

ISSN 1694-6065

**КОМИТЕТ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ  
И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ КЫРГЫЗСТАНА**

**ИНСТИТУТ ГЕОМЕХАНИКИ И ОСВОЕНИЯ НЕДР  
НАН КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**



# **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД**

**ВЫПУСК ВОСЕМНАДЦАТЫЙ**

**ГИДРОГАЗОДИНАМИКА, ГЕОМЕХАНИКА И ГЕОТЕХНОЛОГИИ**

**БИШКЕК-2013**

ISSN 1694-6065

**КОМИТЕТ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ  
И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ КЫРГЫЗСТАНА**

**ИНСТИТУТ ГЕОМЕХАНИКИ И ОСВОЕНИЯ НЕДР  
НАН КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**



# **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД**

**ВЫПУСК ВОСЕМНАДЦАТЫЙ**

**ГИДРОГАЗОДИНАМИКА, ГЕОМЕХАНИКА И ГЕОТЕХНОЛОГИИ**

**БИШКЕК-2013**

ББК 22.25  
С 56

Утверждено в печати Президиумом Комитета по теоретической и прикладной механике Кыргызстана и Ученым Советом Института геомеханики и освоения недр НАН КР

Рецензенты: доктор физико-матем. наук, профессор Исманбаев А.И.  
доктор технических наук, профессор Тажибаев К.Т.

Ответственный редактор: К.Ч. Кожогулов, член-корр. НАН КР

Редакционная коллегия:

Бийбосунов Б.И. - доктор физико-матем. наук, профессор;  
Никольская О.В. - доктор технических наук;  
Туганбаев У.М. - доктор физико-матем. наук, профессор;  
Орозобекова А.К. - кандидат физико-матем. наук, с.н.с.

С 56 Современные проблемы механики сплошных сред: Вып.18:  
Гидрогазодинамика, геомеханика и геотехнологии  
/Комитет по теорет. и прикл. механике Кыргызстана, Институт  
геомеханики и освоения недр НАН КР.-Б.: 2013. - 255 с.

ISSN 1694-6065

В сборник включены научные статьи, посвященные современным аналитическим и численным методам решения краевых задач механики сплошных сред, статьи для изучения проблемам гидрогазодинамики, геомеханики массивов горных пород, геотехнологии освоения недр, геоэкологии горнопромышленных регионов. В научных статьях изложены современные состояния решения задач гидрогазодинамики, рассматриваются вопросы экзогенно-геологических процессов и проблемы вычислительной математики

Сборник предназначен для научных работников, аспирантов и инженерно-технических специалистов в области геомеханики, геотехнологии и геоэкологии горнопромышленных регионов.

УДК 531  
ББК 22.25

© Комитет по теоретической и прикладной механике Кыргызстана и Институт геомеханики и освоения недр НАН КР, 2013

## НЕЙРОСЕТЕВАЯ МНОГОФАКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАТИВНОГО ПРОГНОЗА ОПОЛЗНЕВОЙ АКТИВНОСТИ

Ю.Г. Алешин

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР

По результатам многолетнего мониторинга медленно движущихся гидрогенных оползней набирается большой статистический материал по параметрам оползневого движения и гидрометеорологическим факторам оползневой активности. На основе полученного материала возможно построение многомерных регрессионных нейросетевых моделей (в общем случае-нелинейных), которые могут эффективно предсказывать скоростной режим смещения оползня на ближайшие несколько дней для оперативного управления риском на оползнеопасной территории, имея ввиду, что система мониторинга продолжает действовать и в условиях чрезвычайной ситуации и ее не надо создавать в срочном порядке. Методологию такого алгоритма прогнозирования обсудим на примере оползня “Тектоник” в Майлуу-Суу, где система мониторинга функционировала с 1996 по 2002 год.

Фрагмент базы данных мониторинга представлен в табл.1., где приняты следующие обозначения:

$t$ - первый день пятидневки, на протяжении которой осуществляется усреднение влияющих факторов и откликов регрессионной модели;  $t = 0$  соответствует началу пятидневки, включающий дату 1 января каждого года; сутки;

$\sum h$ - сумма атмосферных осадков, на момент времени,  $t_i$  начиная с 26 января предыдущего года, мм;

$h_i$ - средняя интенсивность осадков за пятидневный период времени накануне  $t_i$ , мм/сутки;

$h_{i-5}$ - то же в предыдущие 5 суток; мм/сутки;

$h_{i-10}$ - то же за 5 суток с ретроспективным сдвигом в 10 суток; мм/сутки;

$h_{i-15}$ - то же за 5 суток с ретроспективным сдвигом в 15 суток, мм/сутки;

$\sum T^0$ - сумма среднесуточных температур воздуха на момент времени  $t_i$  начиная с 26 ноября предыдущего года, град.  $C$ ;

$T_i^0$ - среднесуточная температура воздуха на протяжении 5 суток, предшествующих моменту времени  $t_i$ , град.  $C$ ;

$T_{i-5}^0$ - тоже, в предыдущее 5 суток, град  $C$ ;

$T_{i-10}, T_{i-15}$ - тоже, но с ретроспективным сдвигом на 10 и 15 суток соответственно, град.  $C$  ;

$\sum S_i$ - смещение оползня на момент времени  $t_i$  , начиная с 26 ноября предыдущего года, мм;

$v_i$ - средняя скорость смещения оползня в течении 5 суток, начиная с момента времени  $t_i$ , мм/сутки;

$v_{i-5}; v_{i-10}; v_{i-15}; v_{i-20}; v_{i-25}; v_{i-30}$ - то же, но с ретроспективным сдвигом времени на 5,10,15,20,25 и 30 суток соответственно мм/сутки;

$K$ - кодировка характера оползневой активности в предстоящие 15 суток, при этом:

$K = A_1$ - активность оползня по величине скорости падает на протяжении 15 суток;

$K = B_1$ - активность падает в интервале ближайших от 5 до 10 суток, оставаясь неизменной в интервале от 10 до 15 суток;

$K = C_1$ - активность оползня в интервале будущего времени от 5 до 10 суток падает , а в интервале от 10 до 15 суток – возрастает;

$K = D_1$ - активность оползня остается неизменной в интервале будущего времени до 10 суток, а затем падает в интервале от 10 до 15 суток;

$K = E_1$ - активность оползня остается неизменной на всем интервале горизонта прогноза до 15 суток;

$K = F_1$ - активность оползня постоянная (скорость смещения неизменная) на протяжении предстоящих 10 суток, а в интервале времени от 10 до 15 суток возрастает;

$K = G_1$ - активность оползня в интервале прогноза от 5 до 10 суток возрастает, а в интервале от 10 до 15 суток – падает;

$K = L_1$ -активность оползня в период времени от 5 до 15 суток возрастает, а с 10 до 15 суток остается неизменной;

$K = M_1$ -активность оползня непрерывно возрастает во всем интервале времени с горизонтом прогноза 15 суток.

На базе имеющихся данных оползневого мониторинга сформулируем две прогнозные задачи:

-задача классификации, когда по ретроспективным данным факторов требуется дать оценку (прогноз) оползневой активности на предстоящее 15 суток по значению индекса  $K$ ;

-задача регрессии, когда по ретроспективным данным факторов требуется дать прогноз абсолютного значения средней скорости смещения оползня на предстоящие 5 суток.

Для решения указанных задач нами использован многословный (трехслойный) персептрон (MLP). Эта архитектура нейросети используется в настоящее время наиболее часто[1]. Каждый элемент этой сети строит взвешенную сумму своих входов с поправкой в виде слагаемого, а затем пропускает эту величину активации через передаточную функцию; таким образом формируется выходное значение этого элемента. Последние организованы в постоянную топологию с прямой передачей сигнала. Подобную сеть можно

интерпретировать как модель многополюсника, в которой веса и пороговые значения (смещения) являются свободными параметрами модели, и такая сеть может моделировать прогнозную функцию практически любой степени сложности, при этом число элементов в каждом слое определяют сложность функции, которая в общем случае является существенно нелинейной.

Значительным преимуществом сети MLP по сравнению с другим (например RBF-радиальных базисных функции) заключается в том, что сеть MLP выдает более определенные решения при обработке сильно отклоняющийся данных. Для сравнения можно отметить “неумение” сетей RBF экстраполировать свои выводы за область известных данных: при удалении от обучающего множества значение функции отклика быстро падает до нуля. В целом склонность сети MLP к некритическому экстраполированию результатов считается её слабостью, однако в обсуждаемом нами случаи, когда возможны редкие, но весьма значительные по величине оползневые подвижки, это свойство имеет свои положительные качества, уменьшая вероятность пропуска опасности. Количество элементов во входном и выходном слоях определяются условиями задачи: в задаче классификации соответственно 16 и 2 элемента, в задаче регрессии соответственно 15 и 1 элемент из того перечня факторов, которые изложены выше. Сомнения, возникающие в отношении того, какие выходные значения необходимо использовать для решения прогнозной задачи (возможно их общее число должно быть меньше 15 или 16) раз решаются нами на этапе обучения нейросети после анализа ее чувствительности к входным воздействиям. Во всяком случае этот показатель должен быть заметно больше 1.

Таблица. 1

Фрагмент базы данных мониторинга оползня «Тектоник» в 1997  
году.

| Ед. Измер. | Предиктор    | Календарное время        |                          |                          |                         |     |                            |                             |                           |                           |                           |                           |
|------------|--------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-----|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
|            |              | с<br>30.12<br>по<br>3.01 | с<br>4.01.<br>по<br>8.01 | с<br>9.01<br>по<br>13.01 | с<br>14.<br>по<br>18.01 | ... | с<br>20.03.<br>по<br>24.03 | с<br>25.03.<br>по<br>29.03. | с<br>30.03<br>по<br>3.04. | с<br>4.04.<br>по<br>8.04. | с<br>9.04.<br>по<br>13.04 | с<br>9.04.<br>по<br>18.04 |
|            | N            | 0                        | 1                        | 2                        | 3                       |     | 16                         | 17                          | 18                        | 19                        | 20                        | 21                        |
| сутки      | t            | 0                        | 5                        | 10                       | 15                      |     | 80                         | 85                          | 90                        | 95                        | 100                       | 105                       |
| мм         | $\Sigma h$   | 19,1                     | 19,5                     | 21,65                    | 57,7                    |     | 231                        | 239                         | 255                       | 257,5                     | 266                       | 291                       |
| мм/сут     | $h_i$        | 0,08                     | 0,43                     | 7,21                     | 4,15                    |     | 1,6                        | 3,2                         | 0,5                       | 17                        | 1                         | 1,0                       |
| мм/сут     | $h_{i-5}$    | 1,84                     | 0,08                     | 0,43                     | 7,21                    |     | 1,0                        | 1,62                        | 3,2                       | 0,5                       | 1,7                       | 1,0                       |
| мм/сут     | $h_{i-10}$   | 0,5                      | 1,84                     | 0,08                     | 0,43                    |     | 6,52                       | 1,0                         | 1,6                       | 3,2                       | 0,5                       | 1,7                       |
| мм/сут     | $h_{i-15}$   | 1,78                     | 0,5                      | 1,84                     | 0,08                    |     | 0,77                       | 6,52                        | 1,0                       | 1,6                       | 3,2                       | 0,5                       |
| град С     | $\Sigma T^0$ | 81                       | 111                      | 142                      | 159                     |     | 196                        | 222                         | 251                       | 306                       | 361                       | 421                       |
| град С     | $T_i^0$      | 6,05                     | 6,16                     | 3,49                     | 3,98                    |     | 5,2                        | 5,84                        | 10,9                      | 11,0                      | 12,0                      | 11,25                     |
| град С     | $T_{i-5}^0$  | 5                        | 6,05                     | 6,16                     | 3,49                    |     | 0,34                       | 5,2                         | 5,84                      | 10,9                      | 11,0                      | 12,0                      |
| град С     | $T_{i-10}^0$ | 4,6                      | 5                        | 6,05                     | 6,16                    |     | 5,75                       | 0,34                        | 5,2                       | 5,84                      | 10,9                      | 12,0                      |
| град С     | $T_{i-15}^0$ | 2,47                     | 4,6                      | 5                        | 6,05                    |     | 3,25                       | 5,75                        | 0,34                      | 5,2                       | 5,84                      | 10,9                      |
| мм         | $\Sigma S$   | 88                       | 103                      | 105                      | 130                     |     | 459                        | 495                         | 546                       | 611                       | 652                       | 652                       |
| мм/сут     | $V_{i-15}$   | 1,4                      | 2,6                      | 3,4                      | 3,0                     |     | 8,2                        | 7,2                         | 11,6                      | 7,2                       | 10,2                      | 13,0                      |
| мм/сут     | $V_{i-10}$   | 2,6                      | 3,4                      | 3,0                      | 0,4                     |     | 7,2                        | 11,6                        | 7,2                       | 10,2                      | 13,0                      | 8,2                       |
| мм/сут     | $V_{i-5}$    | 3,4                      | 3,0                      | 0,4                      | 5,0                     |     | 11,6                       | 7,2                         | 10,2                      | 13,0                      | 8,2                       | 0                         |
| мм/сут     | $V_i$        | 3,0                      | 0,4                      | 5,0                      | 0,2                     |     | 7,2                        | 10,2                        | 13,0                      | 8,2                       | 0                         | 2,4                       |
|            | Класс<br>К   | C <sub>1</sub>           | G <sub>1</sub>           | C <sub>1</sub>           | G <sub>1</sub>          |     | J <sub>1</sub>             | G <sub>1</sub>              | A <sub>1</sub>            | C <sub>1</sub>            | J <sub>1</sub>            | H <sub>1</sub>            |

Вопрос о том, сколько использовать промежуточных слоев и элементов в них, решается поэтапно в качестве начального приближения нами используется один промежуточный слой с числом элементов в нем от 5 до 12. Здесь мы используем простое практическое правило: число элементов промежуточного слоя приблизительно равно половине элементов входного и выходного слоев. Использование этого правила позволяет создавать в общем простую сеть, которая, возможно, не обеспечивает минимальную ошибку прогнозирования, но застрахована от переобучения.

Значения весов и порогов сети, которые минимизируют ошибку прогноза, устанавливаются нами автоматически в процессе обучения сети при использовании пакета STNeuralNetworks по критерию

минимума среднеквадратичной ошибки (RMS), нормированной на число наблюдений и переменных. Процесс обучения содержал несколько тысяч эпох и из них отбирались 10 лучших результатов по критерию минимума ошибок обучения контрольной и тестовой подвыборок, при этом контрольная и тестовая подвыборки не участвуют в процессе обучения, а используются для независимого контроля результатов. Имея ввиду недостаточно большой объем базы данных ( $N=324$ ) нами установлено следующие соотношения обучающей, контрольной и тестовой подвыборок: 80:10:10% соответственно.

В качестве алгоритма обучения использован мощный алгоритм Бройден-Флетчер-Гольдфарб-Шанно (BFGS) второго порядка с очень быстрой сходимостью, но с большими затратами памяти, обусловленными необходимостью сохранять матрицу Гессе.

Обсудим результаты решения двух сформированных выше задач.

Задача классификации в рамках распознавания 9 классов характера оползневой активности решена неудовлетворительно. Достоверность прогнозов в среднем по всем классам при анализе 10 наиболее качественных сетей не превышает 50 %. При этом наиболее опасная ситуация: непрерывного возрастания скорости смещения оползня на протяжении 15 предстоящих суток (класс  $K=I$ ) прогнозируется разными (лучшими) сетями с достоверностью  $D_I$  от 0 до 25 % в то время как класс ( $K=G$ ), характеризующий снижение и стабилизацию оползневой активности, прогнозируется с достоверностью  $D_G = 65,8 \dots 73,1\%$ . Система предикторов оказалась недостаточно информативной для решения задачи столь дробной классификации.

Для повышения эффективности распознавания сформируем всего два класса оползневой активности:

$K_1 = A = A_1 + B_1 + D_1 + G_1$ -класс относительно низкой оползневой активности или снижающейся с течением времени на интервале прогноза  $\Delta t = 15$  суток;

$K_2 = C = C_1 + F_1 + H_1 + I_1$ - класс относительно высокой оползневой активности или повышающейся с течением времени на интервале прогноза  $\Delta t = 15$  суток.

Результаты обучения нейросети, качество прогнозирования характеризует ROC–диаграмма [2], представленная на рис.1. Существенно возросла как общая (средняя) достоверность правильного прогнозирования (76,54%), так и прогнозирования наибольшей и возрастающей оползневой активности (78,35%).

Интересными представляются результаты анализа чувствительности нейросети к воздействию тех или иных предикторов. Здесь выделяется три группы факторов:

1. Текущее календарное время  $t$ , сумма среднесуточных температур (кумулятивная температура  $\sum T$ ) и, в порядке убывания, среднесуточная температура за 15 суток и менее ( $T_{i-15}; T_{i-10}; T_{t-5}; T_t$ );
2. Кумулятивное смещение оползня  $\sum S$ , кумулятивные осадки  $\sum h$  и интенсивность осадков полумесячной давности  $h_{i-15}$ ;
3. Интенсивности осадков 10 дневной давности и выпавшие накануне ( $h_{i-10}; h_{i-5}; i$ ), а также вся группа показателей ретроспективных скоростей смещения оползня ( $v_i \dots v_{i-15}$ );

Чувствительность нейросети в прогнозной модели оползня “Тектоник” наибольшая по отношению к факторам первой группы, что вполне объяснимо: началу мая каждого года соответствует подъем УГВ, совпадающей с максимумом атмосферных осадков в этот же период времени. С этими же связана температурная цикличность воздуха.

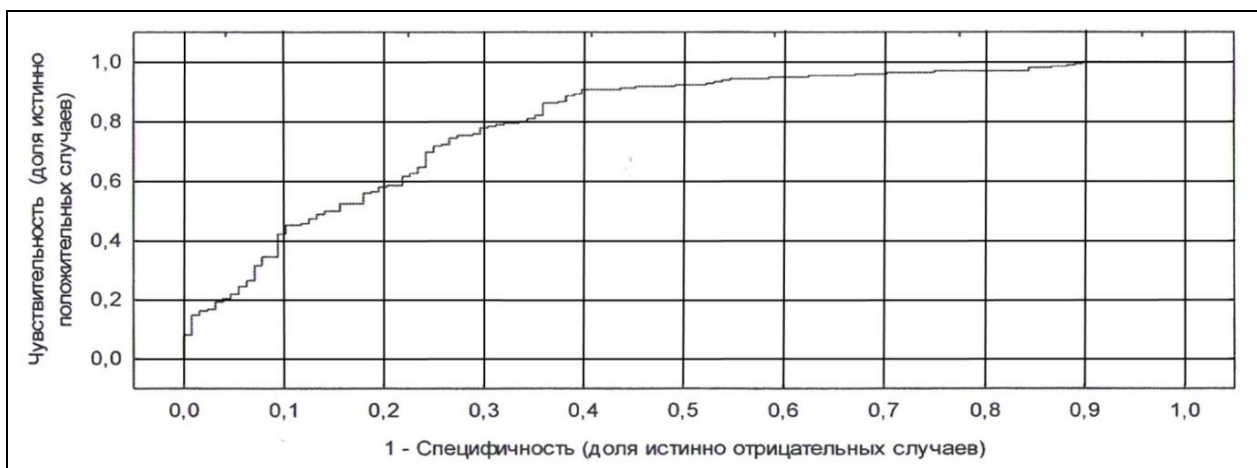


Рис.1. Рабочая характеристика (ROC-диаграмма по [2]) нейросетевого автомата при решении задачи распознавания.

Развитие оползневого процесса на склоне главной антиклинали в Майлуу-Суу осуществляется в условиях весьма скудного питания плоскости скольжения грунтовыми водами, что предопределяет низкую реакцию на кратковременные атмосферные осадки, а оползневой потенциал довольно быстро “срабатывается” при небольшом продвижении оползня. На это же указывает своеобразный “рванный” режим его продвижения вниз по склону. Это объясняет низкую чувствительность нейросети к факторам третьей группы. Одновременно это же объясняет невысокие показатели достоверности прогнозов оползневой активности имеющимся набором предикторов.

Задача регрессии, связанная оперативным прогнозом средней скорости смещения оползня на ближайшую пятидневку, имеет удовлетворительное решение: в диапазоне действительных скоростей смещения от 0 до 51,3 мм/сутки средневзвешенная ошибка прогноза (RMS) составляет 1,124 мм/сутки по всем типам подвыборок, что обеспечивает коэффициент корреляции между прогнозируемыми и реальными показателями скорости смещения, равный 0,967. Основные показатели нейросети для оперативного прогноза скорости

смещения оползня «Тектоник» и качество прогнозирования представлены на рис.2,3,4. и в табл.2,3



Рис.2. Наблюдаемые и прогнозные значения средних скоростей смещения оползня «Тектоник» в 1997-2002г.г.

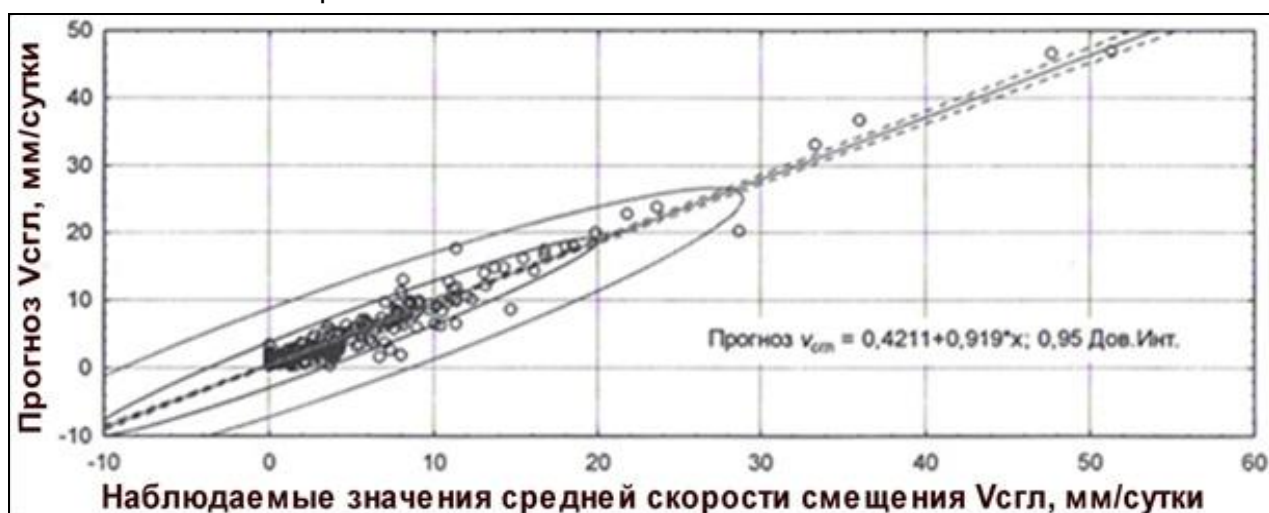


Рис.3. Взаимосвязь наблюдаемых и прогнозных средних скоростей смещения оползня «Тектоник» в 1997-2002г.г.

