуры и скорости у пола и сравнить с этими значениями.

Математическая модель рассматриваемой нестационарной задачи основана на системе уравнений Навье-Стокса, в которую входят уравнения неразрывности, переноса импульса и энтальпии [6, 7]:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) \quad (2)$$

$$= -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (2\mu_{eff} D(\mathbf{u})) - \nabla \cdot \left(\frac{2}{3} \mu_{eff} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right)$$

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} h) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} k) = \nabla \cdot (\alpha_{eff} \nabla h) + \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{g} \quad (3)$$

Здесь ρ – плотность, p – статическое давление, \mathbf{g} – вектор гравитационного ускорения, μ_{eff} – эффективная вязкость, равная сумме

молекулярной и турбулентной вязкостей, h — энтальпия, $k = 0.5|\mathbf{u}|^2$ — кинетическая энергия на единицу массы, а $D(\mathbf{u})$ — тензор скорости деформации определяется как

$$D(\mathbf{u}) = 0.5(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)$$

Коэффициент эффективной температуропроводности α_{eff} равен сумме коэффициентов ламинарной и турбулентной температуропроводностей:

$$\alpha_{eff} = \frac{\rho\nu_t}{Pr_t} + \frac{\mu}{Pr} = \frac{\rho\nu_t}{Pr_t} + \frac{\kappa}{C_p}$$

где κ — коэффициент теплопроводности, C_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, μ — коэффициент молекулярной динамической вязкости, ν_t — турбулентная кинематическая вязкость, Pr — число Прандтля, Pr_t — турбулентное число Прандтля

В пакете OpenFOAM, члены в уравнении (1-3), связанные с градиентом статического давления и вектором гравитационного ускорения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} -\nabla p + \rho\mathbf{g} &= -\nabla(p_{rgh} + \rho\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) + \rho\mathbf{g} \\ &= -\nabla p_{rgh} - (\mathbf{g} \cdot \mathbf{r})\nabla\rho - \\ &\quad \rho\mathbf{g} + \rho\mathbf{g} \\ &= -\nabla p_{rgh} - (\mathbf{g} \cdot \mathbf{r})\nabla\rho \end{aligned}$$

где $p_{rgh} = p - \rho\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}$, а \mathbf{r} — радиус вектор.

Стандартная к-ε -модель турбулентности

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + P_k - \rho\varepsilon; \quad \mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}$$

Граничные и начальные условия задачи. Начальное значение поля давления равно 101325 Па, а все компоненты скорости равны нулю в силу отсутствия первоначального движения воздуха в каверне. На всех границах расчетной области значение скорости равны нулю в силу условия прилипания из-за вязкости воздуха. Подогрев каверны

осуществляется через нижнюю стенку – пол, температура которой была равна $T_{ceiling} = 30^{\circ}\text{C}$ во всех трёх рассмотренных случаях (см. табл 2).

Таблица 2 - Граничные условия для температуры

| Рассмотренный случай | Боковые стенки | Потолок | Пол |
|----------------------|---|---|--|
| Случай 1 | $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ zeroGradient | $T_{ceiling} = 20^{\circ}\text{C}$ fixedValue | $T_{floor} = 30^{\circ}\text{C}$ fixedValue |
| Случай 2 | $T_{walls} = 20^{\circ}\text{C}$ fixedValue | $T_{ceiling} = 20^{\circ}\text{C}$ fixedValue | $T_{floor} = 30^{\circ}\text{C}$ fixedValue |
| Случай 3 | $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ zeroGradient | $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ zeroGradient | $T_{floor} = 30^{\circ}\text{C}$ fixedValue |

Таблица 2 - Схемы дискретизации

| Схема | gradSchemes | divSchemes | laplacianSchemes |
|--|--------------|--|---------------------------|
| Переменная | | | |
| Скорость, U | Gauss linear | bounded Gauss linearUpwind gradf(U) | Gauss linear corrected |
| Температура, T | Gauss linear | bounded Gauss limitedLinear 1 | Gauss linear corrected |
| Давление, p_{rgh} | Gauss linear | Gauss linear | Gauss linear corrected |
| Кинетическая энергия турбулентности, k | Gauss linear | turbulence | Gauss linear corrected |
| Скорость диссипации, ϵ | Gauss linear | bounded Gauss limitedLinear 1 Gauss upwind | Gauss linear corrected |