Обращает на себя внимание, что в данной задаче выстраивается совершенно иная иерархия чувствительность сети к предикторам. Здесь также можно выделить три группы (в порядке убывания чувствительности):

1. Скорости смещения оползня в предыдущих пятидневках

$$v_{t-5} \text{ и } v_{t-10};$$

2. Сумма осадков к моменту прогноза, начиная с 26 ноября предыдущего года  $\sum h$ , момент времени  $t$  формирования прогноза, температура воздуха текущая  $T_i$  и в предыдущую пятидневку  $T_{i-5}$ ;

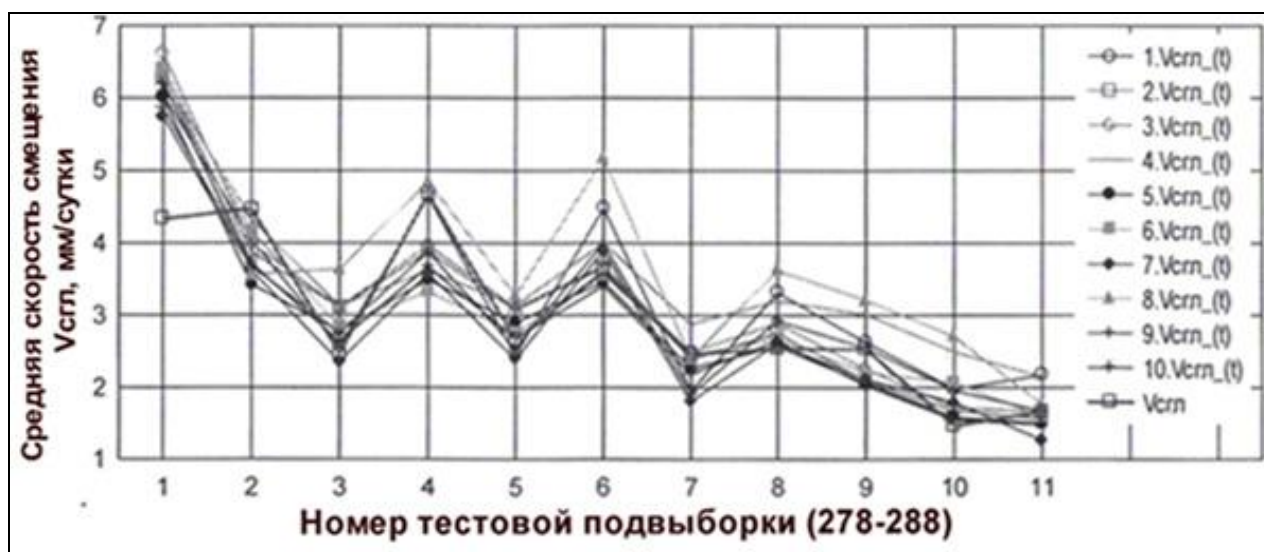


Рис.4. Прогноз средней скорости смещения оползня «Тектоник» в 2002году по тестовой подвыборке десятью лучшими нейросетями.

Таблица. 2

#### Итоговая статистика нейросети

| Тип сети         | Коэффициенты корреляции |               |            |
|------------------|-------------------------|---------------|------------|
|                  | V-обучающая             | V-контрольная | V-тестовая |
| 4MLP<br>P 15-7-1 | 0,96516                 | 0,99328       | 0,95456    |

Таблица. 3

#### Чувствительность Нейросети к предикторам (тип сети 4MLP 15-7-1)

| Предиктор   | Значение | Предиктор    | Значение | Предиктор    | Значение |
|-------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|
| $V_{i-5}$   | 5,4628   | $T_i^0$      | 1,4821   | $h_{i-5}$    | 1,0695   |
| $V_{i-10}$  | 4,1207   | $V_{i-15}$   | 1,1981   | $h_{i-15}$   | 1,0497   |
| $\sum h$    | 1,646    | $h_{i-10}$   | 1,1075   | $T_{i-15}^0$ | 1,0461   |
| $t$         | 1,611    | $\sum S$     | 1,0851   | $h_i$        | 1,03245  |
| $T_{i-5}^0$ | 1,6386   | $T_{i-10}^0$ | 1,0793   | $\sum T^0$   | 1,0      |

3. Все другие предикторы, включая кумулятивное смещение, кумулятивную температуру  $\sum T$ , отдаленные от точки формирования прогноза интенсивности осадков  $h_i, h_{i-5}, h_{i-10}, h_{i-15}$ .

Большое влияние первой группы факторов связано с инерционностью развития оползневого процесса, что подтверждается характером функции автокорреляции процесса оползневой активности: радиус автокорреляции составляет в среднем 15 суток. Низкое влияние третьей группы, в которой сосредоточены практически все показатели ретроспективных атмосферных осадков от  $h_t$  до  $h_{t-15}$ , объясняется преимущественным влиянием на оползневую активность гидрогеологического режима, формирующегося в дальних зонах питания за счет осадков зимне-ранневесеннего периода года, когда невелики еще показатели испаряемости выпавшей влаги и ее транспирации растениями.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хайкин С. Нейронные сети Пер. с англ. М.: ООО «И.Д. Вильямс». 2006. 1104 с.
2. Иган Дж. Теория обнаружения сигналов и анализ рабочих характеристик/Пер. с. англ. – М.: Наука. 1983. 216с.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СЕЛЕВЫХ И ОПОЛЗНЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ**

Бийбосунов А.И., Туганбаев У.М., Жусупбекова С.Т.

КНУ им. Ж.Баласагына, КНАУ им. К.Скрябина

На основе фундаментальных принципов механики сплошных сред может быть исследована динамика движения селевых и оползневых течений. При этом, в качестве инструмента исследования данного процесса выдвигаются методы моделирования. Необходимость использования метода математического моделирования определяется тем фактом, что многие процессы, явления, объекты непосредственно исследовать их невозможно, или же эти исследования требуют больших временных и материальных затрат.

Исследование селевых и оползневых процессов математическими методами в последние годы находит все более широкое применение при решении прогнозных задач и разработки защитных мероприятий. Математический аппарат предоставляет возможность решать проблему долговременного регионального прогноза, а также локальные прогнозные задачи, в которых селевые и оползневые процессы рассматриваются как движение сплошной среды, где ключевым фактором выступает вязкость.

Рассмотрим модель механики сплошной среды в виде жидкости и твердой частицы, обладающими свойствами непрерывности в смысле распределения массы и легкой подвижности. На основе этих

свойств установим основные уравнения динамики жидкости, а также физические области их применения при различных допущениях и упрощениях.

Приведем основные уравнения движения динамики вязкой жидкости:

а) уравнение состояния, связывающее давление  $P$ , плотность  $\rho$ , температуру  $T$  рассматриваемой жидкости, которое в общем виде запишется:

$$P = F(\rho, T) \quad (1)$$

где  $T$  - абсолютная температура в данной точке.

б) Уравнение неразрывности в трехмерных декартовых координатах имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

Если рассматриваемый процесс происходит на плоскости или в осесимметричном пространстве, тогда уравнение неразрывности, или иногда его называют уравнением сохранения массы, имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \delta \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

где  $\delta = 0$  - для двумерного случая и  $\delta = 1$  для осесимметричного случая.

Для одномерного движения уравнение неразрывности будет иметь следующую форму:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

в) уравнения движения вязкой жидкости

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} W \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right], \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} W \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \\ \rho \frac{Dw}{Dt} &= F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \operatorname{div} W \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Если жидкость несжимаемая, тогда  $\operatorname{div} \vec{W} = 0$  и уравнение (5) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Таким образом, уравнение неразрывности и уравнение движения для несжимаемой жидкости имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Если массовые силы рассматривать как заданные, тогда остаются четыре неизвестные величины  $U$ ,  $V$ ,  $W$ ,  $P$  и для их

определения имеем четыре уравнения (7) и (8). Однако, необходимо отметить, что до настоящего времени вследствие больших математических трудностей не получено ни одного общего решения уравнений Навье – Стокса в их полном виде, т.е. с сохранением всех конвективных членов и всех членов, учитывающих вязкость. Но, вместе с тем, имеются некоторые частные решения, например, для ламинарного течения в трубе или для течения в пограничном слое и эти частные решения столь хорошо совпадают с экспериментальными результатами, что вряд ли можно сомневаться в общей применимости уравнений Навье – Стокса. Следует отметить, что уравнения Навье – Стокса отличаются от уравнений Эйлера для движения жидкости без трения членом  $\mu \Delta W$ , учитывающего вязкость.

В криволинейной ортогональной системе координат уравнения Навье – Стокса (7) и (8) могут быть записаны в безразмерной форме в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{1-Ky} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{Kv}{1-Ky} = 0 \\
 & \frac{u}{1-Ky} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{Kuv}{1-Ky} + \frac{1}{1-Ky} \frac{\partial P}{\partial x} = \\
 & = \varepsilon^2 \left[ \frac{1}{(1-Ky)^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{K}{1-Ky} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{2K}{(1-Ky)^2} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{K^2 u}{(1-Ky)^2} \right] \\
 & \frac{u}{1-Ky} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{Ku^2}{1-Ky} + \frac{\partial P}{\partial y} = \\
 & = \varepsilon^2 \left[ \frac{1}{(1-Ky)^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{K}{1-Ky} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2K}{(1-Ky)^2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{K^2 v}{(1-Ky)^2} \right] \\
 & \frac{u}{1-Ky} \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = \\
 & = \varepsilon^2 \left[ \frac{1}{(1-Ky)^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{K}{1-Ky} \frac{\partial w}{\partial y} \right]
 \end{aligned} \tag{10}$$

Координаты  $X, Y, Z$  отнесены к  $L$ , компоненты скорости  $U, V, W$  (вдоль осей координат  $X, Y, Z$  соответственно) – к  $U_\infty$ , давление  $P$  – отнесено к  $\rho U_\infty^2$  (где  $\rho$  - плотность жидкости).

В дальнейшем используются только безразмерные переменные (независимые и искомые).

Предполагается, что кривизна вогнутой поверхности:

$$K = L/R = \varepsilon K < 1, \quad K \sim O(1), \quad \varepsilon < \varepsilon < 1$$

т.е. рассматриваются такие течения, когда число Гертлера велико:

$$G_e = 2 Re^{1/2} L/R \sim O(\varepsilon) > 1$$

Пусть « $a$ », « $b$ » и « $c$ » - характерные толщина, протяженность и ширина пространственной возмущенной вихревой области течения. Очевидно, эти величины должны быть больше характерной длины свободного пробега молекул жидкости  $O(\varepsilon^2)$ , иначе для исследования течения в областях с характерными размерами:

На основе данных допущений и предположений выполняется нелинейный асимптотический анализ уравнений Навье-Стокса для случая гидродинамической неустойчивости течения в поле центробежных сил при больших значениях чисел Рейнольдса и Гертлера. Формулируются краевые задачи гидродинамики применительно к оползневым и селевым течениям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial \vartheta}{\partial Y} + \frac{\partial w}{\partial Z} &= 0 \\ Y \frac{\partial U}{\partial X} + \vartheta &= \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \\ Y \frac{\partial \vartheta}{\partial X} + 2YU + \frac{\partial \rho}{\partial Y} &= \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Z^2} \right) \\ Y \frac{\partial w}{\partial X} + \frac{\partial \rho}{\partial Z} &= \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Z^2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

с соответствующими краевыми условиями:

$$\begin{aligned}
 U = \vartheta = W = 0, \quad Y = 0 \\
 U, \vartheta, W, \rho \rightarrow 0, \quad X \rightarrow -\infty, \quad X \rightarrow \infty \quad (11a) \\
 U, \vartheta, W, \rho(X, Y, Z) = U, \vartheta, W, \rho(X, Y, Z + 2\pi)
 \end{aligned}$$

Решением краевой задачи (11) – (11a) являются собственные функции  $U$ ,  $V$ ,  $W$ , и  $P$  не равные тождественно нулю и тривиальным краевым условиям. Будем использовать обычное для них представление:

$$\begin{aligned}
 U &= \exp(\beta X) U_1(Y) \cos Z, & \vartheta &= \exp(\beta X) \vartheta_1(Y) \cos Z \\
 w &= \exp(\beta X) w_1(Y) \sin Z, & \rho &= \exp(\beta X) \rho_1(Y) \cos Z \quad (12)
 \end{aligned}$$

Тогда уравнения (11) – (11a) могут быть сведены к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

При этом в нелинейном приближении численно получены распределения компонент скорости по координате, зависимость местного числа Рейнольдса от инкремента роста амплитуды вихрей для первых трех основных вихревых мод.

Таким образом, это позволяет исследовать проблемы перехода ламинарных течений к турбулентным потокам и развития вихрей Гертлера, возникающих в оползневых и селевых течениях. Данные решения могут найти также теоретическое и практическое применение в таких областях, как судостроение, в межлопаточных каналах и гидравлических процессах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Изучение режима оползневых процессов / под ред. А.И. Шеко. - М.: Изд. Недра, 1982. – 412 с.
2. Варнес Д. Движение склонов, типы и процессы // Оползни, исследования и укрепления. - М.: Изд. Мир, 1981. – С. 32-85.
3. Бийбосунов А.И., Основы оползневых процессов в Кыргызстане и их классификация // Наука и новые технологии. – Бишкек, 2006. №3. – С. 50-52.

## **ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ МОДЕЛИРОВАННОЙ КОНЕЧНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ СИСТЕМЫ «ВЫСОТНОЕ ЗДАНИЕ – СЛОЖНОЕ ОСНОВАНИЕ»**

Баймахан А.Р., Кабаева Г.Д., Кожогулов К.Ч., Баймахан Р.Б.

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР, г.Бишкек,  
Институт механики и машиноведения НАН РК, г.Алматы

Современное строительство в крупных городах характеризуется плотностью строения зданий и высотой. Например, по перспективному плану развития южной столицы города Алматы Казахстана, вокруг нее будут построены четыре города спутники численностями населения в начальный момент от 300 до 400 тысячи человек. Параметры устойчивости и прочности грунтов и высотных зданий определяются с помощью картины напряженно-деформированного состояния (НДС). Для исследования НДС необходимо привлекать одного из мощных инструментов современного математического моделирования - метода конечного элемента (МКЭ).

На рисунке 1 показано характерные расположения высотных зданий города Алматы и неровности рельефа земной поверхности.



Рис. 1. Высотные здания , расположенные на неоднородной и наклонной поверхности грунтовой толщи

С учетом сложного строения грунтового массива, разработаны алгоритмы и программы счетов и конечноэлементные расчетные схемы системы состоящей из грунтового основания неоднородного строения и зданий высотой 200 метров (рисунке 2). Здесь показана начальная расчетная схема задачи для работы программы автоматической разбивки – «GRID». Применением известной на сегодня этой программы область разбита на 15000 элементов треугольной формы с общими узлами 14200. Модули Юнга: оснований- $0.126 \cdot 10^4$  Мпа, здания- $2.65 \cdot 10^4$  Мпа, коэффициент Пуассона оснований-0.35, здании-0.15, объемные веса оснований-1,8 т/м<sup>3</sup>, здании-2.5 т/м<sup>3</sup>.

Уравнения вынужденных колебаний системы с затуханием запишутся в виде  $[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [R]\{U\} = -\{F\}$ . (1)

$$[M]\{\ddot{U}\} + [R]\{U\} = 0. \quad (2)$$

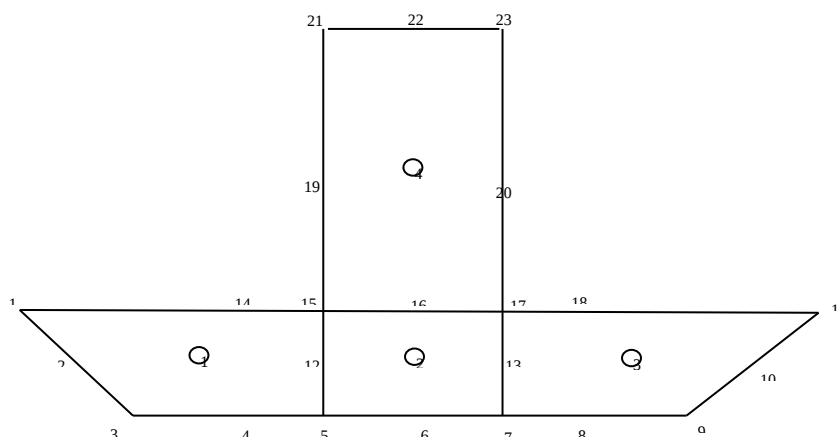


Рис. 2. Конечно-элементная расчетная схема задачи «Высотное здание-сложное основание».

Задавая начального участка этой акселерограммы и решая уравнений свободной затухающей колебаний, установил главного периода свободной колебаний, которые были нужны для определения коэффициентов  $\alpha, \frac{1}{сек}$  и  $\beta, сек$ , необходимые для построения матрицы

затухания или силу демфирования  $[c]$ , которая входит в систему уравнений (1).

Точность вычисления частот и периодов свободных колебаний при соотношении модулей здания и грунтового основания:  $E_3/E_{ГР}=250$  ( $E_{ГР} = 0.00115$ ): след от исходной матрицы  $-c=1362.822775$ , сумма собственных значений  $-s=1362.822775$ , что свидетельствует о высокой степени точности нахождения частот колебаний. Результаты найденных первых пяти доминантных частот приведены в таблице 1.

Таблица 1. Частотные характеристики свободных колебаний зданий

| Номера частот, $j$ | Круговые частоты $\omega_j$ , рад/сек | Доминантные периоды $T$ , сек | Частота в герцах, $f$ , гц |
|--------------------|---------------------------------------|-------------------------------|----------------------------|
| 1                  | 13.4726                               | .4664                         | 2.1442                     |
| 2                  | 21.5851                               | .2911                         | 3.4354                     |
| 3                  | 23.0654                               | .2724                         | 3.6710                     |
| 4                  | 32.1805                               | .1952                         | 5.1217                     |
| 5                  | 38.0625                               | .1651                         | 6.0578                     |

Таким образом, приведенные результаты позволяет констатировать о высокой точности конечноэлементной расчетной схемы, специально разработанной для широкого исследования серии задач о напряженно-деформированном состояний «высотное здание - сложное основание», проектируемые в высокосейсмической зоне Северного Тянь-Шаня.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в неоднородной толще методом конечных элементов. / Под ред. Ш.М. Айталиева. – Алматы: Даур, 2002. – 231 с.
2. Бируля Н.Д. Динамическая реакция системы «здание-основание» моделируемой конечными элементами. Журнал «Строительная механика и расчет сооружений». 1974, №2, с. 52-56.

## **ЭКСПРЕСС-ПРОГНОЗ ВРЕМЕНИ ОБРУШЕНИЯ ОПОЛЗНЕВОГО СКЛОНА В УСЛОВИЯХ ЧС**

Ю.Г. Алешин

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР.

Большое число оползней на горноскладчатой территории Центральной Азии возникает как бы неожиданно для специализированных организации и ведомств на неизученных ранее склонах. Трещины оползневого закола и первичные оползневые подвижки отмечаются населением и это является первичной информацией для таких организаций, которым необходимо принять экстренные решения о возможности обрушения склона, угрозе поражения промышленных, социальных и объектов инфраструктуры и, главное, остатка “времени жизни” оползнеопасного склона, что определяет возможность и необходимость его детального изучения и разработки противооползневых мероприятия или срочной эвакуации населения, промперсонала и материальных ценностей. Это является чрезвычайно сложной задачей для ответственных лиц (лиц принимающих решения- ЛПР), поскольку такие решения принимаются в условиях дефицита времени и минимальной информации об активности оползня и стадии его развития.

Быструю и довольно обоснованную оценку времени обрушения оползневого склона в вероятностном аспекте можно получить в результате применения следующей поэтапной процедуры, к реализации которой можно привлечь наблюдателей из числа местного населения:

(1)- в головной части оползня вкрест трещины оползневого закола разбивается реперная сеть, состоящая из трех-четырех ( $K$ ) профилей, каждый из которых содержит по крайней мере 4 репера, два из которых размещаются в устойчивой части склона (выше трещины оползневого закола), и два в теле формирующегося оползня; расстояние  $l$  между реперами выбирается в пределах от 10 до 20 м с тем, чтобы избежать влияния оперяющих оползневой закол трещин;

(2)- немедленно после разбивки реперной сети, а в последствии два-три раза в сутки, производятся измерения расстояния между реперами, каждого профиля, фиксируя смещение  $\Delta l_{ij}$  оползня между  $i$ -м и  $j$ -м соседними реперами, выделяя наибольшее значение  $\Delta l_{ijmax}$ ; при этом в первые сутки необходимо увеличить частоту измерений с тем, чтобы обосновать режим оползневого мониторинга в последующее время;

(3)- по результатам последних трех измерений каждого измерительного цикла в моменты времени  $t_1, t_2$  и  $t_3$  рассчитываются локальные скорости  $\dot{\epsilon}_{kij}$  и ускорения  $\ddot{\epsilon}_{kij}$  деформации грунтов оползневого тела согласно следующему

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{kij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta l_{kij}^{(1)}}{\Delta t_{21} \cdot l_{kij}} + \frac{\Delta l_{kij}^{(2)}}{\Delta t_{32} \cdot l_{kij}} \right); \\ \ddot{\epsilon}_{kij} = 2 \left( \frac{\Delta l_{kij}^{(2)}}{\Delta t_{32} (\Delta t_{32} + \Delta t_{21}) l_{kij}} - \frac{\Delta l_{kij}^{(1)}}{\Delta t_{21} (\Delta t_{32} + \Delta t_{21}) l_{kij}} \right); \end{cases} \quad (1)$$

где:  $\Delta t_{m,n} = t_m - t_n, m, n \in (1,3), m \neq n$ ; после чего определяются общая скорость и ускорение деформации оползневого блока вдоль  $k$ -го реперного створа зоны растяжения

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{k3} = \sum_{i/i \neq j} \dot{\varepsilon}_{kij} = \dot{\varepsilon}_{k12} + \dot{\varepsilon}_{k23} + \dot{\varepsilon}_{k34}; \\ \ddot{\varepsilon}_{k3} = \sum_{i/i \neq j} \ddot{\varepsilon}_{kij} = \ddot{\varepsilon}_{k12} + \ddot{\varepsilon}_{k23} + \ddot{\varepsilon}_{k34}; \end{cases} \quad (2)$$

(4)- по результатам последних шести-девяяти измерительных циклов синтезируются нелинейные функции тренда методом наименьших квадратов

$$\dot{\varepsilon}_k(t) = b_0 \exp \{ \alpha t^{n_k} \}; \quad \ddot{\varepsilon}_k(t) = n \alpha t^{n_k-1} b_0 \exp \{ \alpha t^{n_k} \}, \quad (3)$$

откуда определяется параметры аппроксимирующих функции  $b_{0k}, \alpha_k, n_k$ ;

(5)- при наличии субрегиональной статистики обрушений типа

$$\ddot{\varepsilon}_0 = C_p \cdot \dot{\varepsilon}_0^S, \quad (4)$$

где:  $C_p$  и  $S$ - параметры корреляционной взаимосвязи между скоростью и ускорения оползня накануне его обрушения, при этом  $C_p$  — параметр, определяемый вероятностью обрушения в зависимости от разброса данных от линии регрессии  $\ddot{\varepsilon}_0$  ( $\dot{\varepsilon}_0$ ), формируется уравнение

$$n_k \alpha_k t^{n_k-1} \cdot b_0 \exp \{ \alpha_k t^{n_k} \} = C_p \cdot (b_0)^S \cdot \exp \{ s \alpha_k t^{n_k} \}$$

или

$$t^{n_k-1} - \frac{C_p b_0^{(S-1)}}{n_k \alpha_k} \cdot \exp \{ (s-1) \alpha_k t^{n_k} \} = 0, \quad (5)$$

решение которого определяет время  $t_{rk}$  обрушение оползневого склона с вероятностью  $P$  вдоль  $k$ -го створа

$$t_{rk}^{(p)} = \arg_{t > 0} \left\{ t^{n_k-1} - \frac{C_p}{n_k \alpha_k} b_0^{(S-1)} \cdot l^{(s-1)dt n_k} = 0 \right\}; \quad (6)$$

(6)- результаты решения уравнений (6) при различных значениях  $k$  сравниваются между собой и выбирается

$$t_r^{(p)} = \min t_{rk}^{(p)} \forall k: k \in (\overline{1, K}), \quad (7)$$

что и определяет время оползневого обрушения склона, отсчитываемое с момента начала мониторинга оползневого смещения с помощью реперной измерительной сети на интервале измерительных циклов с учетом аппроксимации (3).

Базовое уравнение, определяющее критерий оползневого обрушения горного склона (4) следует представить в логарифмической форме

$$\ln \dot{\varepsilon}_0 = \ln C_p + S \ln \dot{\varepsilon}_0, \quad (8)$$

где параметры корреляционной функции  $C_p$  и  $S$  определяются субрегиональными или региональными условиями оползнеобразования и оползневой динамики. При отсутствии такой статистики можно воспользоваться закономерностями, установленными авторами работы [1] при обобщении материалов наблюдений за оползневыми обрушениями в разных частях планеты (Франции, Италии, Японии, США, Канаде, Чили, Швейцарии и др):  $C_p=0,01 \text{ см/сут}^2$  при  $P=0,05$ ;  $C_p=0,022 \text{ см/сут}^2$  при  $P=0,16$ ;  $C_p=0,052 \text{ см/сут}^2$  при  $P=0,5$ ;  $C_p=0,11 \text{ см/сут}^2$  при  $P=0,84$ ;  $C_p=0,3 \text{ см/сут}^2$  при  $P=0,95$ ;  $S=1,50$  при всех  $P \in (0,1)$ , скорость смещения оползня выражена в см/сутки (рис.1.).

Прогнозная оценка времени обрушения  $t^{*(p)}_{rkq}$  вдоль  $k$ -го локального профиля с вероятностью  $P$  после завершения  $q$ -ой серии измерительных циклов определяется в результате решения нелинейного уравнения относительно  $t^{(p)}_{rkq}$ :

$$\ln t^{(p)}_{rkq} - \frac{\alpha_{kq}(S-1)}{n_{kq}-1} (t^{(p)}_{rkq})^{n_{kq}} = \frac{1}{n_{kq}-1} \ln \frac{C_p b_{kq}^{s-1}}{n_{kq} \alpha_{kq}} \quad (9)$$

Прогнозная оценка времени обрушения склона  $t^{*(p)}_{rkq}$  с вероятностью  $P$  после завершения  $q$ -ой серии измерительных циклов определяются по результатам анализа решений (9) для каждого  $k$ -го измерительного створа:

$$t_{rq}^{*(p)} = \min_{k \in (1, k)} \{t_{rkq}^{(p)}\} \quad (10)$$

Прогнозная оценка остатка “времени жизни”  $t_{rq}^{(p)}$  оползневого склона с вероятностью  $P$  после  $q$ -ой серии измерительных циклов определяется как

$$\tau_{rq}^{(p)} = t_{rq}^{*(p)} - t_{q0}, \quad (11)$$

где:  $t_{q0}$  – момент времени начала  $q$ -ой серии измерительных циклов.

Тактическая оперативная оценка степени оползневой опасности определяется как остаток времени жизни оползневого склона после каждой  $q$ -ой серии измерительных циклов по (11).

Стратегическая оценка степени оползневой опасности определяет на основе анализа зависимости  $\tau_r^{(p)}(q_i)$ :

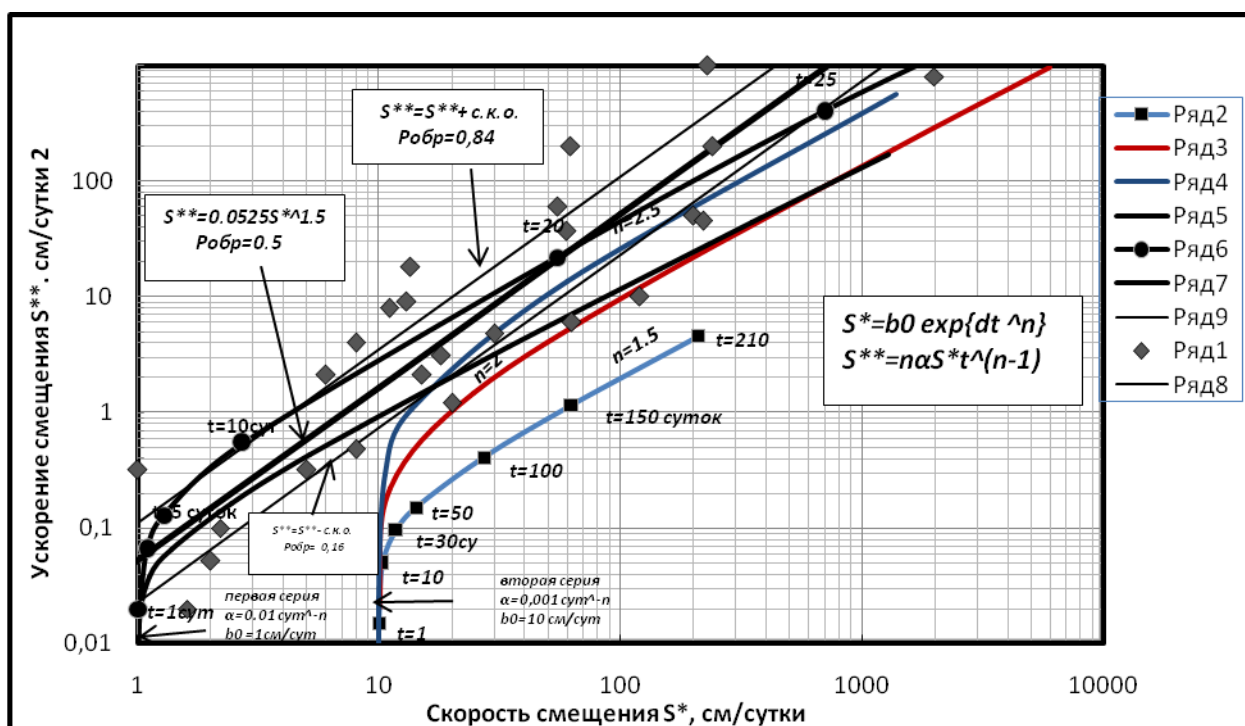


Рис. 1. Кинематические годографы смещения оползней в координатах фазового пространство  $(S^*, S^{**}, t, P_{обр})$ .

-при  $\tau_r^{(p)}(q_i) = const$  - стабильно оползнеопасное состояние оползневого склона; (12)

-при  $\tau_r^{(p)}(q_{i+1}) > \tau_r^{(p)}(q_i)$ - стабилизирующийся горный склон при сохранении оползневой опасности; (13)

-при  $\tau_r^{(p)}(q_{i+1}) < \tau_r^{(p)}(q_i)$ - горный склон с активно развивающимся оползневым процессом. (14)

Условие (14) определяет необходимость проведения противооползневых мероприятий, обеспечивающих безопасность жизнедеятельности в зоне оползневого поражения даже при достаточно больших значениях  $\tau_r^{(p)}$  в последней серии измерительных циклов.

В условиях чрезвычайной оползневой ситуации, связанной с активизацией вновь образованных оползней или оползней длительного смещения, но ранее не изученных, где не установлены ни характеристики грунтов, ни причины возникновения оползня, ни факторы оползневой активизации, метод кинематического годографа в координатах  $(\dot{S}, \ddot{S}, t, P)$  на основе геоконтроля смещения оползня позволяет в короткие сроки сформировать краткосрочный (оперативный) прогноз развития оползневого процесса, который включает:

- изменение скорости  $\dot{S}$  и ускорения  $\ddot{S}$  движения оползневого блока на интервале прогноза  $T$  до нескольких десятков суток;
- тенденцию процесса по отношению к возможному обрушению оползня;
- вероятность обрушения оползня  $P_{обр}$  в различные моменты времени в пределах горизонта прогноза.

Указанные прогнозные оценки перманентно уточняются в процессе мониторинга оползня, т.е. процедура обладает адаптивными свойствами.

Структурно прогнозирующий алгоритм является циклическим, отражающим реальное поведение оползней ЮЗТ. В каждом цикле анализируются данные, полученные в условиях, когда грунты в плоскости скольжения находятся во всех трех фазах (разрушения, стабилизации и мобилизации по Г.И. Тер-Степаняну[2]) при условии, что последующий предел мобилизации превышает предыдущий; в противном случае назначается новый цикл прогнозной процедуры. Такой подход позволяет ввести физическое обоснование в процесс ослабления влияния «старых» данных на новые прогнозные оценки. Каждый новый цикл оползневой активизации является откликом оползневой системы на изменившиеся условия и факторы, поэтому логично прогнозные оценки формировать для этих новых условий развития оползневого процесса.

Надежность прогнозных оценок в существенной мере зависит от статистики региональных, а лучше- субрегиональных (по бассейну реки) – данных реальных оползневых обрушений и зафиксированных при этом кинематических показателей смещения оползней. Важно также четкое определение понятия скорости и ускорения движения оползня «накануне» обрушения. «Накануне» - это довольно размытое понятие: для оползней длительного многолетнего смещения этот период времени может означать один-два месяца, а для первичных оползней – сутки или часы. Подобная статистика может быть сформирована только по результатам непрерывного мониторинга смещения оползней конкретного субрегиона. В условиях приближающейся катастрофической фазы это смещение должно регистрироваться телеметрически, либо автоматизированными приборами с дистанционной передачей данных.

Вторым важным фактором надежности прогнозных оценок является выбор функций аппроксимации  $\hat{S}(t)$  и  $\hat{\dot{S}}(t)$  или линий тренда по дискретно полученным данным геоконтроля смещения  $S$  оползня, который

обеспечивал бы наиболее высокий коэффициент детерминации  $R^2$ . Это, в свою очередь, обеспечивает узкую доверительную зону для линий тренда в том числе и на участке экстраполяции в пределах горизонта прогноза  $T$  при движении оползней, грунты которых в плоскости скольжения находятся в стадиях разрушения и начала стабилизации. Хорошей аппроксимацией скорости смещение  $\hat{S}(t)$  является кривая Гомперца вида  $\hat{S} = b_0 \exp\{xt^n\}$ , которая использована нами для прогноза смещения и обрушения реальных оползней в г. Майлуу-Суу. В том случае, когда предел  $\dot{S}_{\text{стаб}}$  и время  $t_{\text{стаб}}$  временной стабилизации установлены более или менее точно, хорошей аппроксимацией движения оползня в стадии мобилизации грунтов плоскости скольжения является функция

$$\hat{S} = b_0 \exp\{\alpha(t - t_{\text{стаб}})^2 + \beta(t - t_{\text{стаб}}) + c\}, \text{ где } c \approx \ln \dot{S}_{\text{стаб}} \cdot b_0$$

Третьим фактором надежности прогнозных оценок является точность данных геоконтроля смещения оползня, которая определяется не столько погрешностью аппаратуры, сколько методическими ошибками обустройства реперной сети наблюдений и производством собственно измерений исходных величин – расстояний между реперами в моменты времени регулярного опроса сети геоконтроля. Появление и рост оперяющих трещин, оформление новых блоков как по фронту движущегося оползня, так и в тыльной (устойчивой) части искажают кинематическую картину оползневого движения по данным неизменной сети наблюдений. Влияние таких ошибок наиболее заметно будет сказываться при малых скоростях смещения, что характерно для начальных стадий активизации оползневого процесса. Например, в Майлуу-Суу по нашим данным скорости смещения оползней в начальной стадии ежегодной активизации составляет десятые доли см/сутки на протяжении нескольких суток. И даже в самой активной стадии движения оползня

это различие может быть существенным. Так, после образования нового оползневого блока вверх по склону на оползневом участке «Тектоник» в 1999 году измерения, проведенные по старой реперной сети в марте 2000 г, дали результат по средней скорости смещения лидирующего блока 7,33 см/сутки, а по новой сети, когда реперы в устойчивую часть склона были вынесены за пределы вновь образованного блока, эти показатели увеличились до 9,66 см/сутки, т.е. расхождение составило более 30%. В этой связи, при каждом акте измерительной процедуры необходимо контролировать состояние реперной сети наблюдений и грунтов на участке ее размещения и принимать своевременные меры по ее реконструкции. В противном случае будет сделан ложный вывод о снижении оползневой опасности или более низком ее уровне относительно действительной.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Federico A., Popescu M., Fidelibus C., et al. On the forecast of the time of occurrence of a failure: a review /Proc of the 9<sup>th</sup> Jnt. Symp. on Landslides.-Rio de Janeiro: Taylor and Francis. London. 2004. V.2. pp. 979-983
2. Тер-Степанян Г.И. Реологическое поведение глины при уровне касательных напряжений, близком к разрушающему //Проблемы геомеханики. 1982. №8 с. 144-152

## **ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД С ОСТАТОЧНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ**

Аманалиев А.А., ИГиОН НАН КР

Происходящие в горных районах катастрофические процессы, опасные для ведения горного производства и жизни людей, указывает на необходимость внимательного изучения неоднородностей естественного напряженного состояния, обусловленных природными условиями образования и последующими процессами формирования на разных этапах геологической истории структур массивов горных пород. При разработке месторождений, строительстве и эксплуатации геотехнических объектов актуальной геомеханической проблемой является выявление очагов формирующихся горных ударов и техногенных землетрясений. Для прогноза и предупреждения этих явлений, в формировании которых при определенных условиях значительную роль играют и остаточные напряжения /1/, важно знание напряженно-деформированного состояния прилегающего массива горных пород. Поэтому, задача о напряженном состоянии слоистого массива пород с гористым рельефом и остаточными напряжениями вокруг подземных выработок (полостей), находящейся в условиях совместного действия гравитационных, горизонтальных тектонических и сейсмических сил, а также внутреннего напора является актуальной задачей геомеханики и формулируется в следующей постановке.

Анизотропные массивы равнин, ограниченные горизонтальной дневной поверхностью  $y=0$ , испытывают действие объемных сил с

горизонтальной  $(-\gamma K_c \sin \delta)$  и вертикальной  $(-\gamma + \gamma K_c \cos \delta)$  составляющими, а также тектонических сил растяжения-сжатия в горизонтальном направлении, параллельно оси ОХ с постоянной интенсивностью  $T_x$  по глубине полупространства  $y < 0$ .

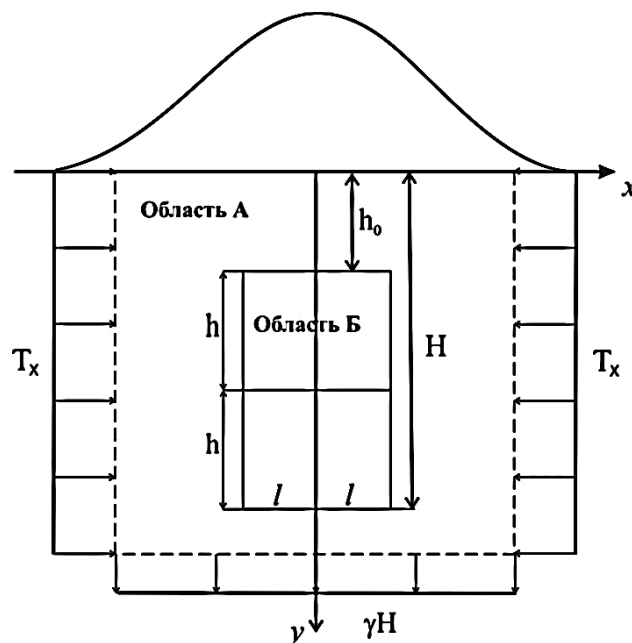


Рис. Схема к моделированию напряженного состояния массива пород с гористым рельефом

В таком полупространстве имеется гора или впадина, ограниченная криволинейной цилиндрической поверхностью, форма которой изображает гористый рельеф. Образующая этой поверхности параллельна оси ОZ и проходит по простиранию плоскости изотропии массива, где ось ОХ — горизонтальная, ОУ — вертикальная. Плоскость изотропии ориентирована произвольно и составляет с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$ .

В этой области А на глубине  $h_0$  имеется прямоугольная подобласть (область Б) с остаточными напряжениями, нижняя граница которой располагается на глубине  $H$  от дневной поверхности массива, а левая и правая границы расположены на расстоянии  $l$  от центра данной области Б.

В зоне влияния горы проведена подземная выработка. Направления образующих поверхности горы (каньона) и выработки параллельны. На контуре выработки может быть приложен гидростатический напор  $q_0$ . Требуется определить напряженное состояние массивов пород вокруг такой выработки.

Общее поле напряжений данной задачи выразим в виде суммы полей напряжений:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_x^{\Pi} + \sigma_x^P + \sigma_x^O + \sigma_x^C + \sigma_x^B + \sigma_x^H, \\ \sigma_y &= \sigma_y^{\Pi} + \sigma_y^P + \sigma_y^O + \sigma_y^C + \sigma_y^B + \sigma_y^H, \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^{\Pi} + \tau_{xy}^P + \tau_{xy}^O + \tau_{xy}^C + \tau_{xy}^B + \tau_{xy}^H, \\ \sigma_z &= -a_{33}(a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{36}\tau_{xy}).\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь напряжения с индексом "п" сверху обозначают поле напряжений анизотропного полупространства ( $y \leq 0$ ), которое возникает при совместном действии гравитационных ( $G$ ), сейсмических ( $K_c$ ) и тектонических ( $T_x$ ) сил; напряжения с индексами "р" характеризуют поле напряжений, которое возникает в результате влияния горного рельефа массивов пород на напряженное состояние массивов пород полупространства; напряжения с индексом "о", характеризуют распределение остаточных напряжений в области Б, напряжения с индексом "с" характеризуют напряжения, возникающие при прохождении сейсмических волн растяжения-сжатия и сдвига; напряжения с индексом "в" характеризуют образование выработки в зоне влияния горы; напряжения с индексом "н" возникают вокруг выработки от давления напора.

Аналитическое решение задачи (1) для изотропного /2/ и анизотропного/2/ упругого полупространства с гористым рельефом до и после образования выработки, при отсутствии остаточных напряжений, подробно изложены, соответственно, в работах/2, 3/. В работе /4/ предлагается методика решения задачи (1) без остаточных напряжений, где на основе разработанного аналитического метода /3/, описываются начальное напряженное состояние массива пород с гористым рельефом и анизотропными упругими свойствами в условиях совместного действия гравитационных, горизонтальных тектонических и сейсмических инерционных сил. Далее, численным методом

рассчитывается напряженное состояние массивов пород вокруг подземных выработок.

В настоящее время не разработаны подходы к решению задач по определению напряженного состояния массивов горных пород с остаточными напряжениями. В этом случае, общее решение задачи (1) требует знание взаимодействия остаточных напряжений с общим полем естественного напряженного состояния (гравитация, тектоника, рельефа, неоднородностей массива и т.д.) и влияние техногенных (система разработки месторождения, технология горных работ и т.д.) факторов на напряженное состояние массивов горных пород с остаточными напряжениями.

Для разработки методических основ решения задачи (1) необходимо предельно решить более идеализированную задачу, где исследуемая область представлена, как изотропная и однородная упругая область с прямолинейным контуром при взаимодействии остаточных напряжений с гравитационными и горизонтальными тектоническими силами. Решение данной задачи необходимо для выявления закономерностей взаимодействия остаточных напряжений с основными природными силами, действующих в массиве горных пород, при отсутствии геомеханических факторов, искажающих распределение остаточных напряжений.

Напряженное состояние для данной задачи, исходя из соотношений (1), представим в виде суммы двух полей напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^{\Pi} + \sigma_x^O, \\ \sigma_y &= \sigma_y^{\Pi} + \sigma_y^O, \tau_{xy} = \tau_{xy}^{\Pi} + \tau_{xy}^O, \end{aligned} \quad (2)$$

где напряжения  $\sigma_x^{\Pi}$ ,  $\sigma_y^{\Pi}$  и  $\tau_{xy}^{\Pi}$  на основе гипотезы Динника представляются соотношениями [2]

$$\sigma_x^{\Pi} = T_x + \lambda \gamma y; \sigma_y^{\Pi} = \gamma y; \tau_{xy}^{\Pi} = 0, \quad (3)$$

где  $\lambda = \nu / (1 - \nu)$  – коэффициент бокового распора для породы массива.

При решении задач плоской теории упругости методом сил, вводится функция напряжений  $F(x,y)$ , которая должна удовлетворять уравнениям равновесия /5/

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho g &= 0.\end{aligned}\quad (4)$$

Распределение остаточных напряжений в области Б, выражаются через частные производные функции напряжений  $F$  соотношениями

$$\begin{aligned}\sigma_x^o &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \sigma_y^o = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \tau_{xy}^o \\ &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}.\end{aligned}\quad (5)$$

Вне этой области они равны нулю.

При отсутствии объемных сил основные уравнения теории упругости приводятся к бигармоническому уравнению

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0, \quad (6)$$

а уравнения равновесия (4) принимают вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x^o}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^o}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_x^o}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}^o}{\partial x} &= 0.\end{aligned}\quad (7)$$

Граничные условия получаются из соотношений

$$\begin{aligned}l\sigma_x + m\tau_{xy} &= \bar{X}, m\sigma_y + l\tau_{xy} \\ &= \bar{Y},\end{aligned}\quad (8)$$

где  $l, m$  – направляющие косинусы.

Поэтому, напряженное состояние области А с учетом вышесказанного представим следующим образом:

а) в области Б

$$\sigma_x = T_x + \lambda \gamma y + \sigma_x^o; \quad \sigma_y = \gamma y + \sigma_y^o; \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^o, \quad (9)$$

б) вне области Б представлена соотношениями (3).

Из этих условий следует, что за границей  $\Gamma_0$  области Б остаточные напряжения отсутствуют. Тогда из граничных условий (8) получаем

$$\sigma_x^0 = \sigma_y^0 = \tau_{xy}^0 = 0, \quad \text{при } |x| > \Gamma_0 \text{ и } |y| > \Gamma_0. \quad (10)$$

На границе же области А нормаль направлена параллельно оси  $y$ , тогда из (8) получаем, что  $l=0$  и  $m=\pm 1$ , следовательно

$$\bar{X} = \pm \tau_{xy}, \quad \bar{Y} = \pm \sigma_y. \quad (11)$$

Если направление нормали совпадает с направлениями осей  $y$ , то в (11) берутся значения с положительными знаками, в противном случае берутся значения с отрицательными знаками.

Решение упругой плоской задачи (3), (5) и (9), таким образом, сводится к отысканию решения уравнения (6), удовлетворяющей уравнениям равновесия (7), с граничными условиями (10) и (11).

Так как, соотношения (2) – (11) не содержат упругих констант, описывающих свойства материала, то эти уравнения могут быть применены и при решении задач, сформулированных аналогично (9) для плоских модельных образцов, если выбрать только прямоугольную подобласть Б, а соотношения (9) переписать в виде:

$$\sigma_x = P_1(x, y) + \sigma_x^0, \quad \sigma_y = P_2(x, y) + \sigma_y^0, \\ \tau_{xy} = P_3(x, y) + \tau_{xy}^0, \quad (12)$$

с граничными условиями

$$\sigma_x = P_x + \sigma_x^0, \quad \sigma_y = P_y + \sigma_y^0, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0, \quad \text{при } x \in \Gamma_0 \text{ и } y \in \Gamma_0 \quad (13)$$

где  $P_x$  и  $P_y$  – вертикальная и горизонтальная нагрузки, равномерно распределенные, соответственно, на горизонтальной и вертикальной границах исследуемого образца.

В зависимости от знаков  $P_x$  и  $P_y$  и равенству нулю одного из нагрузок следуют варианты задач сжатия и/или растяжения вдоль

одного или двух осей образца. При  $P_x = P_y = 0$  в (13) получаем задачу о распределении остаточных напряжений без действия внешних сил.