Таблица 3 - Решатели уравнений для основных переменных

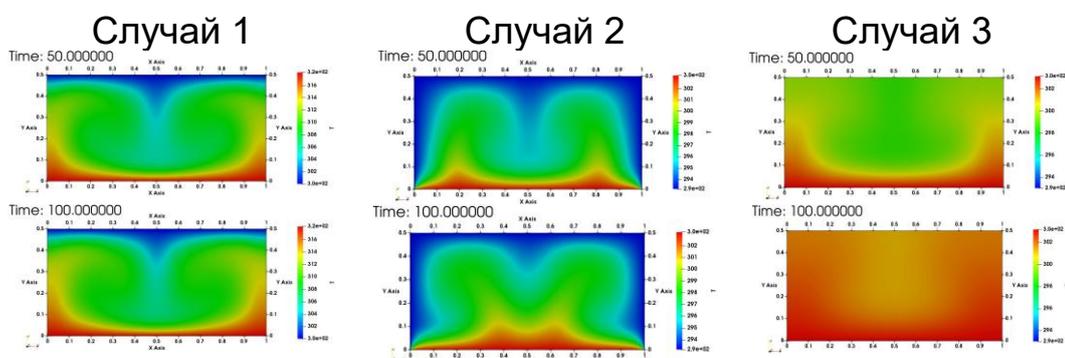
| Переменная | Решатель | Точность |
|---------------------|--|-----------|
| Давления | метод сопряженных градиентов PCG с использованием предобуслователя DIC | $1e^{-6}$ |
| U, h, k, ϵ | PBiCGStab с использованием предобуслователя DILU | $1e^{-5}$ |

В первом случае на боковых границах для температуры задано условие Неймана – нулевой градиент по нормали к границе. Это условие

соответствует физическому условию адиабатичности этой границы – отсутствие потока тепла через границу и в пакете OpenFOAM обозначается как zeroGradient. А на потолке и полу задано условие Дирихле – фиксированное значение температуры, что на языке пакета OpenFOAM соответствует граничному условию fixedValue. Во втором случае на всех границах заданы фиксированные значения температуры, а в третьем случае на боковых границах и на потолке задано условие адиабатичности для температуры.

Граничные условия для давления задано в виде fixedFluxPressure с фиксированным значением 101325Па, которое является подходящим граничным условием при использовании решателя buoyantSimpleFoam. При решении уравнения для давления с учетом внешних массовых сил, например, силы гравитации, использование обычного нулевого градиентного условия zeroGradient может приводить к ненулевому потоку через границу расчетной области. А использование граничного условия fixedFluxPressure гарантированно обеспечивает нулевой поток массы через границу.

Результаты численных расчетов. На следующих рисунках приведены результаты расчетов для всех трёх использованных граничных условий для температуры случай 1, случай 2, случай 3 для полей температуры, вектора скорости, модуля скорости и изолиний модуля скорости для разных моментов времени.