Результаты, полученные для образцов, мы не можем перенести непосредственно на массив. Моделирование напряженного состояния образцов необходимо для выявления общих зависимостей и закономерностей проявлений остаточных напряжений без влияния внешних факторов или действия определенных подобранных факторов.

Таким образом, для решения задачи (1) необходимо последовательное решение следующих задач по этапам. Сначала необходимо решить задачу (12) с граничными условиями  $P_x = P_y = 0$ , а затем с условиями (13) для модельных образцов. На следующем этапе аналогично решается задача (3) для массива.

В работе [6] предлагается разработанная методика расчета напряженного состояния образца с остаточными напряжениями, когда известны напряжения по сечениям: горизонтальном  $y(y=y_0)$

$$\begin{aligned}\sigma_x &= S_{n1}(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\omega x + b_k \sin k\omega x), \\ \sigma_y &= S_{n2}(x) = \frac{\bar{a}_0}{2} + \sum_{k=1}^n (\bar{a}_k \cos k\omega x + \bar{b}_k \sin k\omega x), \\ \tau_{xy} &= S_{n3}(x) = \frac{\tilde{a}_0}{2} + \sum_{k=1}^n (\tilde{a}_k \cos k\omega x + \tilde{b}_k \sin k\omega x),\end{aligned}\tag{14}$$

и вертикальному ( $x=x_0$ )

$$\begin{aligned}\sigma_x &= C_{n1}(x) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{j=1}^m (\alpha_j \cos j\omega y + \beta_j \sin j\omega y), \\ \sigma_y &= C_{n2}(x) = \frac{\bar{\alpha}_0}{2} + \sum_{j=1}^m (\bar{\alpha}_j \cos j\omega y + \bar{\beta}_j \sin j\omega y),\end{aligned}\tag{15}$$

$$\tau_{xy} = C_{n2}(x) = \frac{\tilde{\alpha}_0}{2} + \sum_{j=1}^n (\tilde{\alpha}_j \cos j\omega y + \tilde{\beta}_j \sin j\omega y).$$

Функция напряжений  $F(x,y)$  в этом случае может быть выражена через суммы тригонометрических функций аргументов  $x$  и  $y$  следующего вида:

$$F(x,y) = \left[ \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^n (A_k \cos k\omega x + B_k \sin k\omega x) \right] \times \\ \times \left[ \frac{\bar{A}_0}{2} + \sum_{j=1}^m (\bar{A}_j \cos j\omega y + \bar{B}_j \sin j\omega y) \right] + f(x,y) \quad (16)$$

где  $f(x,y)$  – полиномы, уточняющие выражения для нормальных компонент напряжений, найденных через функцию напряжений;  $A_0, A_k, \bar{A}_0, \bar{A}_k, B_k, \bar{B}_k$  – коэффициенты одинарного ряда вида (14) и (15), определяемые формулой (16).

Решение задачи (12) при условии  $P_x = P_y = 0$  имеет вид:

$$\sigma_x = \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\omega x + b_k \sin k\omega x) \right] \times \left[ \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos j\omega y + \beta_j \sin j\omega y) \right] \times \frac{1}{C} - \\ - \xi_1 x - \zeta_1 y - v_1, \\ \sigma_y = \left[ \sum_{k=1}^n (\bar{a}_k \cos k\omega x + \bar{b}_k \sin k\omega x) \right] \times \left[ \frac{\bar{\alpha}_0}{2} + \sum_{k=1}^n (\bar{\alpha}_j \cos j\omega y + \bar{\beta}_j \sin j\omega y) \right] \times \\ \times \frac{1}{\bar{C}} - \xi_2 x - \zeta_2 y - v_2, \quad (17) \\ \tau_{xy} = \left[ \sum_{k=1}^n (\tilde{a}_k \cos k\omega x + \tilde{b}_k \sin k\omega x) \right] \times \left[ \sum_{k=1}^n (\tilde{\alpha}_j \cos j\omega y + \tilde{\beta}_j \sin j\omega y) \right] \times \frac{1}{\tilde{C}} - \\ - \xi_3 x - \zeta_3 y - v_3,$$

где  $\xi_i, \zeta_i, v_i, i = \overline{1,3}$  – уточняющие выражения для нормальных компонент напряжений на границе тела, а  $C, \bar{C}, \tilde{C}$  – значения

соответствующих компонент напряжений в точке пересечений сечений.

Таким образом, может быть определена функция напряжений для остаточных напряжений, а значит и их распределение в некоторой заданной области по экспериментальным данным. В этом случае основной задачей является задача определения коэффициентов Фурье для граничных значений функции, по которым определяются все остальные значения.

Для решения задачи (12) при условии (13) предлагается применить выше изложенный метод расчета по следующей методике. Вычислив, нормальные напряжения до и после нагрузки по формулам (17), определим разность напряжений

$$\begin{aligned}\sigma'_x &= \sigma_x^H - \sigma_x^O, & \sigma'_y &= \sigma_y^H - \sigma_y^O, \\ \tau'_{xy} &= \tau_{xy}^H - \tau_{xy}^O.\end{aligned}\quad (18)$$

где  $\sigma_x^O, \sigma_y^O, \tau_{xy}^O$  – остаточные напряжения без нагрузки,  $\sigma_x^H, \sigma_y^H, \tau_{xy}^H$  – напряжения нагруженного образца, которые описывают перераспределение остаточных напряжений под действием внешних нагрузок,  $\sigma'_x, \sigma'_y, \tau'_{xy}$  – разность напряжений, описывающие действие внешних нагрузок на каждую точку образца.

После анализ полученных данных, рассчитанных по формуле (18), и установления закономерностей перераспределения остаточных напряжений под действием внешних нагрузок, можно перейти к решению задачи (3) для массива горных пород.

Решить задач (1) можно аналитическим и численным методами. При аналитическое решение задачи используется подход С.Г. Лехницкого/7/ и вариант метода Н.И. Мусхелешвили /8/, развитый в работах/2, 3/. Численное решение, основан на методе фиктивных нагрузок /9/, развитая в работе /3/ применительно к расчету распределения напряжений вокруг подземных выработок, т.е. внешней задаче. Поменяв, знаки в соответствующих выражениях /9/,

методика расчета для внешней задачи применяется для решения внутренней задачи.

Построенная математическая модель напряженного состояния массивов пород с остаточными напряжениями, основана на анализе экспериментальных данных. Для уточнения и дополнения модели нужно провести многовариантный расчет и сравнительный анализ полученных результатов с лабораторными и натурными данными.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Айтматов И.Т. Геомеханические условия в зонах очагов горных ударов и техногенных землетрясений // Тр. Международной научной конф. Современные концептуальные положения в механике горных пород"
2. Жумабаев Б. Распределение напряжений в массивах горных пород с гористым рельефом.- Фрунзе: Илим, 1988.- 212 с.
3. Аманалиев А.А., Жумабаев Б. Напряженное состояние пород вокруг выработок, расположенных в горной местности в слоистом массиве//Наука и новые технологии/ ГКННТ.- 1996.- С.16.
4. Аманалиев А.А. Численное моделирование напряженного состояния массива пород вокруг подземных выработок. / Сб. трудов Современные проблемы механики сплошных сред. Вып. 11. «Гидрогазодинамика, геомеханика и геотехнологии». Г. Бишкек. 2010 г. – с. 45-52.
5. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости.- М., Наука, 1979.- 560с.
6. Аманалиев А.А. Математический метод расчета по экспериментальным данным напряженного состояния твердых тел с остаточными напряжениями. – Бишкек, Сб. «Современные

- проблемы механики сплошной среды», Вып. №13//Труды Межд. Конф. «Проблемы геомеханики и освоения недр», 2011, С. 368-375.
7. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела.– М.:Наука, 1977.- 416 с.
  8. Мусхелешвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.– М.: Наука, 1966.–707 с.
  9. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела.– М.: Мир, 1987.– 328 с.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОЛЕВЫХ ПРОЦЕССОВ В  
ПОЧВОГРУНТАХ С РАЗЛИЧНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ  
ОСНОВНЫХ ФАКТОРОВ СОЛЕНАКОПЛЕНИЯ**

Ботолаева Г.К., Туганбаев У.М., Урманбетов Р.Ж.

Кыргызский национальный аграрный университет им. К.И.Скрябина

В настоящее время для сельского хозяйства большое значение имеет теоретическое и практическое изучение соленакопления и деградации почвогрунтов. К сожалению в нашей Республике очень мало научно – исследовательских работ, посвященных миграции различных концентраций солей с разработкой их математических моделей и методов решений с применением современного аппарата математики. Сложность процессов и систем, с которыми имеет дело земледелие, гораздо более выше, чем в промышленном комплексе. Чудновский А.Ф. писал «... ни в одном промышленном процессе мы не встречаемся со столь причудливым, случайным наложением огромного числа факторов, которые действуют в полевых условиях при формировании урожаев сельскохозяйственных культур». С увеличением сложности процессов неизмеримо больше возрастает трудность управления ими в нужном для сельского хозяйства направлении. Вот почему развитие сельского хозяйства сильно отстает от промышленности. Вся трудность исследования заключается в том, что сельскохозяйственные поля занимают большие площади, земледелие имеет дело с огромной массой вещества, рассеянной энергией, процесс почвообразования обладает определенной косностью, определенной консервативностью по

отношению к управляющему воздействию со стороны человека. Отставание сельского хозяйства объясняется еще и тем, что оно опирается на биологические, геолого – географические науки, которые в основном носили описательный характер т.е. выдавали в основном качественную информацию о рассматриваемом процессе.

В настоящее время, перспективно применение автоматики в орошаемом земледелии. Регулируя содержание влаги в почве, можно одновременно воздействовать на тепловой, воздушный и солевой режимы почв. Для избежания отрицательных последствий орошения – вторичного засоления, переувлажнения почв, заболачивания необходимо пользоваться некоторыми мелиоративными приемами [1]. К ним относится искусственный дренаж, промывки почв, специальная агротехника. Известно, что борьба с засолением – это старая проблема ирригации, которая по настоящее время еще не решена до конца. Его успешное решение во многом зависит от наличия количественного описания процессов передвижения солей в почве и воды на орошаемых массивах [2]. Только такое описание дает возможность уверенного прогнозирования, расчета количества солевого раствора в почвогрунтах и оптимального управления им.

Вопрос о происхождении легкорастворимых солей и засоленных почв решен достаточно подробно и убедительно [1]. Качественная картина засоления почв такова: осадки, которые выпадают в горных областях, просачиваются в почвы и грунты, формируют поток грунтовых и подземных вод, которые двигаясь вниз под действием силы тяжести, обогащаются различными солями – продуктами выветривания горных пород. При выходе на равнину поток грунтовых вод приближается к поверхности почвы, а часть из них рассеивается в атмосферу за счет транспирации и испарения. По мере испарения дистиллированной воды, концентрация солей в капиллярной кайме возрастает. В результате повышения концентрации солей в устьях

капилляров возникает градиент концентрации, который вызывает обратный диффузионный ток солей в грунтовые воды, которые обогащаются солями и по мере движения вниз по потоку увеличивают свою минерализацию. Соли с низкой миграционной способностью выпадают в осадок на более высоких отметках рельефа. Более подвижные соли двигаются дальше вниз и остаются в почвенных грунтах или достигают базиса подземного стока, в котором они значительно теряют скорость [2]. Расходятся эти воды в основном на испарение, что ведет к накоплению солей в почвогрунтах и грунтовых водах. Для природных условий, на которых происходит засоление почв, наиболее характерна низкая естественная дренированность и повышенное испарение. Орошение почв с такими условиями, ускоряет развитие засоления. Площадь засоленных и потенциально засоленных земель велика. В связи с тем, что территории с хорошей естественной дренированностью и благоприятным рельефом уже освоены под ирригацию, то дальнейший рост поливных земель будет происходить на участках с потенциальным засолением почв.

Вот почему борьба с засолением имеет большую актуальность, остроту и по сей день. На процесс засоления влияет множество факторов окружающей среды [3]. Для успешного исследования процесса засоления необходимо выделить главные факторы, обуславливающие направленность процессов «засоления – рассоления». Не останавливаясь на этих факторах подробно, знаем, что все они зависят от климата, типа почв, растительностей, глубиной залегания и энергией потока грунтовых вод, хозяйственной деятельностью человека. Причем все эти факторы можно исчислять численно, т.е. миграцию солей можно рассматривать как с качественной так и с количественной стороны. В работах [2, 4] проанализированы существующие математические модели процессов солепереноса и соленакопления в почвогрунтах, основанных на

закономерностях физико – химической гидродинамики пористых сред, критический анализ научных исследований по вопросам конвективной диффузии, растворения солей, сорбции и ионного обмена в горных породах. Здесь также рассмотрены дифференциальные уравнения, которые описывают процессы миграции солей, приводятся методы определения параметров, существования некоторых математических связей между ними.

В работе [2 ] дана попытка вскрыть механизм движения солей в почве и показать количественное взаимодействие существующих факторов. При этом он использует следующее уравнение, для расчета увеличения минерализации грунтовых вод  $UC_x = -v \cdot C^n$ , где  $U$ - скорость испарения грунтовых вод,  $C$ - концентрация солей,  $v$ - коэффициент диффузии,  $x$ - координата, направленная вниз,  $t$ - время,  $n = 0; 0,5; 1$ .

Данное уравнение получено из равенства в равновесном случае двух потоков солей (конвективного и диффузионного) в произвольном сечении грунта параллельному свободной поверхности. Однако теоретическая зависимость, полученная из этого уравнения, не может претендовать на общность хотя бы потому, что получена она на основании гипотез с определенными физико–химическими допущениями. Предположения о том, что можно найти единую зависимость для всей зоны солепереноса, независимо от структуры грунта и характера режима влаги в нем, не соответствует действительности. На самом деле, изменения в зоне солепереноса структуры грунта и режима грунтовых вод, резко меняются закономерности изменения концентрации. И, тем не менее, вышеприведенное уравнение позволяет дать некоторые теоретические зависимости, применимые к расчету миграции солей в простейших случаях. Автором работы [2], при исследовании фильтрации жидкостей через пористую среду в условиях их физико–

химического взаимодействия, рассмотрено совместно уравнения фильтрации и солепереноса. Математическая модель, составленная им представляет собой замкнутую систему дифференциальных уравнений, которые описывают фильтрацию воды в грунте (по закону Дарси и уравнению неразрывности потока жидкости), а также уравнению солевого баланса для потока грунтовых вод при наличии вертикальной и горизонтальной составляющих вектора скорости фильтрации  $V_x = -kH_x$ ,  $V_y = -kH_y$ , (1) -уравнения Дарси,  $V_{xx} + V_{yy} = 0$  - уравнение неразрывности,  $V_{xx} + V_{yy} + \gamma\mu(C_0 - C) = \mu C_t$  (2) - уравнение солевого баланса, где  $V_x = -u_x C + \mu DC_x$ ,  $V_y = -v_y C + \mu DC_y$  - составляющие вектора скорости потока. При некоторых ограничениях, накладываемых на коэффициенты влаго-и солепереноса, а также допущениях, не противоречащих физике процесса, решение указанной системы уравнений сводится к решению следующего уравнения

$$\mu C_t = \mu D(C_{xx} + C_{yy}) - u_x C_x - v_y C_y + \gamma\mu(C_0 - C), \quad (3)$$

где  $u_x, v_y$  - компоненты вектора скорости фильтрации  $v$ , соответствующие осям  $Ox$  и  $Oy$  и определяемые из уравнения фильтрации,  $D$ -коэффициент диффузии,  $C_0$ - концентрация солей в растворе,  $\gamma$  - константа растворения,  $\mu$ - пористость грунта,  $x, y, t$ - соответственно плоские и временная координаты. Уравнение (3) описывает движение солей в водонасыщенном грунте и широко известно в теории миграции солей и влаги. Оно справедливо для несжимаемой жидкости и наличия фильтрации и диффузии только в направлении осей  $Ox$  и  $Oy$ .

В случае одномерной задачи для диффузии и независимости скорости фильтрации  $v$  от координаты  $Oy$  уравнение (2) будет иметь

$$\text{вид} \quad C_t = DC_{xx} - \frac{v}{\mu} C_x + \gamma(C_0 - C). \quad (4)$$

Если фильтрация водно – растворимых солей не сопровождается физико – химическим взаимодействием со средой (отсутствуют процессы сорбции, кристаллизации, растворения), то уравнение (4) может быть заменено более простым

$$m_0 C_t = DC_{xx} - vC_x. \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что процесс фильтрации веществ через пористые среды имеет диффузионный характер. Физическая сущность движения солей в породах рассматривается как конвективная диффузия, обусловленная вынужденной конвекцией фильтрационного потока с наличием растворения, выноса солей.

Для расчета промывок засоленных почв, [4] предлагает использовать уравнение (4) при следующих начально - краевых условиях  $C(x,0) = C_0$ ,  $C(0,t) = C_1$ ,  $C(h,t) = C_2$  (6)

где  $C_0$ - концентрация водного раствора солей в момент времени  $t = 0$ ,  $C_1$ - концентрация солей на входе потока  $x = 0$ , что соответствует дневной поверхности промываемой толщи,  $C_2$ - концентрация солей на выходе при  $x = h$ . Приведенные в его работе количественные взаимоотношения факторов солепереноса могут быть использованы для составления мелиоративных прогнозов и расчета оптимального управления водно – солевым режимом орошаемых почв. Указано на возможность количественной характеристики солевого режима почв и грунтовых вод с помощью достижений гидродинамики, механики, теории диффузии, переноса. В работе [4] предпринята попытка определить количественную связь между водным и солевым режимом почв в условиях орошения. Авторами этой работы решена задача при упрощающих предположениях о постоянстве скорости фильтрации, коэффициента диффузии и дан прогноз изменения концентрации солей в почвенном растворе в стационарном и нестационарном случаях. При решении уравнения (5) для неустановившегося режима на поверхности почвы принималось условие, учитывающее

поступление солей вместе с минерализованной водой, а также с учетом того, что соли не выходят за границу капиллярной каймы при испарении. Данная работа дала толчок к развитию количественных исследований в мелиорации засоленных почв. Случай, когда начальное распределение солей в почвогрунтовой слое неравномерно по глубине, оно приблизительно заменяется ломаной или ступенчатой функцией. Решения в [4] были получены в предположении независимости скорости движения раствора от его концентрации. Однако в случае сильно засоленных почв концентрация раствора может достигать значений концентрации предельного насыщения, что приводит к значительному изменению скорости фильтрации при прочих равных условиях.

Для устойчивого засоления почв при малом содержании солей, находящихся в твердой фазе, в [4] было получено решение стационарного уравнения солепереноса

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial (vC)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

с краевыми условиями

$$D^* C_x + vC = 0 \quad \text{при} \quad x = 0 \quad \text{и} \quad C = C_h \quad \text{при} \quad x = h. \quad (8)$$

При этом скорость конвективного переноса инфильтрационных вод  $v$  принималось постоянной независимой от влажности почвы в пределах рассматриваемой зоны. Граничные условия общеизвестны т.е.  $D^*$  -среднее значение коэффициента конвективной диффузии солей в зоне аэрации. Первое условие говорит об изолированности ( $x = 0$ ) для потока солей в атмосферу, а второе задает постоянную во все время протекания процесса концентрации на границе области ( $x = h$ ).

Если рассматривается задача неглубокого залегания подземных грунтовых вод, когда все соли выносятся в верхние слои почвы, то перенос солей при наличии испарения концентрация в них будет

близок к концентрации насыщения, т.е.  $C = C_n$  - имеющим место на поверхности почв,  $C_n$  - концентрации предельного насыщения раствора солями. Равенство (4) заменяется более точным соотношением на поверхности почвы  $\mu DC_x + vC = 0$ , (9) где  $\mu$  - пористость почвы.

Последнее условие выводится из условия движения солей вместе с раствором. Аналитическое решение уравнения солепереноса с учетом члена, описывающего растворения солей  $\gamma \neq 0$  получено в [4], где исследован случай выноса солей из почвы вместе с испаряющейся влагой при  $C_x = 0$ .

При рассмотрении нестационарного изменения концентрации на границах, [2,4] берут диффузионное уравнение вида

$$D^* C_{xx} + vC_x = C_t, \quad (10)$$

с граничными условиями (6), а начальное как  $C(0, x) = C_1$ , т.е. влага имеет постоянную концентрацию грунтовых вод.

Для практических целей мелиорации, представляет интерес изучение солевого режима почвогрунтов как в естественно – сложившихся условиях, так и при орошении не только в зоне полного насыщения грунтов водой, но и ниже уровня грунтовых вод. В работе [4] приводятся аналитические решения системы двух уравнений для случая установившегося и неуставившегося режима грунтовых вод, позволяющие делать прогнозы солевого режима почвогрунтов при орошении. Однако на практике имеют место как прогрессирующий во времени подъем уровня грунтовых вод в случае орошения, так и значительное его понижение в условиях испарения. Процесс является нестационарным. Кроме того, в моделях указанных выше авторов, при рассмотрении миграции солей и влаги в почве в естественных условиях и при орошении, не учитывалось горизонтальное движение потока грунтовых вод, не определилась связь между существующими

водно-солевыми режимами почв и потоком грунтовых вод. В то же время, скорость грунтовых вод и их минерализация, существенно влияют на распределение концентрации солей в почве. Можно заметить, что учет только лишь вертикального движения влаги в почве приводит к необходимости задания на некоторой глубине значения концентрации, которая фактически является неопределенной переменной величиной. В работе [2], это затруднение устраняется тем, что слой почвы с вертикальным движением влаги в ней предполагается полубесконечным. Однако нижней границей зоны неполного насыщения служит уровень грунтовых вод, имеющий резко нестационарный характер и изменяющийся с изменением характеристик среды (коэффициента пористости, коэффициента фильтрации и водоотдачи и т.п.), а также в зависимости от условий на свободной поверхности потока и на его границах.

В [2], было предложено, что при изучении миграции солей в почвогрунте необходимо рассматривать их как единый почвенно-гидрогеологический процесс от дневной поверхности до первого регионального водоупора. Это позволило учесть многие важные для мелиорации параметры (как например, скорость потока грунтовых вод, мощность водоносного пласта, глубину залегания грунтовых вод и т.д.). При аналитическом решении использовались совместно уравнение конвективной диффузии (1, 2, 4), имеющей место в капиллярной кайме и уравнение баланса солей в потоке грунтовых вод. Изменение депрессионной кривой вдоль по потоку в стационарном состоянии находилось из решения уравнения для фильтрационного потока. В дальнейшем эта математическая модель была заменена более точной [4]. В ней предлагается рассматривать нестационарную фильтрацию потока в грунте и решать соответствующее этому движению грунтовых вод уравнение Буссинеска.

В практике мелиоративных расчетов, сравнительно редко встречаются случаи, когда фильтрация и массообмен происходят в однородных изотропных грунтах. Как правило, грунт состоит из пластов, которые отличаются по механическому составу и водопроницаемости.

Вопросы распределения солей при вертикальной фильтрации в слоистом почвогрунте рассматривались в работах [2,4]. Авторы дают численное решение модели, представляющей собой систему двух дифференциальных уравнений с соответствующими краевыми условиями. Целый ряд интересных и практически важных задач был решен методом, основанным на количественном рассмотрении данного процесса.

Таким образом, анализ существующих математических моделей солепереноса дает нам возможность выбрать один из них или дополнить их соответствующими членами и решить начально – краевые задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1.Ковда В.А., Происхождение и режим засолен. почв. Т.1,2. М., 1946 - 1947г.г.
2. Веригин Н.Н. Основы теории растворения и выщелачивания солей при фильтрации воды в горных породах и грунтах. В кн.: «Инженерно – геологические свойства горных пород и методы их изучения». М., 1962.
3. Ботолаева Г.К., Основные факторы, влияющие на засоление и деградацию почвогрунтов и анализ их устранения. В наст. сборнике.
- 4.Соколенко Э.А. и др. Количественные методы в мелиорации засоленных почв.// «Наука» Казахской ССР., 1974.- 175с.

## УПРОЩЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ НЕСНИЖАЕМОЙ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РАЗЛОЖЕНИЙ

Бийбосунов А.И., Жусупбекова С.Т.

КНУ им. Ж.Баласагына, КНАУ им. К.Скрябина

Рассматриваются уравнение неразрывности и уравнения движения для несжимаемой жидкости, обтекающей вогнутую поверхность:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

При асимптотическом анализе будем использовать, ставшие уже традиционными при построении асимптотических теорий, обозначения для различных областей возмущенного течения:

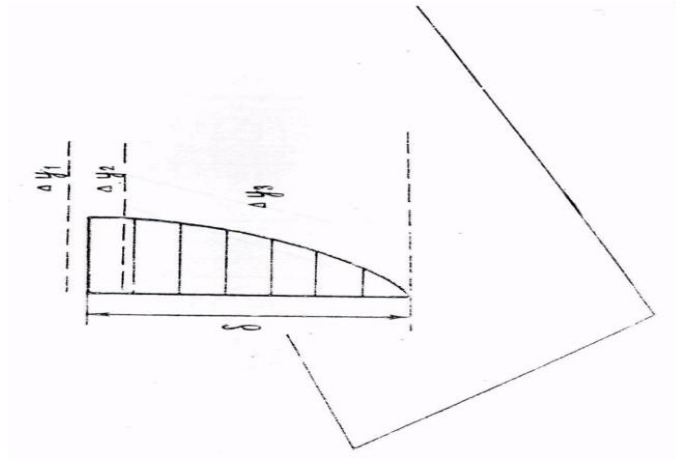


Рис. 1 Асимптотические области разложения.

Область I – возмущенная часть внешнего невязкого течения, ее характерная толщина

$$\Delta y_1 > \delta \sim O(\varepsilon)$$

Область II – основная часть пограничного слоя с характерной толщиной:

$$\Delta y_2 \sim \delta$$

Вязкая пристеночная область III с характерной толщиной:

$$\Delta y_3 < \delta$$

При построении асимптотической теории вихрей Гертлера [1] в пограничном слое жидкости будем предполагать, что потеря устойчивости основного плоского течения вблизи вогнутой поверхности вызывает нелинейные возмущения функций течения в области их локализации, например:

$$\Delta u \sim u$$

Следовательно, возмущения от вихрей уже в первом приближении влияют на характеристики основного плоского течения вблизи вогнутой поверхности. В поле центробежных сил тогда возникают возмущения давления:  $\Delta P \sim k u^2 \Delta y$ ,

которые индуцируют поперечные составляющие скорости:

$$w \sim \Delta w \sim \Delta P^{1/2} \sim k^{1/2} u \Delta y^{1/2}$$

Так как оценки для  $P$  и  $w$  получаются из сопоставления порядков величин конвективных членов уравнений (1), то очевидно, механизмы конвекции являются основными в процессе порождения вторичного вихревого течения.

Пусть возмущения зарождаются в области с характерной толщиной в виде:

$$\Delta y \sim O(a) < \delta \sim O(\varepsilon),$$

то есть толщиной меньшей, чем толщина пограничного слоя, расположенного непосредственно около вогнутой поверхности, где завихренность основного плоского течения вблизи вогнутой поверхности является наибольшей, а функции течения изменяются пропорционально расстоянию от поверхности, например:

$$u \sim \Delta y / \varepsilon.$$

Тогда справедливы следующие оценки для функций течения:

$$u \sim O(a/\varepsilon), \quad \Delta P \sim O(\varkappa a^3/\varepsilon^2), \quad w \sim O(\varkappa^{1/2} a^{3/2}/\varepsilon) \quad (2)$$

Принимая, что в общем случае толщина возмущенной области «а» соизмерима с ее шириной -  $\Delta z \sim O(c) \sim O(a)$ , и приравнивая порядки величин членов уравнения неразрывности (4.1.15), можно получить, что:

$$a \sim c \sim O(\varkappa b^2) \quad (3)$$

где «а», «b» и «с» - характерные толщина, протяженность и ширина пространственной возмущенной вихревой области течения, и:

$$\varepsilon^2 < a < c < b < 1$$

Соотношения (2) и (3) позволяют оценить порядки величин конвективных и основных диссипативных членов уравнений движения:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \sim O(\varkappa^2 b^3/\varepsilon), \quad \varepsilon^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \sim O(\varepsilon \varkappa b^2)$$

Из этих оценок видно, что в наименее вырожденном случае, когда механизмы конвекции и диссипации равнозначны и:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \sim \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

протяженность возмущенной области « $b$ » по порядку величины равна:

$$b \sim O(\varepsilon^{3/5} / \varkappa^{3/5}) < 1 \quad (4)$$

Оценки (2), (3) и (4) позволяют для возмущенной вихревой области течения III с характерными размерами:

$$\Delta x \sim O(b) \sim O(\varepsilon / \varkappa)^{3/5}$$

$$\Delta y \sim \Delta z \sim O(a) \sim O(c) \sim O(\varepsilon^{6/5} / \varkappa^{1/5})$$

расположенной непосредственно около вогнутой поверхности, ввести следующие переменные и асимптотические разложения функций течения:

$$\begin{aligned} x &= (\varepsilon^{3/5} / \varkappa^{3/5}) X_3, \\ y &= (\varepsilon^{6/5} / \varkappa^{1/5}) Y_3, \\ z &= (\varepsilon^{6/5} / \varkappa^{1/5}) Z_3, \\ u &= (\varepsilon^{1/5} / \varkappa^{1/5}) u_3 + \dots, \\ v &= \varkappa^{1/5} \varepsilon^{4/5} v_3 + \dots, \\ w &= \varkappa^{1/5} \varepsilon^{4/5} w_3 + \dots, \\ \Delta P &= \varkappa^{2/5} \varepsilon^{8/5} P_3 + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

где возмущение давления  $P$  отсчитывается от значения на вогнутой поверхности в точке зарождения неустойчивости основного плоского течения вблизи вогнутой поверхности.

Теперь подставим разложения (5) в систему уравнений (1) и совершим предельный переход при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $\varepsilon < \varkappa < 1$ . Тогда получим, что в первом приближении для области III справедливы параболизированные в продольном направлении уравнения Навье – Стокса без продольного градиента давления:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_3}{\partial X_3} + \frac{\partial \vartheta_3}{\partial Y_3} + \frac{\partial w_3}{\partial Z_3} &= 0 \\ U_3 \frac{\partial U_3}{\partial X_3} + \vartheta_3 \frac{\partial U_3}{\partial Y_3} + w_3 \frac{\partial U_3}{\partial Z_3} &= \frac{\partial^2 U_3}{\partial Y_3^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial Z_3^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$U_3 \frac{\partial \vartheta_3}{\partial X_3} + \vartheta_3 \frac{\partial \vartheta_3}{\partial Y_3} + w \frac{\partial \vartheta_3}{\partial Z_3} + KU^2_3 + \frac{\partial \rho_3}{\partial Y_3} = \frac{\partial^2 \vartheta_3}{\partial Y^2_3} + \frac{\partial^2 \vartheta_3}{\partial Z^2_3}$$

$$U_3 \frac{\partial w_3}{\partial X_3} + \vartheta_3 \frac{\partial w_3}{\partial Y_3} + w_3 \frac{\partial w_3}{\partial Z_3} + \frac{\partial \rho_3}{\partial Z_3} = \frac{\partial^2 w_3}{\partial Y^2_3} + \frac{\partial^2 w_3}{\partial Z^2_3}$$

На вогнутой поверхности должны выполняться обычные условия прилипания и непротекания:

$$U_3 = \vartheta_3 = w_3 = 0, \quad Y_3 = 0 \quad (7)$$

Внешние и начальные краевые условия получаются из сращивания с решением для пристеночной части основного плоского течения вблизи вогнутой поверхности (с нижней сдвиговой частью пограничного слоя около вогнутой поверхности):

$$U_3 \rightarrow AY_3, \quad \rho_3 \rightarrow -KA^2Y^3_3 \quad (8)$$

$$\vartheta_3, \quad w_3 \rightarrow 0, \quad X_3, \quad Y_3 \rightarrow \infty$$

где «А» - напряжение трения в продольном направлении на вогнутой поверхности в точке зарождения неустойчивости основного плоского течения вблизи вогнутой поверхности.

Предполагается исследовать периодические по поперечной координате «Z» - решения, поэтому:

$$f(X_3, Y_3, Z_3) = f(X_3, Y_3, Z_3 + \lambda) \quad (9)$$

$$f = U_3, \vartheta_3, w_3, \rho_3$$

где  $\lambda$  - длина волны вытянутых в продольном направлении стационарных вихрей Гертлера.

Краевая задача (6) – (9) описывает эволюционное нелинейное развитие вихрей Гертлера с длиной волны меньшей толщины пограничного слоя около вогнутой поверхности. Из характеристик основного плоского течения вблизи вогнутой поверхности в краевую задачу (6) – (9) входит только величина «А». Так как протяженность исследуемой области течения мала (как видно из формулы 4)), то

здесь несущественно продольное изменение функций течения в основном плоском течении вблизи вогнутой поверхности, которое происходит на характерной длине  $X=O(1)$ . Фактически же развитие коротковолновых возмущений происходит в плоскопараллельном потоке.

Таким образом, разработаны асимптотические методы решения уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости. Перспективные решения могут найти также теоретическое и практическое применение в таких областях, как при исследовании динамики селевых и оползневых течений, в межлопаточных каналах и гидравлических процессах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике. Москва, изд-во Мир, 1967 г.
2. El – Hady N.M., Verma A.K. Instability of compressible layers along curved walls with suction or cooling. AIAA paper, 1982, №82.
3. Peerhossaini H. On the subject of Gortler vortices. Lecture notes in Physics, 1984, ed. S. Zaleski, pp. 376 – 384.
4. Бийбосунов А.И., Основы оползневых процессов в Кыргызстане и их классификация // Наука и новые технологии. – Бишкек, 2006. №3. – С. 50-52

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ОБРАЩЁННЫМ НАЗАД НАКЛОННЫМ УСТУПОМ**

Курбаналиев А.Ы., Калеева А.К.

Кызыл-Кийский гуманитарно-педагогический институт  
Баткенского государственного университета, г. Кызыл-Кия

В данной работе рассматривается трёхмерное турбулентное отрывное течение в канале с прямоугольным сечением. Математическое моделирование основано на численном решении усреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса методом контрольных объемов. Адекватность математической модели проверяется путём сравнения численных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

1. Введение. Внутренние турбулентные течения при больших числах Рейнольдса в каналах с различными степенями расширения имеют большое практическое значение. В работах [ 1–2, 4] выявлено определяющее влияние геометрии течения и режимов потока. Выявлено, что в этом случае важными характеристиками такого класса течений являются число Рейнольдса, рассчитанное через высоту уступа и по максимальной скорости перед уступом; степени расширения канала и относительные геометрические размеры конфигурации стенок.

В последние годы вычислительная гидродинамика играет всё большую роль в решении задач гидродинамики и гидрологии. Увеличение мощности компьютеров, внедрение в область

вычислительной гидродинамики суперкомпьютеров позволяет моделировать течение вязкой жидкости с учётом достаточно сложных физических явлений.

Прямое численное моделирование на основе трёхмерных уравнений Навье-Стокса является перспективным методом [3] изучения турбулентных течений. Однако из-за ограниченных возможностей вычислительных систем данный метод реально применим для относительно простых течений при невысоких числах Рейнольдса.

Для численного моделирования гидродинамических процессов существует достаточно большое количество расчётных пакетов, как коммерческих, так и открытых. Для университетского сообщества наибольший интерес представляют открытые пакеты, которые позволяют решать не только инженерные и научные задачи, но и производить усовершенствования пакетов за счёт изменения исходного кода. Одним из таких пакетов является OpenFOAM 2.2.0 [5], который и был использован в настоящей работе.

Цель настоящей работы - численное моделирование отрывного течения несжимаемого газа в прямоугольном канале с обращенным назад наклонным уступом на основе стандартной  $k-\varepsilon$ -модели турбулентности.

2. Постановка задачи. Конфигурация рассматриваемой задачи соответствует экспериментальным данным работы [6] и без сохранения геометрической пропорции приведена на рис. 1. Стационарный турбулентный поток несжимаемой жидкости поступает слева в прямоугольную с поперечным сечением 25x250мм длиной 2250мм входную часть канала. Высота уступа была равна  $H=50$ мм, а степень расширения канала  $Er=3$ . В расчетах наклон уступа изменялся от  $15^\circ$  до  $90^\circ$ . Большое отношение ширины входной части к её высоте обеспечивает двумерность течения в центральной части

канала с приемлемой точностью, а длина входной части является достаточной для получения развитого турбулентного течения в плоскости начала наклонного уступа. Число Рейнольдса  $Re$ , рассчитанное через высоту уступа, равнялось величине 73000.

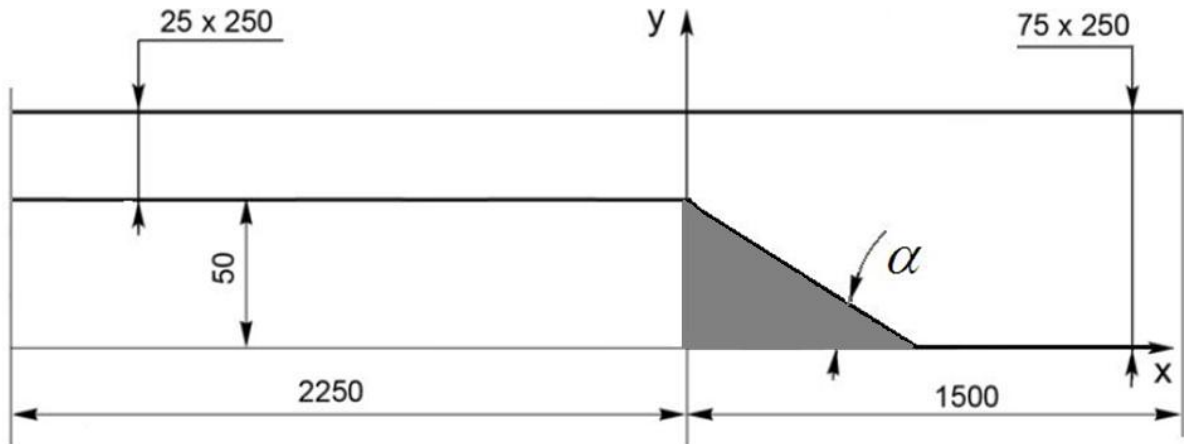


Рис. 1. Конфигурация рассматриваемой задачи.  
Все размеры указаны в мм.

3. Математическая модель. Законы сохранения массы и импульса для несжимаемого вязкого газа, при отсутствии массовых и поверхностных сил, приводят к следующим, усредненным по Рейнольдсу нестационарным уравнениям Навье-Стокса[7, с. 293]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j + \rho \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

где  $\bar{u}_i$  –  $i$ -ая компонента средней скорости в направлении координаты

$x_i$ ,  $\rho$  – плотность,  $\bar{p}$  – среднее давление,  $\bar{\tau}_{ij} = \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$  –

средний тензор вязких напряжений,  $\mu$  – молекулярная динамическая вязкость,  $\rho \overline{u'_i u'_j}$  – напряжения Рейнольдса, требующие моделирования.

Осреднение производится по времени, а штрих означает флуктуационную часть. При наличии массовых и других сил необходимо уравнение (2) дополнить соответствующими членами.

Для замыкания систем уравнений (1–2) необходимо ввести ту или иную модель турбулентности. Многие из моделей турбулентности, используемые на практике, основаны на понятиях турбулентной вязкости и турбулентной диффузии. Для течений общего вида введенная Буссинеском турбулентная вязкость, связывающая напряжения Рейнольдса с градиентами осредненного течения, может быть записана в следующей форме [7, с. 294]:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k, \text{ где } \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \text{ – турбулентная вязкость.}$$

Кинетическая энергия турбулентности  $k$  и скорость ее диссипации  $\varepsilon$  определяются из следующих транспортных уравнений [7, с. 295–296]

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_j k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + P_k - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_j \varepsilon})}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \quad (4)$$

где  $P_k = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$  – скорость генерации энергии турбулентности

средним течением, Безразмерные коэффициенты модели имеют следующие стандартные значения:

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3.$$

Начальные и граничные условия. Начальные значения скорости и давления во внутренних узлах расчетной области согласно руководству [5] пользователя OpenFOAM должны быть равны нулю. В целях обеспечения хорошей сходимости численного решения на первых шагах интегрирования кинетическая энергия турбулентности и скорость её диссипации имеют некоторые малые значения. На неподвижных твердых стенках расчётной области задано условие прилипания, что определяет равенство нулю всех компонентов вектора скорости. Для давления задано условие непроницаемости –

нулевой градиент этой величины (условие Неймана  $-\nabla p = 0$ ); для кинетической энергии турбулентности  $k$  и скорости её диссипации  $\varepsilon$  граничные условия задавались с помощью аппарата пристеночных функций [7, с. 298-299]. На выходе из канала давление полагалось равным нулю, а для остальных искомым переменных задавался нулевой градиент.

На входе осевая скорость была равна  $u_0 = 20.44 \text{ м/с}$ , а интенсивность турбулентности в средней части входного канала составляла 5%, что соответствует к следующему значению флуктуации продольной скорости  $u'_x = u'_y = u'_z = \frac{5 * u_0}{100} = 1.022 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Поэтому значение кинетической энергии турбулентности на входе в канал задается как  $k_{in} = \frac{3}{2} (u'_x)^2 = 1.567 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$ . Полагая, что длина турбулентного перемешивания  $l$  равна 10% от высоты входной части трубы значение скорости диссипации кинетической энергии турбулентности  $\varepsilon$  вычисляется по следующей формуле:  $\varepsilon_{in} = \frac{C_\mu^{0.75} \cdot k_{in}^{1.5}}{0.1 * 25 \cdot 10^{-3}} = 128.927 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

4. Численная модель. Дискретизация расчетной области получается методом контрольных объемов [8, с. 24]. Основная идея этого метода заключается в том, что вся расчетная область разбивается на ячейки гексаэдральной формы с последующей заменой дифференциальных уравнений алгебраическими, представляющими собой интегральные балансовые соотношения для каждой ячейки.

Для вычисления интегралов по контрольному объёму использовался метод Гаусса, а соответствующие значения величин на гранях контрольного объёма вычислялись из значений в центрах соседних ячеек путем применения тех или иных интерполяционных схем.

Для связанного расчета поля скорости и давления использовалась процедура SIMPLE[8, стр.84]. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений использовались итерационные солверы PCG [7, стр.107] и PBiCG метод (би-)сопряженных градиентов с предобуславливанием[7, стр.110]. В качестве предобуславливателя были выбраны процедуры DIC предобуславливатель, основанный на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого и DILU предобуславливатель, основанный на-упрощенной неполной LU факторизации.

Часто в итерационном методе решения необходимо бывает ограничить изменение каждой переменной от итерации к итерации. В противном случае изменение одной переменной приводит к изменениям коэффициентов остальных уравнений, что в свою очередь может снизить сходимость, или даже привести к расходимости всего итерационного процесса [8, с.48]. Коэффициент нижней релаксации для давления был равен 0.3, а для остальных величин (скорость, кинетическая энергия турбулентности и скорость её диссипации) равен 0.7.

Более детальную информацию о методах дискретизации и решения алгебраических уравнений можно найти в [5].

В целях экономии вычислительного времени, все расчеты сначала проводились на относительно грубой сетке с общим числом 16875 ячеек. Затем полученное поле, при помощи утилиты mapFields пакета OpenFOAM интерполировалось на более мелкую сетку из 337500 ячеек. При этом общее время расчета одного варианта задачи на компьютере Pentium ® Dual-Core CPU T4400 @2.20 GHz 2.87 Gb составило 1716 с., а для прямого расчета этого же варианта задачи на мелкой сетке потребовалось 14748с.

4. Результаты численных расчетов. На рис. 2. и рис. 3 представлены поперечные профили вектора скорости и

продольной интенсивности турбулентности  $I = (u'/U_0) * 100\%$  в различных сечениях вниз по потоку. Скорость разделена на величину  $U_0 = 22.85 \text{ м/с}$ , а продольная координата  $y$  представлена в единицах  $H$ . Сплошная линия соответствует численным результатам данной работы и маркер представляют экспериментальные данные работы [6].

5.

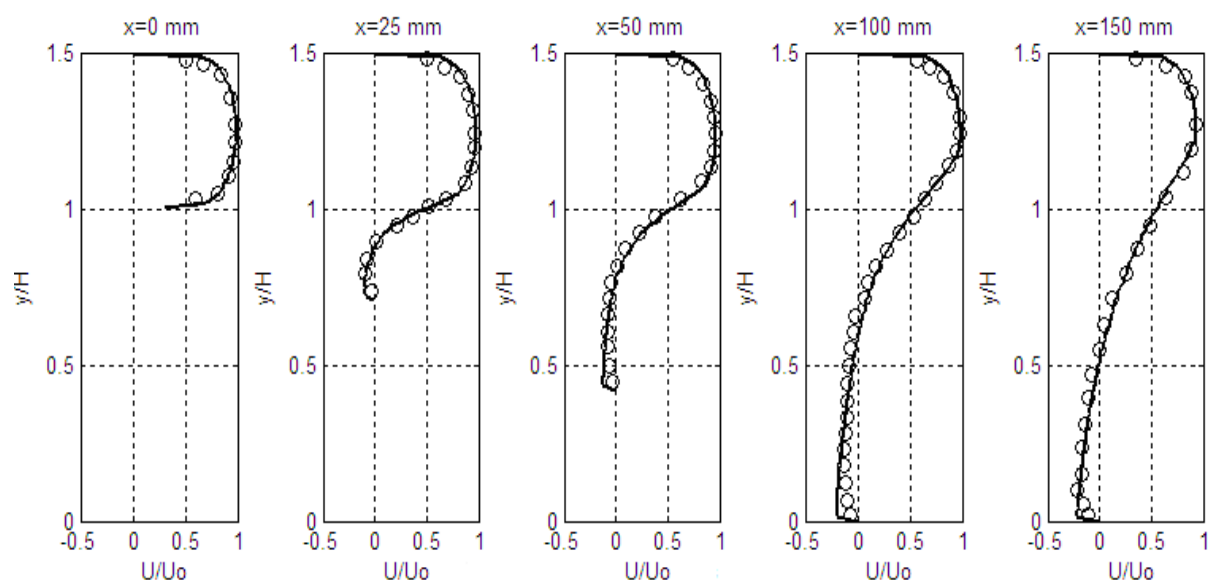


Рис. 2. Изменение безразмерной продольной скорости в различных сечениях.