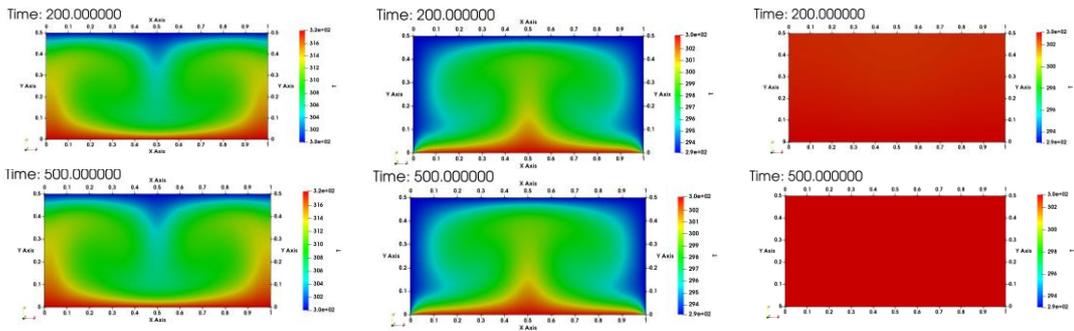


Рис. 2 - Поле температуры для разных моментов времени

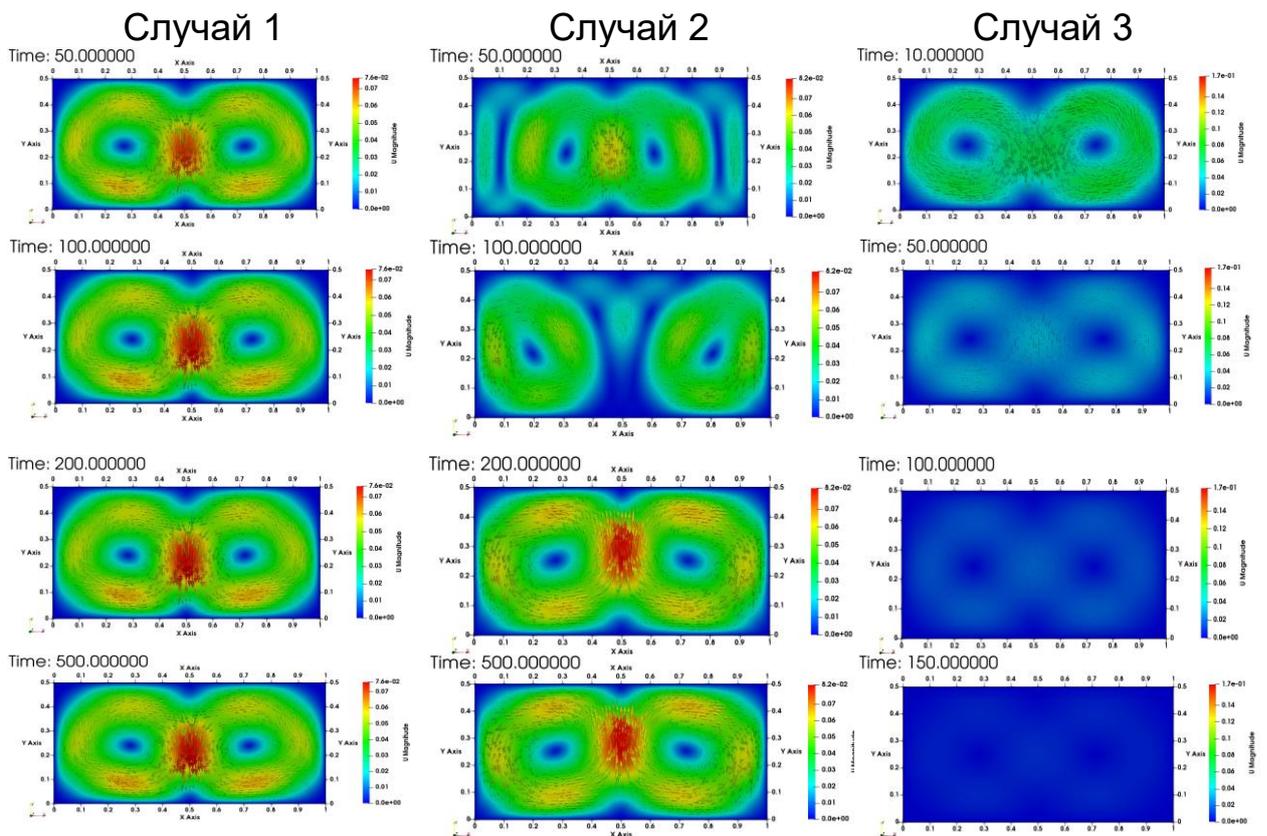
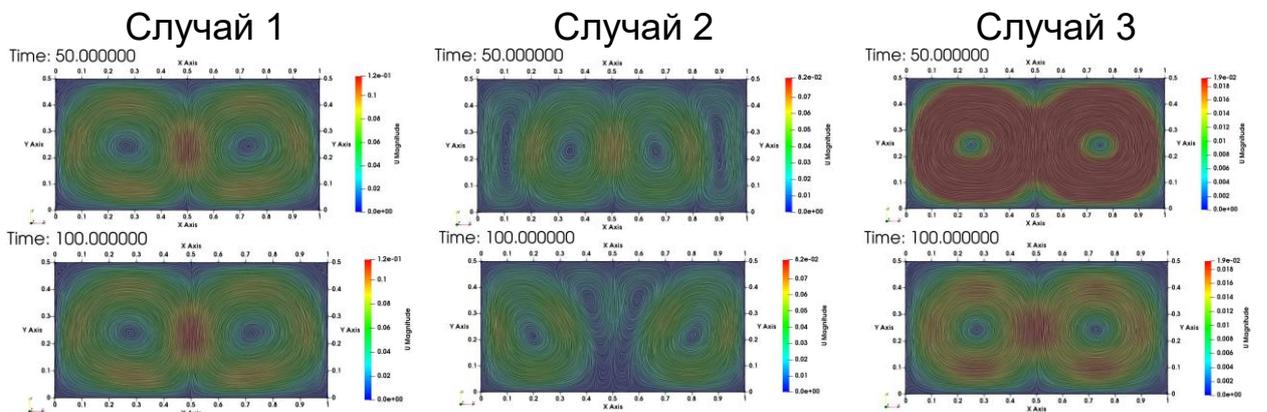