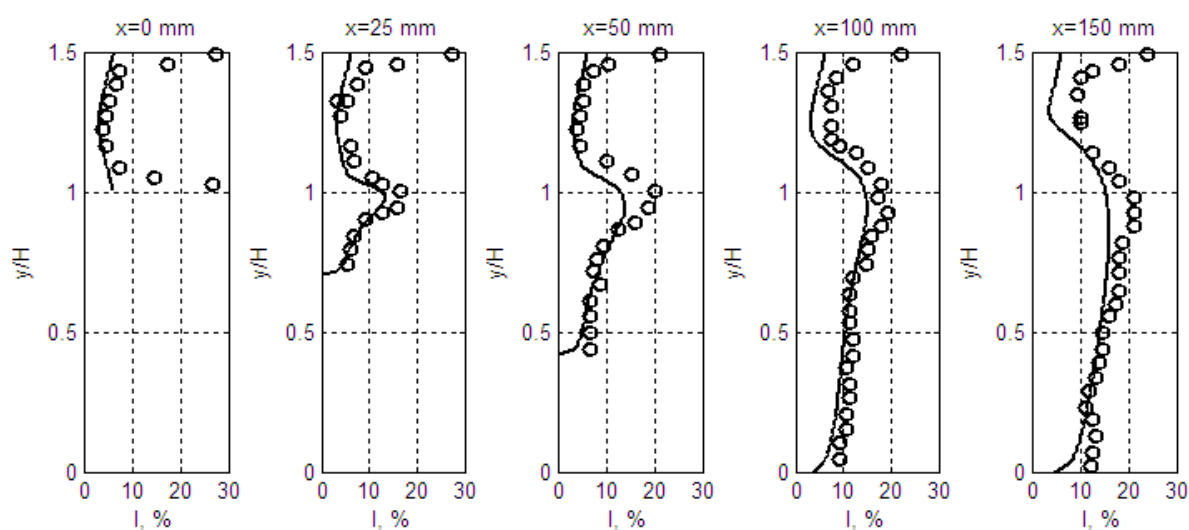


Рис. 3. Изменение интенсивности турбулентности в различных сечениях.

В целом соответствие между численными результатами и опытными данными по профилям средней скорости вполне удовлетворительное. Имеет место незначительное отличие между ними около нижней стенки в сечениях  $x=100\text{мм}$  и  $x=150\text{мм}$  от плоскости уступа. Максимум продольной интенсивности турбулентности расположен во внешнем слое рециркуляционной зоны, на расстоянии порядка  $y/H \approx 1$ . Имеющиеся отличия между численным расчетом и экспериментом по распределениям интенсивности турбулентности (см. рис. 3, сечение  $x=0\text{мм}$ ) и вблизи твердых стенок вниз по потоку можно объяснить известным недостатком примененной  $k-\varepsilon$  модели турбулентности [7, с.297].

Распределение вектора скорости для различных значений угла наклона уступа представлено на рис.4. Отличительной чертой течения при  $\alpha = 15^\circ$  является появление второй зоны рециркуляции около верхней стенки канала. Из-за образования вторичной зоны обратных течений около верхней стенки, структура течения при  $\alpha = 15^\circ$  отличается существенно от других значений угла наклона: поток отклоняется в сторону нижней стенки. А это в свою очередь влияет на длину основной зоны обратных токов около нижней стенки. Наличие этой зоны обратных токов отчетливо видно на рис. 5, где представлены линии тока при различных значениях  $\alpha$  (верхний левый рисунок).

С ростом угла наклона уступа длина рециркуляционной зоны около нижней стенки растет и достигает максимального значения при  $\alpha = 90^\circ$ . При этом координата точки присоединения составляет величину порядка  $7.3H$ .

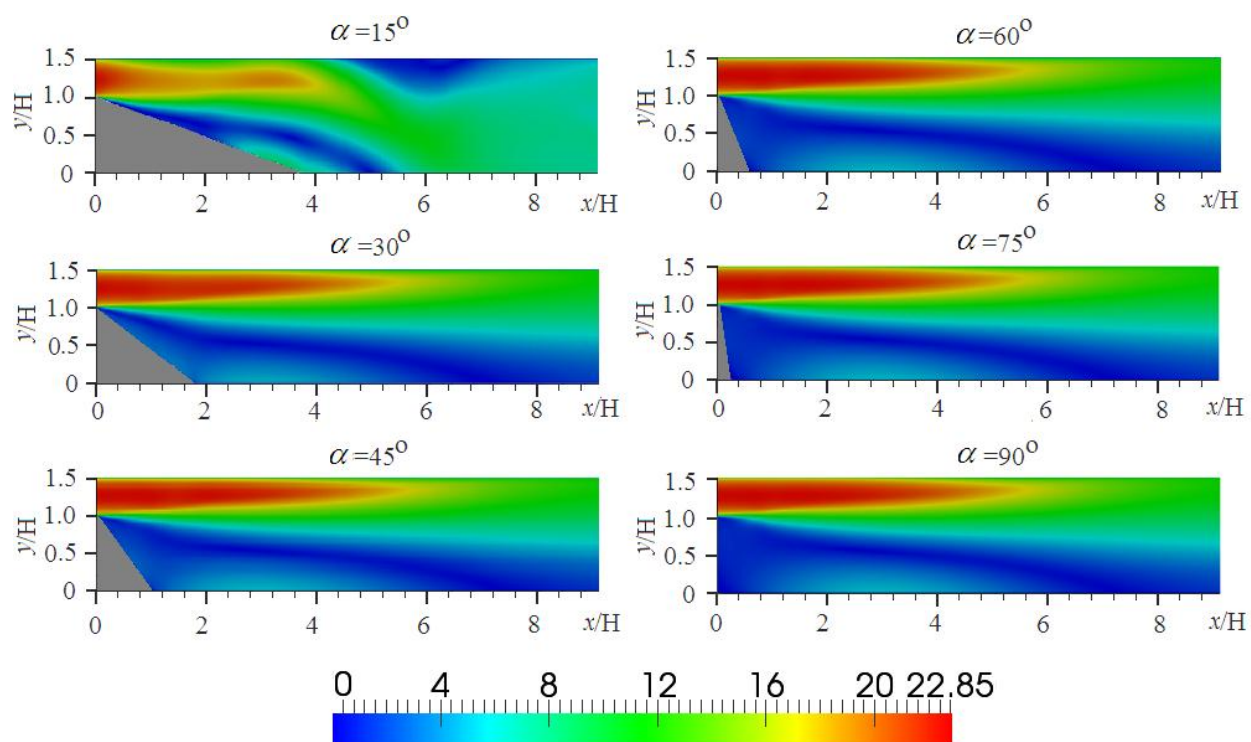


Рис. 4. Изоповерхность вектора скорости вблизи уступа при различных значениях  $\alpha$ .

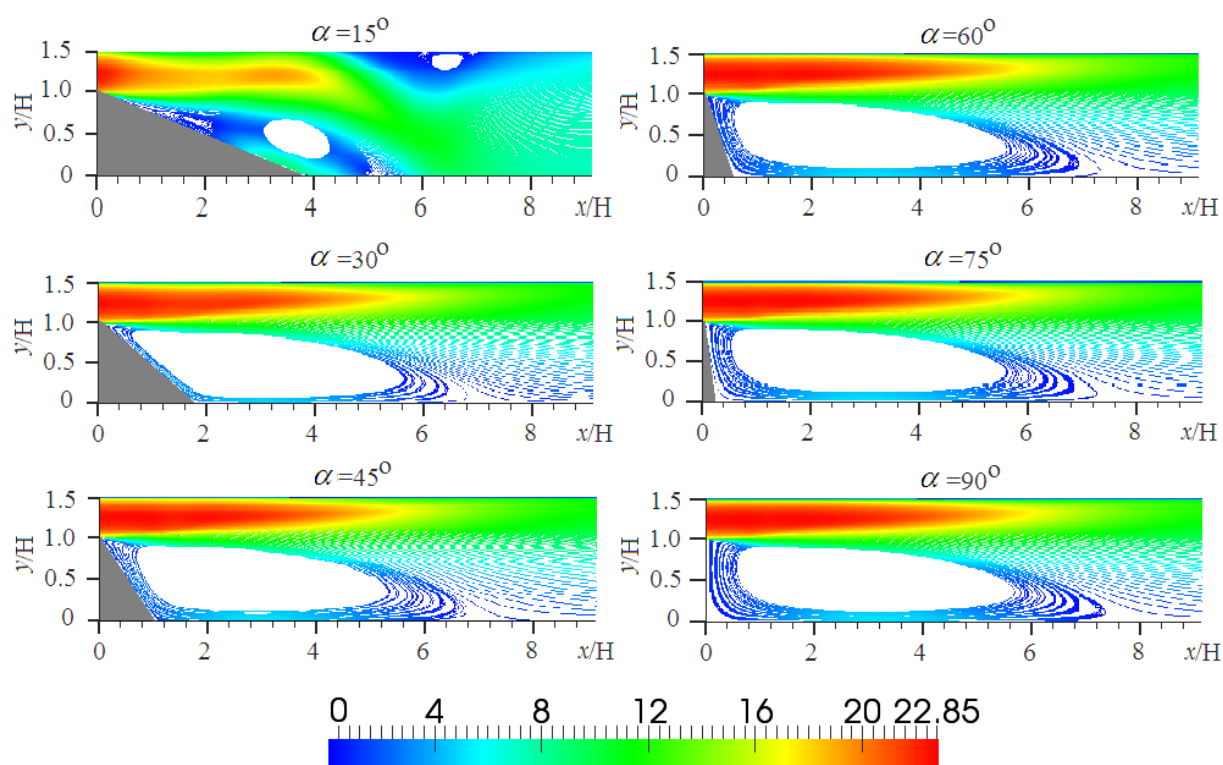


Рис. 5. Линии тока при различных значениях  $\alpha$ .

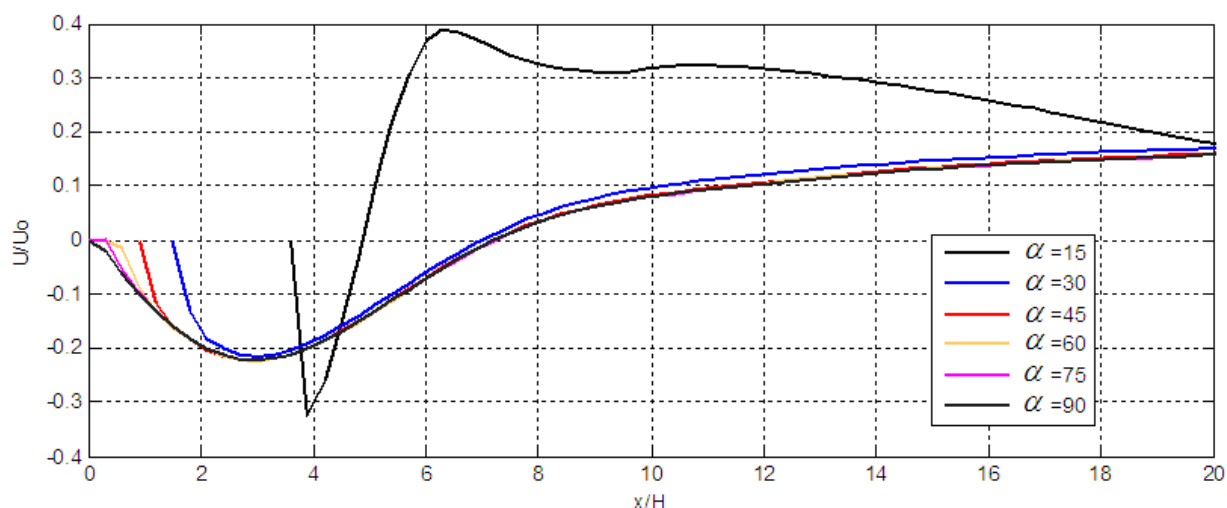


Рис. 6. Изменение безразмерной продольной скорости около нижней стенки.

Вышесказанное можно заметить из рис. 6, где представлены значения безразмерной продольной скорости при различных углах наклона. Видно, что при рассматриваемых значениях числа  $Re = 73000$  и степени расширения канала  $Er = 3$ , уменьшение угла наклона уступа приводит к уменьшению размера зоны обратных токов около нижней стенки. Изменение угла наклона между  $90^\circ$  до  $45^\circ$  не приводит к существенному изменению длины присоединения. Это отчетливо видно из рис.7., где представлена зависимость длины присоединения от угла наклона уступа. Подобное поведение наблюдалось и в экспериментальной работе [9].

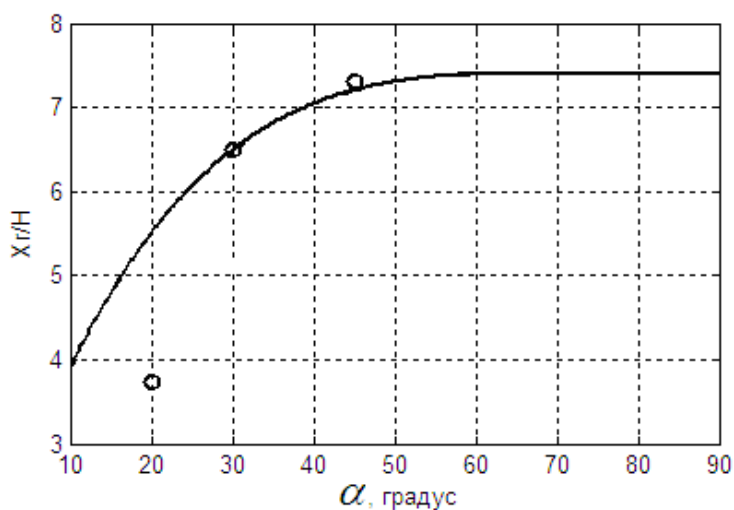


Рис. 7. Изменение безразмерной длины присоединения.

Одной из проблем при моделировании отрывных течений является существенный наклон области рециркуляции к расчетной сетке, что приводит к появлению сильной схемной диффузии [8, с.72]. В результате при численном моделировании трудно предсказать длину присоединения с приемлемой точностью. С уменьшением угла наклона уступа число неортогональных расчетных ячеек растет. Так, если при угле наклона  $\alpha = 30^\circ$  число таких ячеек составляло 50, то уже при  $\alpha = 15^\circ$  это число равно 3910 и все эти ячейки расположены вблизи наклонного уступа. По-видимому, с этим, в большей степени, связано расхождение между численными и экспериментальными данными при малых углах наклона – численный результат примерно в два раза превышает экспериментальное значение (см. рис 7).

### Заключение

В данной работе рассматривается двухмерное турбулентное отрывное течение в канале с прямоугольным сечением. Математическое моделирование основано на численном решении усреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса методом контрольных объемов. Адекватность математической модели проверяется путём сравнения численных результатов с имеющимися экспериментальными данными. Численные расчеты проведены для различных углов наклона уступа от  $15^\circ$  до  $90^\circ$ . Получено достаточно удовлетворительное совпадение численных данных с экспериментальными данными по распределениям средней скорости и интенсивности турбулентности в различных сечениях вниз по потоку. Численное значение длины присоединения для углов наклона от  $30^\circ$  и выше хорошо согласуется с опытными данными, однако, при малых углах имеет место различие. Кроме того, при угле наклона в  $15^\circ$  численно обнаружено отрывное течение около верхней твердой границы канала.

В дальнейшем особое внимание следует уделить точности определения длины присоединения при малых углах наклона уступа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Терехов В. И., Ярыгина Н. И., Жданов Р. Ф. Особенности течения и теплообмена при отрыве турбулентного потока за уступом и ребром. 1. Структура течения // Прикладная механика и техническая физика. 2002. Т.43, №6. С.126-133.
2. Le H., Moin P., Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step // Journal of Fluid Mechanics. 1997. V. 330. P. 349–374.
3. Driver D., Seegmiller H. Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow // AIAA Journal. 1985. V. 23, №2. P. 163–171.
4. Jovic S. An experimental study of a separated/reattached flow behind a backward-facing step.  $Re_H = 37\,000$ . Techn. Memorandum / NASA. N110384. California, 1996.
5. <http://www.openfoam.org/version2.2.0/>.
6. Prihoda J., Kotek M., Uruba V., Kopecky V., Hladik O. Experimental investigation of turbulent flow in a channel with the backward-facing inclined step // European Physics Journal. Web of Conferences. 2012. V.25. 01080. Available at: [http://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2012/07/epjconf\\_EFM2011\\_01080.pdf](http://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2012/07/epjconf_EFM2011_01080.pdf)
7. Ferziger J. H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer Verlag, 2002. 423 p.
8. Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с. англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152с.
9. Ruck, B., Makiola, B., 1993: "The Flow over the Inclined Step", Notes on Numerical Fluid Mechanics, (Hrsg. Gersten), Vieweg-Verlag, Volume 40, pp. 47-55. Available at [http://www.ifh.uni-karlsruhe.de/science/aerodyn/bilder\\_orginale/papers/Ruck\\_Makiola\\_1993.pdf](http://www.ifh.uni-karlsruhe.de/science/aerodyn/bilder_orginale/papers/Ruck_Makiola_1993.pdf)

## **РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИИ СБОРНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ АЛМАТИНСКОГО МЕТРОПОЛИТЕНА**

Баймахан А.Р, Кабаева Г.Д. , Сейнасинова А.А., Баймахан Р.Б.

ИГиОН НАН КР, г. Бишкек,  
Академия гражданской авиации Казахстана,  
ИМиМ НАН РК, г Алматы

Исследуется напряженно-деформированное состояние (НДС) массива вокруг тоннельной выработки со сборной железобетонной обделкой. Эпюрами указываются наиболее уязвимые места контура на внешние силовые воздействия.

В качестве реальной конструкции взята сборная железобетонная обделка перегонного тоннеля Алматинского метрополитена (рисунок 1). Она состоит из семи сегментов. Радиусы обделки равны: внутренний  $r_1 = 2,55$  м, внешний  $r_2 = 2,75$ . В каждом сегменте по толщине в бетоне расположены три ряда арматур с диаметрами  $d_a = 0,02$  м. Общая толщина железобетонного сегмента  $\delta = 0,2$  м.

Тоннель заложен на глубине  $H = 27,45$  м от земной поверхности в валунно – галечниковом грунте. В качестве внешних нагрузок выступают вес налегающего массива и сейсмическое воздействие от 9-балльного землетрясения.

Раньше считалось, что территория города Алматы расположена на наклонной равнине на конусах выносов горных рек

Большой и Малой Алматинок. Сейчас она простирается на Юге до Ядерного Центра расположенного на поселка Алатау на уровне города Талгар и на Западе до горной реки Аксая. Наклонную структуру имеет не только земная поверхность, но и грунтовая толща. Тщательное изучение литологии позволяет констатировать, что внутренне пространство современных отложений местами тоже имеет наклонной и анизотропную строения.

На рисунке 1 показана структура грунтовой толщи центральной части проспекта Абая, где имеются несколько подземные станции метрополитена.

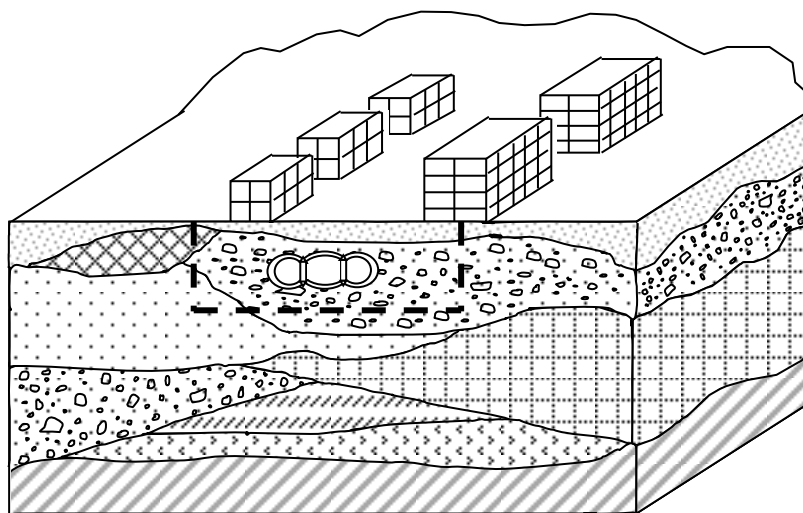


Рис. 1. Неоднородное строение грунтовой толщи центральной части города Алматы /1/.

Физико-механические свойства массива и элементов обделки заимствованы у технического отдела ОАО «Алматыметрокурылыс». Прочностные характеристики материалов взяты из работы /1/.

Задача решена методом конечных элементов (МКЭ). Расчетная область, содержащая тоннельную выработку, имеет по основанию и высоте 60,0 м.. Ось тоннеля находится на глубине  $H=30$  м. При таких размерах расчетной области выполняется условие  $\sigma_z \approx \gamma H$  везде вне области концентраций напряжений.

На границах области ставятся следующие условия: на основании отсутствуют вертикальные перемещения  $W \approx 0$ , допускаются горизонтальные перемещения  $U \neq 0$ ; на боках  $U = 0$ ,  $W \neq 0$ . Земная поверхность свободна от нагрузок  $\sigma_z = 0$ ,  $\tau_{xz} = 0$ .

Условия контактного взаимодействия предполагают равенство нормальных радиальных и касательных напряжений и перемещений обнаженной поверхности тоннельной выработки и внешней поверхности выработки, т.е.  $\sigma_r^n = \sigma_r^{об}$ ,  $\tau_{r\theta}^n = \tau_{r\theta}^{об}$ ,  $U_r^n = U_r^{об}$ ,  $U_\theta^n = U_\theta^{об}$ .

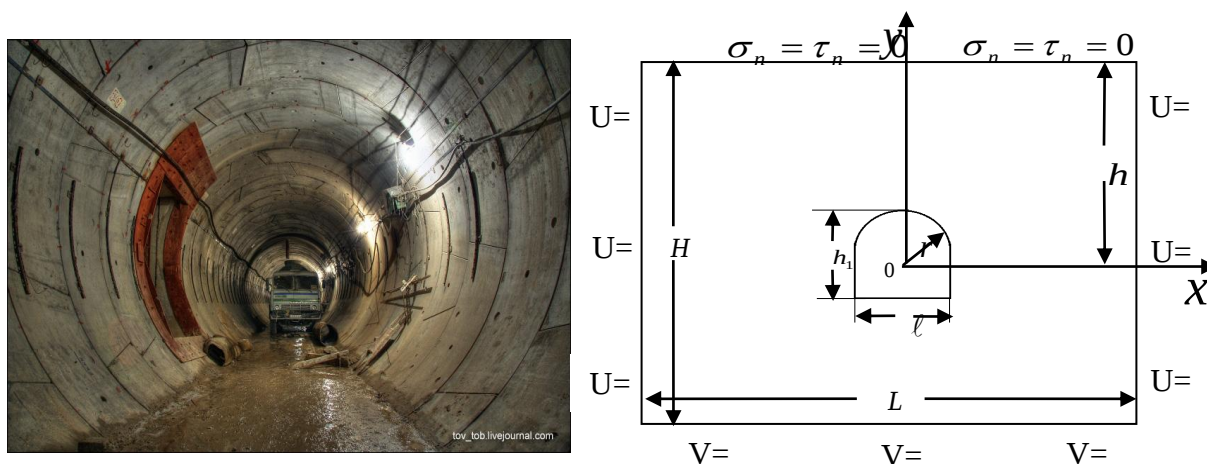


Рис. 2. Сборная железобетонная обделка тоннеля после сборки (а) и ее расчетная схема (б).

На рисунке 2 показаны эпюры сжимающих тангенциальных нормальных напряжений  $\sigma_\theta$  контура незакрепленного тоннеля. Видно, что концентрация сжимающих напряжений заметно смещается к углам на подошве контура. Наименьшие сжимающие напряжения наблюдаются в области свода, а на подошве появляются незначительные растягивающие напряжения.

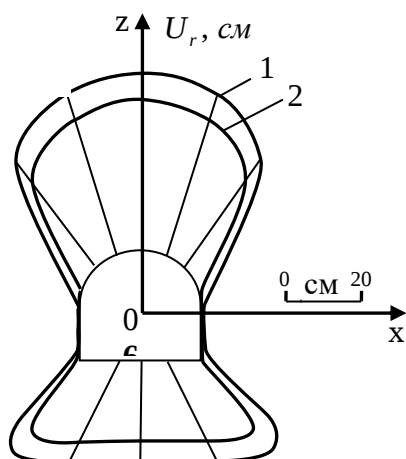


Рис. 3а. Эпюры радиальных перемещений при неупрочненном (кривая 1) и упрочненном (кривая 2) грунтах

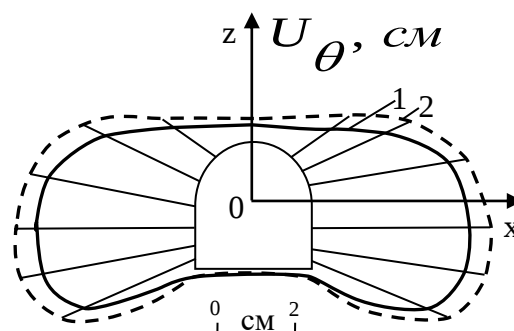


Рис. 3б. Эпюры тангенциальных перемещений при неукрепленном (кривая 1) и укрепленном (кривая 2) грунтах

Соответствующие этим случаям эпюры радиального перемещения показана на рисунке 3а. Боковые области почти не перемещаются. Перемещения свода после укрепления грунта уменьшились на 11 см. Для полноты анализа на рисунке 3б показана тангенциальные перемещения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в однородной толще методом конечных элементов. (под редакцией академика Ш.М. Айталиева). Алмата, 2002. –230 с.

**ИССЛЕДОВАНИЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ  
ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ И  
ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТЯМ КОЭФФИЦИЕНТОВ  
ПОЧВЫ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ**

Туганбаев У.М., Сагындыкова Р.К.

Кыргызский национальный аграрный университет им.К.И.Скрябина

Как известно, в почве естественного сложения первопричиной процесса теплообмена является наблюдающийся всегда и повсеместно вертикальный температурный перепад меняющий знак от дня к ночи. Благодаря этому возникает процесс теплопроводности, обуславливающий обмен теплом внутри почвы между различными глубинами.

Для нахождения температурного поля в почве, где действуют основные факторы процесса, к которым относятся: кондуктивная теплопроводность, конвекция в порах почвы, излучения в порах, перенос влаги является задачей исключительной сложности. Основным и эффективным средством, позволяющим обойти эти сложности и успешно решать многие практические задачи, может служить двумерная модель уравнения эквивалентной теплопроводности [1].

$$C(x, y, t) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(x, y, t) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda(x, y, t) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (1)$$

Уравнение (1) является нелинейным двумерным дифференциальным уравнением теплопроводности и нахождения его решений довольно сложно. Коэффициенты теплопроводности и теплоемкости имеют

сложную зависимость от переменных  $x, y, t$ , а возможно и от самой функции  $T$ . Существуют различные виды экспериментальных зависимостей, а также линеаризация этих зависимостей [3].

Для исследования последнего нелинейного уравнения теплопроводности, подставим следующие начально-краевые условия:

$$\begin{aligned} T(x, y, 0) &= F_0(x, y), \\ T(0, y, t) &= F_1(y, t), \\ T(H, y, t) &= F_2(y, t) \end{aligned} \quad (2)$$

При решении нелинейного уравнения (1), вся трудность заключалась именно в определении коэффициентов теплоемкости  $C(x, y, t)$  и теплопроводности  $\lambda(x, y, t)$ , и как указано выше, они определялись из экспериментальных данных или, зная законы их изменения, приближенно вышеуказанные характеристики описывались определенными количественными зависимостями от  $x, y$  и  $t$ .

I. Пусть коэффициенты  $C(x, y, t)$  и  $\lambda(x, y, t)$  подчинены одинаковым законам изменения - экспоненциальным как

$$C(x, y, t) = C_0 e^{\gamma T} \quad \lambda(x, y, t) = \lambda_0 e^{\gamma T}, \quad (3)$$

тогда подставляя их в уравнения (1), после некоторых математических преобразований, получим следующее нелинейное уравнение

$$T_\tau = T_{xx} + T_{yy} + \gamma(T_x^2 + T_y^2), \quad \text{где} \quad \tau = \frac{\lambda_0}{C_0} t. \quad (4)$$

Введем новую зависимую функцию в виде  $Q = \exp \gamma T$  (5)

Определяя частные производные  $Q_\tau = \gamma e^{\gamma T} T_\tau$ ,  $Q_x = \gamma e^{\gamma T} T_x$ ,

$$Q_{xx} = \gamma e^{\gamma T} (\gamma T_x^2 + T_{xx}), \quad Q_y = \gamma e^{\gamma T} T_y, \quad Q_{yy} = \gamma e^{\gamma T} (\gamma T_y^2 + T_{yy})$$

и подставляя в (4), получим линейное уравнение в частных

производных второго порядка  $Q_\tau = Q_{xx} + Q_{yy}$  (6)

1) Предположим, что уравнение (6), имеет решение в классической форме

$$Q(x, y, \tau) = f_0(x) f_1(y) f_2(\tau) \quad (7)$$

Определяя частные производные и подставляя в исследуемое уравнение имеем следующее соотношение

$$f_0(x) f_1(y) f_2'(\tau) = f_0''(x) f_1(y) f_2(\tau) + f_0(x) f_1''(y) f_2(\tau) \quad (8)$$

Пусть  $f_0(x) = \exp kx$ ,  $f_1(y) = \exp my$  тогда разделяя уравнение (8) на произведение функций  $f_0(x) f_1(y)$ , получим  $f_2'(\tau) = (k^2 + m^2) f_2(\tau)$ , (9)

общим решением, которого будет  $f_2(\tau) = c_0 \exp(k^2 + m^2)\tau$ , (10)

а сама искомая функция окончательно запишется следующим образом  $Q(x, y, \tau) = c_0 \exp kx \cdot \exp my \cdot \exp(k^2 + m^2)\tau$  (11)

2) Предположим, что решение уравнения (6) можно искать в другой форме  $Q(x, y, \tau) = f_0(x) f_1(y) f_2(\eta)$ ,  $\eta = x + y + c\tau$  - плоская волна (12)

Определяя  $Q_\tau, Q_x, Q_{xx}, Q_y, Q_{yy}$  и подставляя их в уравнение (6), получим дифференциальное уравнение, которое после деления на произведение  $f_0(x) = \exp nx$ ,  $f_2(\eta) = \exp r\eta$ , записывается в виде обыкновенного дифференциального уравнения

$$f_1''(y) + (n^2 - c)r f_1(y) = 0 \quad (13)$$

где его решением будет  $f_1(y) = c_0 \exp(\sqrt{(c - n^2)r} y) + c_1 \exp(-\sqrt{(c - n^2)r} y)$ , при этом сама искомая функция запишется

$$Q(x, y, \tau) = \exp nx \cdot \exp r\eta \cdot [c_0 \exp(\sqrt{(c - n^2)r} y) + c_1 \exp(-\sqrt{(c - n^2)r} y)] \quad (14)$$

3) теперь будем искать решение уравнения (6) в более сложном виде

$$Q(x, y, \tau) = f_0(x) f_1(y) [f_2(\eta) + f_3(\tau)], \quad \eta = x + y + c\tau \quad (15)$$

Здесь также определяя все частные производные и подставляя в (6), имеем:

$$f_0 f_1 [cf_2' + f_3'] = f_0'' f_1 [f_2 + f_3] + 2f_0' f_1' f_2' + 2f_0 f_1 f_2'' + f_0 f_1'' [f_2 + f_3] + 2f_0 f_1' f_2' \quad (16)$$

Пусть  $f_0(x) = \exp bx$ ,  $f_1(y) = \exp my$ , тогда разделяя уравнение (16) на произведение функций  $f_0(x)f_1(y)$ , получим систему из двух уравнений

$$\text{а. } f_3' - (b^2 + m^2)f_3 = 0, \text{ б. } 2f_2'' + (2m + 2b - c)f_2' + (b^2 + m^2)f_2 = 0$$

Из первого уравнения определим

$$f_3(\tau) = c_0 \exp(b^2 + m^2)\tau \quad (17)$$

Из второго уравнения, записанного в виде обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$$2f_2'' + (2m + 2b - c)f_2' + (b^2 + m^2)f_2 = 0, \quad (18)$$

определим его решение, зная, что его характеристическое уравнение имеет корни вида

$$k_{1,2} = \frac{-(2m + 2b - c) \pm \sqrt{(2m + 2b - c)^2 - 8(b^2 + m^2)}}{4} \quad (19)$$

Здесь возможны три случая:

а) корни действительны и различны, тогда общее решение имеет вид

$$f_2(\eta) = c_1 \exp k_1 \eta + c_2 \exp k_2 \eta, \quad (20)$$

в этом случае искомая функция записывается как

$$Q(x, y, \tau) = \exp bx \cdot \exp my \cdot [c_1 \exp k_1 \eta + c_2 \exp k_2 \eta + c_0 \exp(b^2 + m^2)\tau] \quad (21)$$

б) корни кратные, тогда  $f_2(\eta) = (c_1 + c_2 \eta) \exp k \eta$ , (22) а сама функция  $Q(x, y, \tau)$  окончательно примет вид

$$Q(x, y, \tau) = \exp bx \cdot \exp my \cdot [(c_1 + c_2 \eta) \exp k \eta + c_0 \exp(b^2 + m^2)\tau] \quad (23)$$

в) корни комплексные, т.е.  $k_1 = \alpha + i\beta$ ,  $k_2 = \alpha - i\beta$ , тогда получим решение  $f_2(\eta) = \exp \alpha \eta (c_1 \cos \beta \eta + c_2 \sin \beta \eta)$  (24)

При этом искомая функция принимает вид

$$Q(x, y, \tau) = \exp bx \cdot \exp my \cdot [\exp \alpha \eta (c_1 \cos \beta \eta + c_2 \sin \beta \eta) + c_0 \exp(b^2 + m^2)\tau] \quad (25)$$

II. Предположим, что коэффициенты теплопроводности и теплоемкости, определенные из экспериментальных данных могут быть записаны как  $C(x, y, \tau) = c_0 T^n, \lambda(x, y, \tau) = \lambda_0 T^m$ ,

тогда уравнение (1) запишется в виде

$$T^{n-m+1} T_\tau = T(T_{xx} + T_{yy}) + m(T_x^2 + T_y^2) \quad (26)$$

Уравнение (26) будет нелинейным при любом  $n \neq m$ , а также если:

а)  $n < m$  на единицу  $T_\tau = TT_{xx} + TT_{yy} + 2(T_x^2 + T_y^2), n=1, m=2 \quad (27)$

б)  $n > m$  на единицу  $T^2 T_\tau = TT_{xx} + TT_{yy} + T_x^2 + T_y^2, n=2, m=1 \quad (28)$

в) при  $n=m=1$  уравнение (26) может записаться в виде

$$TT_\tau = TT_{xx} + TT_{yy} + T_x^2 + T_y^2, \quad (29)$$

или с привлечением функции

$$Q(x, y, \tau) = T^2(x, y, \tau), \quad (30)$$

получим следующее линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$Q_\tau = Q_{xx} + Q_{yy}, \quad (31)$$

эквивалентное уравнению (6) по структуре, но неравное ему по значению.

Определим решение уравнения (31) в автомодельной форме [2]

$$Q(x, y, \tau) = \tau^n f(\xi), \quad \xi = -\frac{(x+y)^2}{8\tau} \quad (32)$$

Определяя частные производные:  $Q_\tau = n \cdot \tau^{n-1} \cdot f(\xi) - \tau^{n-1} \cdot f' \cdot \xi$ ,

$$Q_{xx} = 4a\tau^{n-1}\xi f'' + 2a\tau^{n-1}f', \quad Q_{yy} = 4a\tau^{n-1}\xi f'' + 2a\tau^{n-1}f'$$

и подставляя в рассматриваемое уравнение (31), получим

$$\xi f'' + \left[ \frac{1}{2} - \xi \right] f' + nf = 0, \quad (33)$$

которое является вырожденным гипергеометрическим уравнением Гаусса, имеющее два класса частных решений [2]

$$f(\xi) = c_1 F\left(-n; \frac{1}{2}; \xi\right) + c_2 \xi^{1/2} F\left(\frac{-2n+1}{2}; \frac{3}{2}; \xi\right) \quad (34)$$

где  $F|\xi| = 1 - 2n\xi - \frac{2n(-n+1)}{3}\xi^2 + \dots + (-n+R-1)\xi^R / (R-1/2)R! + \dots$

Это функция Похгаммера или вырожденная гипергеометрическая функция, представленная с помощью ряда, сходящегося при всех значениях  $\xi$ .

С учетом решения (32), общее решение имеет вид:

$$Q(x, y, \tau) = \tau^n \left[ c_1 F\left(-n; \frac{1}{2}; \xi\right) + c_2 \xi^{1/2} F\left(\frac{-2n+1}{2}; \frac{3}{2}; \xi\right) \right] \quad (35)$$

Таким образом, рассмотренные два вида линеаризации уравнения (1), которые позволяют аналитически решить сложную задачу распространения тепла в почвогрунте с различными ее теплофизическими характеристиками. Сравнивая, полученные решения (35) с начально – краевыми условиями (2), если они будут записаны в явном виде, тогда можем определить постоянные интегрирования  $c_1, c_2$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Чудновский А.Ф. Теплообмен в дисперсных средах. Л., Гостехиздат, 1954г, 444с.
2. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., Наука, 1976 г., 576с.
3. Куртнер Д.А., Решетин О.Л., Чудновский А.Ф. Решение уравнения теплопроводности при переменном коэффициенте переноса. // Сб. трудов по агроном. физике», 1970 г., № 26. – с.71-79.

## **ГРАВИТАЦИОННЫЕ СМЕЩЕНИЯ ОТВАЛОВ НА ВЫСОКОГОРНОМ РУДНИКЕ КУМТОР**

Торгоев И.А., Оморев Б.

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР

Рассматривается движение отвалов пустых пород и льда, отсыпанных на склонах и ледниках высокогорного золоторудного месторождения Кумтор, расположенного в центральной части Тянь-Шаня (Кыргызстан). До настоящего времени нигде в мире не было прецедентов складирования пустых пород и льда на активных горных ледниках. На грандиозных отвалах, отсыпанных на леднике Давыдова, сформировался оползень, скорость смещения которого резко возросла весной 2013 г. В результате ускоренной подвижки каменно-ледовой массы был разрушен ряд объектов рудника Кумтор с экономическим ущербом около 90 млн. долларов США. В статье приводятся результаты мониторинга смещений оползня и даётся анализ причин его ускорения. Выполнена оценка возможных экологических последствий дальнейшего развития процессов гравитационного смещения отвальных пород на окружающую среду и объекты рудника Кумтор.

Введение. Своевременное выявление и решение геотехнических и геоэкологических проблем, связанных с освоением минеральных ресурсов высокогорья является ключевым вопросом в экономическом развитии Кыргызстана. Одной из таких актуальных проблем является оценка рисков [1,2] и прогноз влияния крупномасштабного техногенного воздействия на многолетнемёрзлые

породы и ледники, которые являются законсервированными источниками влаги для аридных районах Центральной Азии.

В качестве примера рассматривается ситуация, которая в настоящее время складывается на высокогорном руднике Кумтор, в горах Тянь-Шаня (рис.1). Начиная с 1996 г. отвальные породы карьеров этого крупномасштабного рудника складировались на ледниках Лысый, Давыдова и Сары-Тор (рис. 1б). В 2012 г. общая масса отвальных пород достигла почти 1 млрд. тонн. При разработке месторождений полезных ископаемых в циркумполярных и высокогорных регионах на отвалах пустых пород могут возникать гравитационные смещения консолидированных масс льда, снега и раздробленных горных пород. Оползни на подобных отвалах иногда напоминают каменные глетчеры, широко распространённые в верхнем поясе гор Тянь-Шаня. Каменные глетчеры представляют собой естественные скопления обломочного материала и льда, обладающие самостоятельным движением под действием силы тяжести [3]. А.П. Горбунов определяет каменные глетчеры как крупные формы мерзлотного рельефа, по общему облику напоминающие долинные ледники, а еще в большей степени - оползни [4].

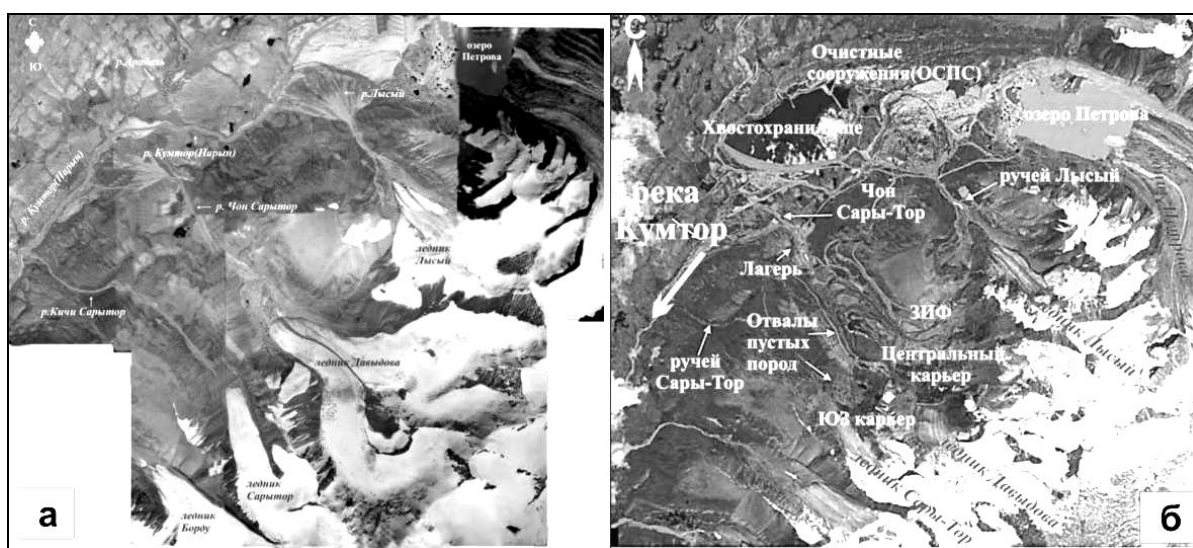


Рис.1. Снимки района Кумторского золоторудного месторождения в 1980 г., до начала разработки (а) и по состоянию на октябрь 2012 г. (б) с указанием основных природных и техногенных объектов рудника.

Именно такой грандиозный техногенный оползень объёмом около 200 млн. м<sup>3</sup>, состоящий из смеси отвальных пород и глетчерного льда, сформировался на отвалах высокогорного рудника Кумтор, размещённых в бассейне ледника Давыдова (рис.1б, 2-3). Ускоренное движение оползня в апреле 2013 г. вызвало разрушение ряда объектов рудника с большими экономическими потерями. Возникла угроза трансформации гравитационного смещения отвалов в селевой поток с неблагоприятными экологическими последствиями в виде загрязнения отходами рудника бассейна реки Нарын (Сырдарья).

Учитывая уникальность проблемы, связанной с неустойчивостью грандиозных отвалов на ледниках рудника Кумтор, в настоящей статье рассмотрена предыстория возникновения гравитационного смещения каменно-ледовой массы отвалов в долине ледника Давыдова, результаты геотехнических исследований зоны скольжения и мониторинга оползневых смещений, охарактеризован механизм ускоренного смещения оползающих отвалов.

#### 1. Общие сведения о районе высокогорного рудника Кумтор и леднике Давыдова

Золоторудное месторождение Кумтор находится в высокогорном районе Центрального Тянь-Шаня, на высотах от 3900 до 4400 м. Проект реализуется совместным кыргызско-канадским предприятием «Кумтор оперейтинг компани» (КОК) в зоне активных ледников и сплошного распространения многолетнемёрзлых пород (ММП), в горном массиве Акшыйрак, который является одним из крупнейших узлов современного оледенения на территории Кыргызстана.

Ледник Давыдова, в бассейне которого возник оползень на отвалах, расположен на северо-западном склоне хребта Акшыйрак (41°51'С; 78°12'В), между ледниками Лысый и Сары-Тор (рис.1). Длина ледника до начала разработки месторождения составляла около 6 км, площадь ледника -11,6 км<sup>2</sup>. Общий объём льда глетчера до начала

разработки месторождения оценивался в 720 млн. м<sup>3</sup>. Максимальная, измеренная в 1985 г. толщина льда в зоне основного потока ледника достигала 130 м. Результаты радиолокационного зондирования, термобурения и термометрии в скважинах позволили установить, что ледник Давыдова имеет политермическую структуру, то есть состоит из холодного льда в верхней части толщи и тёплого льда в придонной её части [5]. На основании комплексных исследований в 1985 г. был сделан также вывод о наличии воды в придонном слое ледника даже зимой, что вероятно сказывалось на динамических характеристиках ледника. Наличие воды на ложе ледника полностью подтвердилось при бурении сети скважин в зоне отвалов и ледника в 2009 г. Указанные особенности гидротермического режима ледника Давыдова могут оказывать влияние на его механическую устойчивость и являться причиной пульсаций ледника, подобных последней его подвижке в 1974-1977 гг. Сроки очередной пульсации ледника в естественных условиях, не нарушенных техногенной нагрузкой, прогнозировались В.Е. Кузьмичёнком на 2014-2015 гг. [6]. Этот прогноз базировался на предположении, что период пульсации ледника Давыдова составляет около 45 лет.

На основании измерений скорости движения в различных местах (потоках) ледника был сделан вывод о механизме его движения, в виде скольжения ледника единым блоком по ложу. Общая скорость движения языка ледника Давыдова, включавшая скорость движения по ложу и внутриледниковые смещения, в период до начала разработки месторождения достигала 15-20 м/год. За период инструментальных наблюдений с 1932 по 1984 гг язык ледника отступил на 380 м, а высота поверхности на расстоянии около 800 м от конца языка уменьшилась на 21 м. Средняя скорость движения останцев ледника в октябре 2013 г. составляла 0.19 м/сутки, максимальная 3.1 м/сутки.

Таким образом, добычу золотоносной руды и формирование грандиозных отвалов в районе Кумтора серьезно осложняют наличие активных и пульсирующих ледников, а также неустойчивое состояние многолетнемерзлых грунтов и горных пород. Помимо этого рассматриваемый район характеризуется сложностью геологического строения, наличием и сочленением тектонических структур различных масштабов и повышенной сейсмической активностью. Сейсмичность района составляет  $M=8$  по шкале Рихтера с повторяемостью таких землетрясений 1-2 раза в 500 лет. Горизонтальное смещение поверхности земли в районе Кумтора по данным космической геодезии (GPS) достигает 10 мм/год и направлено преимущественно на север. Отмеченные гляциологические, криогенные и сеймотектонические условия рассматриваемого высокогорного района определяют слабую устойчивость и повышенную уязвимость массивов горных пород и льда по отношению к техногенным воздействиям, в частности к формированию на них грандиозных отвалов.

## 2. Особенности формирования каменно-ледовых отвалов на руднике Кумтор

По состоянию на середину 2013 г. на руднике Кумтор было разработано в карьерах и перемещено в отвалы более 1.0 млрд. тонн пустых пород, а также свыше 100 млн. м<sup>3</sup> глетчерного льда. Исторически сложилось так, что из-за ограниченности пригодных территорий вблизи Центрального карьера (ЦК), его отвалы формировались на ледниках Лысый, Давыдова и Сары-Тор (рис. 1б,2). Причём подавляющая часть отвальных пород и глетчерного льда размещена на леднике Давыдова (рис.2-3). Так, по данным КОК за период с 1995 по 2012 гг. объём пустых пород, уложенных в бассейне этого ледника, превысил 278 млн. м<sup>3</sup> или 775 млн. тонн.