Рис 3 - Поле вектора скорости для разных моментов времени



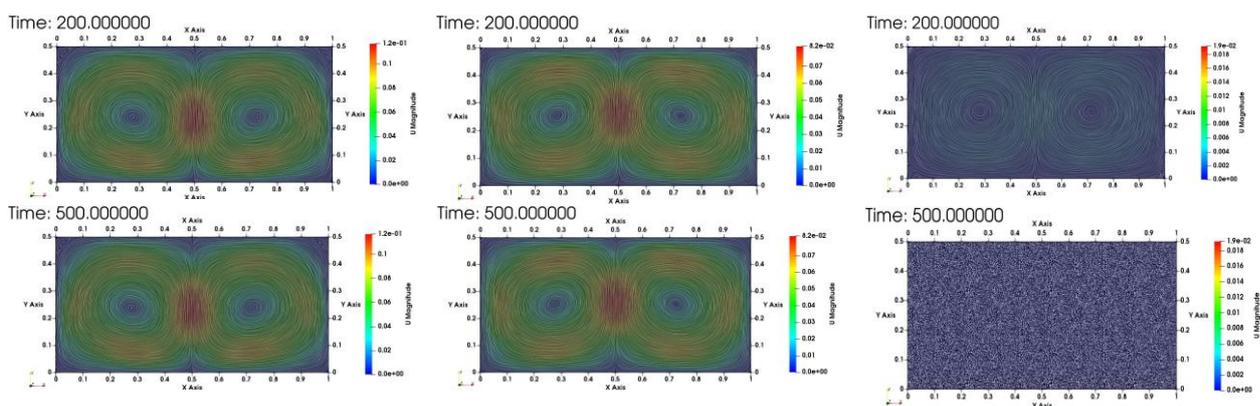


Рис. 4 - Изолинии модуля скорости

Выводы: Картина течения сильно отличается в зависимости от типа граничных условий для температуры. С физической точки зрения были заданы три типа теплообмена между стенками каверны и потока.

1. Случай 1. Теплообмен происходит только через потолок каверны -охлаждение потока воздуха через потолок. Боковые стенки каверны являются адиабатическими.

2. Случай 2. Теплообмен происходит через потолок и боковые стенки каверны - охлаждение потока воздуха через потолок и боковые стенки.

3. Случай 3. Теплообмен полностью отсутствует – потолок и боковые стенки каверны являются адиабатическими и охлаждение потока воздуха полностью отсутствует.

Обнаружено, что при переходе от Случай 1 к Случай 2 происходит перестройка картины течения – большой конвективный вихрь меняет свое направление на обратное. А в случае полностью адиабатического нагревания воздуха в каверне (Случай 3) выравнивание поля температуры происходит гораздо раньше по сравнению с двумя первыми методами (Случай 1 и случай 2). Это время составляет порядка 150с, а для двух остальных случаев время выравнивания длится бесконечно долго.

При разных граничных условиях для температуры поле температуры разное. Другими словами поле средней температуры не

является автомодельным – поле температуры зависит от граничных условий для температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Benard H., Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide. Rev. Gen. Sciences Pure Appl., vol. 11, pp.1261-1271, 1900.
2. Stork K. and U. Muller, Convection in a Box: Experiments, J. Fluid Mech., vol. 54, (4), pp. 599-611., 1972.
3. Numerical simulation of the Rayleigh-Benard convection under the influence of magnetic fields Int. J. Heat Mass Transf., 120 (2018), pp. 1118-1131 View PDFView articleView in ScopusGoogle Scholar.
4. Rayleigh L., On convection currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the other side, Phil.Mag., vol. 32, pp. 529-546, 1916.
5. Pellew, A. Southwell, R.V., On maintained convective motions in a fluid heated from below. Proc. Roy. Soc. London A, vol. 176, 312- 343, 1940.
6. OpenFOAM v7 User Guide. Available at: <https://cfd.direct/openfoam/userguide-v7/>. (accessed 05.01.2023).
7. Ferziger J. H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. Berlin: Springer Verlag, 2002–42.
8. Versteeg H. K., Malalasekera W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. 2nd edition. Edinburg: Pearson Education Limited. –2007. –520p.