Отсыпка отвалов ведётся в основном на наклонные поверхности движущихся ледников. До недавнего времени исключение составляли только два породных отвала №№23,26, которые были сформированы на склонах долины ледника Давыдова, ниже золотоизвлекательной фабрики (ЗИФ). Отсыпка этих отвалов на слабоустойчивых склонах велась способом «сверху-вниз». По этой причине оба этих отвала обрушились и продвинулись на значительные расстояния (свыше 150 м) от проектных местоположений, заблокировав краевой поток воды р. Чон Сарытор. Как и следовало ожидать гравитационное смещение этих отвалов произошло по кровле слабоустойчивых высокольдистых моренных отложений, залегающих на глубинах ниже 1.0-1.5 м от поверхности склонов.

На руднике Кумтор с самого начала эксплуатации в 1995 г. осуществляется совместное складирование в отвалах пустых пород и глетчерного льда, удаляемого при вскрыше и в пределах контуров карьеров. Основной чертой строения промерзающих отвалов является щебенисто-глыбовый состав каменного материала, переслаивающегося со льдом. По мнению проектировщиков, наличие льда внутри отвалов должно было способствовать консервации холода в отвальном массиве, тем самым обеспечивая устойчивость промёрзших отвалов на леднике.

К концу 2012 г. общий объём глетчерного льда, заскладированного вперемешку с пустыми породами в бассейне ледника Давыдова, превысил 100 млн. м<sup>3</sup>. Следовательно, только разрыхленный глетчерный лёд в настоящее время составляет свыше 35% от объёма отвалов, размещённых на леднике Давыдова.

За время эксплуатации рудника стало ясно, что чрезмерная загрузка ледника Давыдова отвальными породами и глетчерным льдом, выдавливание льда из-под мощных отвалов, экскавация и перемещение льда для обеспечения безопасного доступа к зоне

богатого оруденения SB (юго-западное углубление Центрального карьера) привели к коренному изменению естественного режима глетчера [2]. Если в начале формирования отвалов на леднике векторы скоростей смещения его потоков соответствовали уклону ложа, то после значительной загрузки ледника пустыми породами скорости и направление векторов движения его основного потока резко начали изменяться. Затем произошло постепенное сужение живого сечения ледникового потока в средней и нижней частях (подпруживание ледника). По результатам геодезического мониторинга было зафиксировано ускорение смещения суженного потока льда, особенно в языковой части с одновременным её вспучиванием и растрескиванием. По мере дальнейшего накопления отвалов и расширения Центрального карьера произошёл распад ледника на три изолированные части, представляющие собой верхние зоны аккумуляции льда мощностью до 170 м. В зоне ледникового потока произошла трансформация, уложенных на нём отвальных пород и льда, в гравитационное смещение каменно-ледовой массы вниз под воздействием силы тяжести от веса пустых пород и льда.

### 3. Гравитационное смещение каменно-ледовых отвалов в бассейне ледника Давыдова

Рассматриваемый оползень расположен в бассейне ледника Давыдова и занимает нижнюю его часть (рис. 1-3). По состоянию на 30 июля 2013 г. длина активной части оползня превысила 2.30 км, ширина -1.06 км, площадь – 2.44 км<sup>2</sup>. Координаты подошвы фронтального откоса по оси оползня следующие:  $\varphi = 41.87401^\circ\text{C}$ ;  $\lambda = 78.15566^\circ\text{B}$ , его высота составляла 43-50 м, а крутизна близка к углу естественного откоса.

В морфоскульптурном комплексе оползневого тела прослеживаются три основных ступени, представляющие собой сверху вниз области приложения основной нагрузки (зона питания),

транзита и разгрузки пустых пород и льда (рис.3б). Зона приложения нагрузки представлена отвалами мощностью до 180 м от поверхности до донной морены ледника Давыдова. Протяжённость зоны приложения нагрузки по тальвегу долины достигала 1.0 км. По топографическим оценкам общий объём отвальных пород и льда в этой зоне составлял свыше 120 млн. м<sup>3</sup>. Начиная с апреля 2013г. отсыпка отвальных пород в этой зоне прекращена.

Зона транзита представлена каменно-ледовой массой, в которой происходят основные деформации блокового оползания. В зоне транзита, на её поверхности хорошо выражены дугообразные поперечные трещины растяжения, ложбины и валы, изогнутые в направлении общего уклона и свидетельствующие о движении отвалов (рис.3б). Средняя мощность зоны

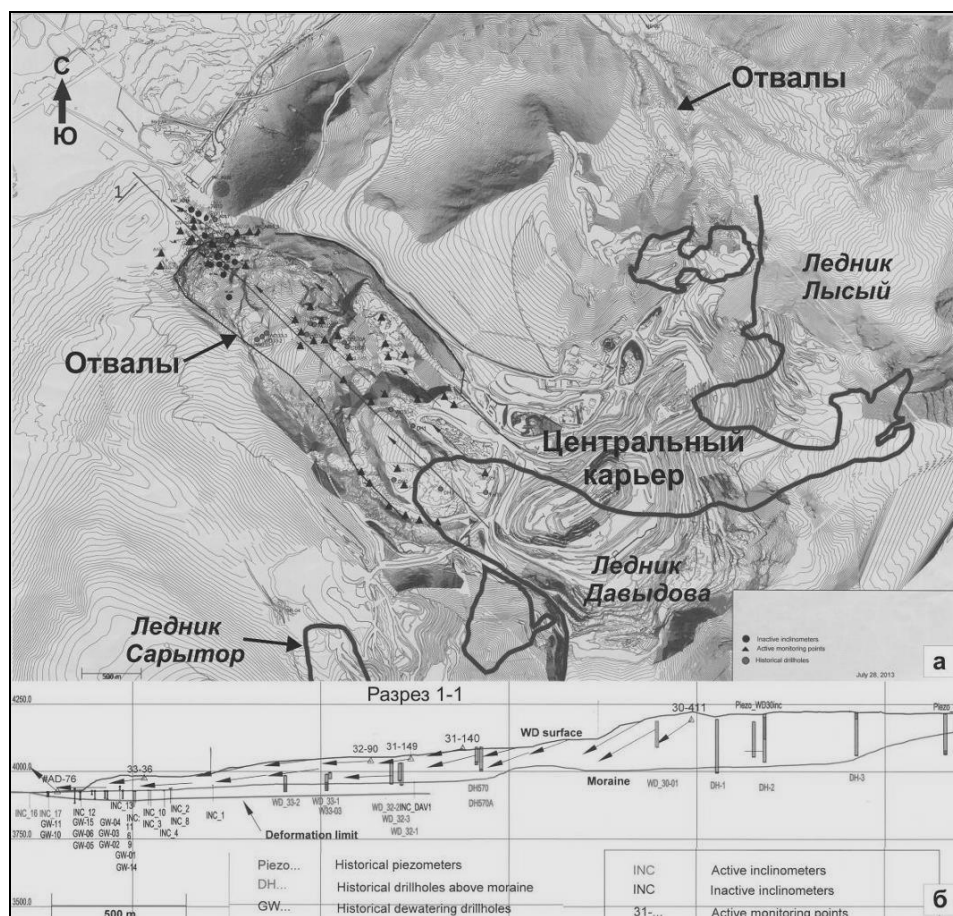


Рис.2. План (а) и разрез 1-1 (б) отвалов в долине р. Чон Сарытор по состоянию на май 2013 г. Чёрной жирной линией показаны контуры ледников Лысый, Давыдова и Сары-Тор до начала разработки месторождения



Рис.3. Панорама движущихся отвалов в бассейне ледника Давыдова: а - ситуация на отвалах по состоянию на 05.08.2012 г.; б – смещение отвалов на 09.08.2013 г. транзита составляла весной 2013 г. около 100 м, её протяжённость -1.4 км, оценочный объём пород и льда – свыше 70 млн. м<sup>3</sup>.

Зона разгрузки находится в языковой части сползающего отвала, вблизи постоянно осыпающегося фронтального откоса и перед ним. Протяжённость этой зоны в контурах оползневого тела составляла около 400 м, средняя мощность 85 м, оценочный объём – 1.2 млн. м<sup>3</sup>.

По всем признакам движение отвалов, впервые зафиксированное в 2010 г., осуществляется в виде блокового смещения всех трёх ступеней, утлюгообразно, при котором оползень как бульдозер сдвигает перед собой, находящиеся перед ним моренные отложения долины ледника Давыдова и формирует четкий вал напора (рис.4) Последний представляет собой поверхностную дернину и моренные отложения дна долины, смятые в складки, как по тальвегу долины, так и по её правому борту.



Рис. 4. Вид на фронтальную часть оползающего отвала №3 в июне 2013 г., разрушившей здание администрации и технических служб рудника.

Средний наклон поверхности оползающих отвалов варьирует в интервале  $4-6^\circ$ . Сверху они имеют неровную, ступенчатую поверхность, местами покрытую глетчерным льдом, удаляемым из верхних частей ледника Давыдова. Площадь открытого льда к началу 2013 г. составляла свыше 20% общей площади оползающих отвалов.

По сведениям, предоставленным геотехнической службой КОК, ледово-каменная масса отвалов, сформированная в долине ледника Давыдова, движется по наклонной поверхности ( $12-16^\circ$ ) высокольдистых многолетнемёрзлых пород, залегающих под слоем моренных отложений (рис. 2б). Это утверждение о характере и морфологии поверхности скольжения базируется на результатах разведочного бурения, которое показало, что на глубине 30-40 м от поверхности самого нижнего отвала были обнаружены пласты и линзы льда. Величина сцепления моренного материала на глубинах от 19 до 33 м нарастала от 85.0 до 105.0 кПа, угол внутреннего трения - от  $40^\circ$  до  $42^\circ$ , число пластичности уменьшалось от 11.0 до 8.4.

Криогенное строение и соответственно физико-механические свойства рыхлых моренных отложений определяются наличием в них

льда. Степень деформации мёрзлых пород зависит главным образом от льдистости верхних горизонтов ММП. Средние значения льдистости составляют 15-20%, максимальные – до 30-40%. Участки с подземными залежами льда особенно сильно подвергаются деформации при техногенных нагрузках и/или воздействию. По этой причине моренные отложения на склонах и в долинах ледников являются неблагоприятными для возведения на них различных сооружений, включая отвалы пустых пород.

Следует отметить, что отвалы, укладываемые вкrest течения ледника, препятствуют не только естественному движению ледника Давыдова, но и стоку талых и подледниковых вод, вызывая повышение давления воды на границе раздела ледника и донной морены. Сильная трещиноватость глетчерного льда от веса отвалов, а также большая проницаемость (коэффициент фильтрации) отвальных пород обуславливает практически полную инфильтрацию талых вод и атмосферных осадков в массивы отвалов. В случае водонасыщения отвалов в сочетании с сейсмическим воздействием каменно-ледовая масса движущихся отвалов может трансформироваться в селевой поток, который может представлять серьёзную угрозу для персонала и объектов рудника, расположенных ниже по течению [4]. Компания КОК после блокирования долины р. Чон-Сарытор оползневыми массами во избежание сильного водонасыщения каменно-ледовой массы ведёт постоянную откачку воды из водоёмов, образовавшихся на оползающих отвалах. По этой причине по сравнению с предыдущими годами почти вдвое уменьшился расход воды в р. Чон-Сарытор ниже отвалов, достигавший в период интенсивного таяния ледников, в первой декаде августа 2013 г. значения в  $1.3 \text{ м}^3/\text{с}$  (рис. 5б).

4. Динамика движения отвалов На рис. 5 представлены графики скоростей смещения верхней (331), средней (№32) и нижней (№33) частей оползающей каменно-ледовой массы отвалов в корреляции с сейсмической активностью в радиусе 100 км от рудника (ближняя зона) и расходами воды в р. Чон-Сарытор, построенные по результатам геодезического мониторинга отвалов за период с января 2012 по ноябрь 2013 гг. Как видно из этих графиков, скорости движения отвалов неодинаковы в разных частях каменно-ледовой массы. Согласно данным мониторинга в течение 2012 г. средняя скорость движения языковой части отвалов составляла 1.5 м/сутки. Ускорение смещения свыше 1.5 м/сутки было зафиксировано в начале марта 2013 г. Максимальная скорость смещения каменно-ледовой массы возросла в середине апреля до 5.2 м/сутки и её языковая часть достигла комплекса зданий, сооружений на нижней площадке рудника. Это стало причиной начавшегося

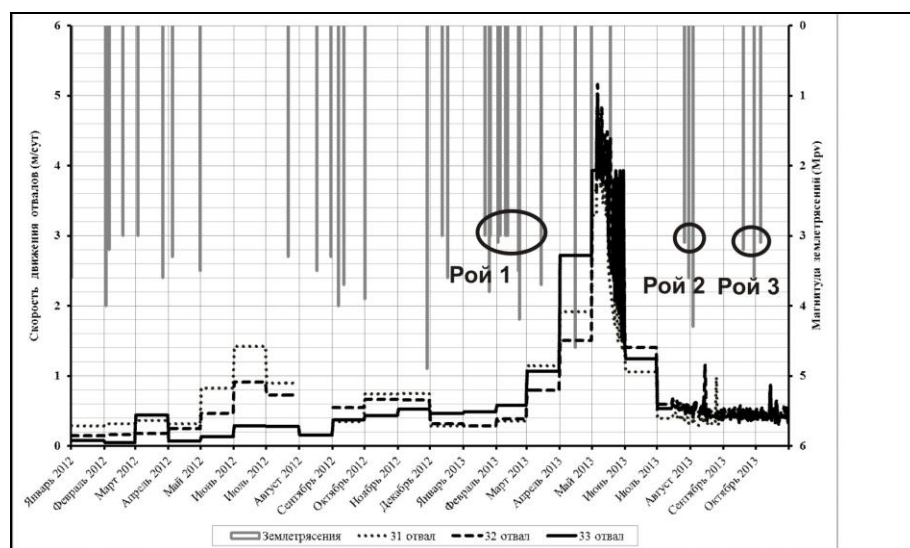


Рис.5а. График скоростей движения отвалов №31-33 за период 2012-2013 гг.: в корреляции с землетрясениями с магнитудой  $M > 3$  в радиусе 100 км от рудника.

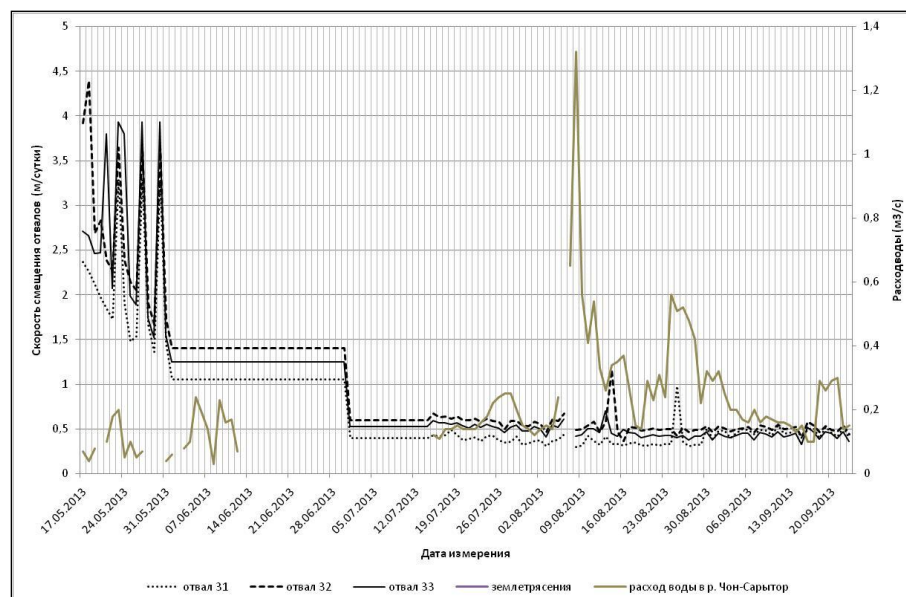


Рис.5б. График скоростей движения отвалов №31-33 за период 2012-2013 гг.: в корреляции с расходами воды в р. Чон-Сарытор

разрушения зданий, в которых располагались административные и технические службы КОК (рис.4). Под угрозой разрушения оказались также объекты инфраструктуры рудника Кумтор (ЛЭП, генераторная электроподстанция, авторемонтные мастерские и т.п). Общая сумма потерь, связанных с необходимостью срочного переноса объектов рудника оценивается в 90 млн. долл. США. По состоянию на ноябрь 2013 г. средняя скорость смещения нижнего отвала №33 составляла 0.5 м/сутки. Продолжается деформация моренных отложений перед движущимся отвалом и смещение вала выпирания в сторону генераторной подстанции, что вызвало деформацию её здания.

Во второй половине мая–июне месяцах 2013 г. наблюдалось постепенное снижение скорости до значения около 0,5 м/сутки. Одной из главных причин резкого ускорения движения отвалов стала чрезмерная отсыпка отвалов в верхней зоне, на участке, где в коренных породах ложа ледника имеется ригель, отделяющий крутую часть дна долины от слабонаклонённой её части. По-видимому, грандиозный отвал, сформированный на крутом участке дна долины,

сполз по ригелю (рис.2б) вниз, вызвав ускорение движения всей нижележащей каменно-ледовой массы.

Как видно из взаимосвязи скорости смещения отвалов с сейсмической активностью и расходами воды в р. Чон-Сарытор (рис. 5а,б), имеется достаточно тесная связь периодов ускорения движения отвалов с роями землетрясений, регистрируемых в ближней зоне ( $R=100$  км) от рудника (рис.5а) и повышением расходов воды (рис.5б) в потоках р. Чон-Сарытор, стекающих по периферии отвалов.

Не исключено, что значительное ускорение смещения отвалов, начавшееся в начале марта 2013 г., было стимулировано роем из восьми сильных ( $M>3$ ) землетрясений №1 (рис.5а), зарегистрированных в ближней зоне в период с 21 января по 22 февраля 2013 г. Помимо этих землетрясений начавшемуся ускорению смещения отвалов способствовали землетрясения в ближней зоне, произошедшие 14 марта ( $M=3.7$ ) и особенно сильный сейсмический толчок 15 апреля с магнитудой  $M=4.6$  (рис.5б). После этих сейсмических событий скорость смещения отвалов возросла до максимального значения 5.2 м/сутки. В контексте изложенного следует иметь в виду, что на графике сейсмичности нанесены только землетрясения с магнитудой  $M>3$ , хотя в рассматриваемой ближней зоне в период с начала марта до середины апреля 2013 г. было зарегистрировано свыше десятка землетрясений с магнитудами  $M<3$ .

Следует обратить внимание, что кратковременным периодам небольших ускорений смещений верхнего и среднего отвалов №31 и №32, имевших место с 14 по 28 августа, а также в середине октября предшествовали соответственно рои сильных землетрясений №2 и №3 (рис.5а). Причём ускорения в эти два интервала времени отмечались синхронно с периодами увеличения расходов воды в р. Чон-Сарытор (рис.5б), стекающей вдоль западной и восточной периферии отвалов. Очевидно, что увеличение расходов воды в

указанные периоды времени связано с интенсивным таянием, как ледника Давыдова, так и льда, уложенного на отвалах. Скорее всего, сильное водонасыщение оползающей массы отвалов, пришедшееся на вторую половину августа и середину аномально тёплого октября, в сочетании с роями землетрясений №№2,3 обусловили кратковременные ускорения в смещении отвалов. Выявленная закономерность в ускорении смещения отвалов при сильном водонасыщении оползающей массы и триггерных эффектах землетрясений в ближней зоне имеет принципиальное значение для дальнейшего прогнозирования поведения отвалов в связи с их приближением к вахтовому посёлку и вероятностью трансформации оползневого потока в разрушительный и скоротечный селевой поток [1-2].

В настоящее время движущиеся отвалы пород и льда, после резкого ускорения смещения в начале мая 2013 г. разделились на три основные самостоятельные части или ступени (рис. 3б): нижнюю распластанную часть, движущуюся со средней скоростью 0.40 м/сутки; среднюю и верхнюю ступени, которые движутся с чуть большими скоростями (до 0.45 м/сутки) и как бы нависают над нижней ступенью. Верхняя ступень в зоне нагружения, несмотря на прекращение отсыпки пустых пород, по-прежнему мобилизована для возможного ускорения в ближайшем будущем.

Выше отмечалось сходство оползающей массы отвалов в бассейне ледника Давыдова с каменными глетчерами, широко распространёнными в нивально-гляциальном поясе Тянь-Шаня. Однако из литературных данных следует, что скорости вязкопластического течения активных каменных глетчеров на Тянь-Шане, как правило, составляют до нескольких метров в год, достигая в редких случаях до 14 м/год [4]. Очевидно, что эти значения скоростей значительно меньше скорости оползающей каменно-ледовой массы

отвалов, которая только за полгода, с октября 2012 г. по май 2013 г продвинулась почти на 300 м.

Движение каменно-ледовых отвалов при экстремальных условиях (землетрясениях, аномальных осадках или их сочетании) может принять катастрофический характер в виде быстрого смещения громадных масс ледово-каменного материала и/или техногенных селей. Подобный сценарий развития гравитационного смещения каменно-ледовых отвалов в условиях происходящего потепления климата таит серьезную угрозу для окружающей среды, так как отвальные породы, вынесенные селевыми потоками в русло р. Кумтор, могут стать источником систематического и долговременного загрязнения бассейна реки Нарын-Сырдарья [1,2,9]. Кроме того, в случае трансформации оползающих ледово-каменных масс в селевой поток не исключено и то, что в зону поражения возможного селевого потока могут попасть объекты инфраструктуры рудника Кумтор, включая вахтовый лагерь, в котором постоянно находится свыше 1200 человек.

В связи с активизацией движения (оползания) отвалов весной 2013 г. было принято решение прекратить дальнейшую отсыпку отвалов в центральной долине ледника Давыдова. В этой связи первоочередной проблемой для КОК стал выбор площадок для дальнейшего размещения отвальных пород. Ведущие специалисты КОК предложили три альтернативных варианта дальнейшего размещения отвалов пустой породы на участках в долинах Чон-Сарытор, Кичи-Сары-Тор и Лысый. В результате дискуссий и обсуждения этой проблемы с экспертами представители КОК отдали предпочтение следующему варианту, при котором до конца 2013 г. пустые породы планируется разместить:

- в долине р. Чон-Сарытор около 27 млн. м<sup>3</sup> пород и 10 млн. м<sup>3</sup> льда;

- в бассейне ледника Лысый - свыше 9 млн. м<sup>3</sup> пород и 8 млн. м<sup>3</sup> льда;
- в бассейне ледника Сары-Тор- свыше 12 млн. м<sup>3</sup> пород и 9 млн. м<sup>3</sup> льда.

##### 5. Отвалы пустых пород в бассейнах ледников Лысый и Сары-Тор.

Ледник Лысый (41°52'С; 78°13'В) представляет собой глетчер (рис. 6), находившийся к моменту начала разработки месторождения в замёрзшем состоянии вплоть до подстилающих его коренных пород. Кроме того, исследовательские работы, проведенные на леднике Лысый, показали, что лед приморожен к коренному ложу. Эта особенность весьма важна, так как исключает компоненту скольжения, однако движение льда продолжается из-за пластического течения. Так, по данным КОК средняя скорость движения ледника в октябре 2013 г. составляла 0.070 м/сутки, максимальная – 0.234 м/сутки. Компонента вертикального смещения за этот же месяц достигла 0.625 м.

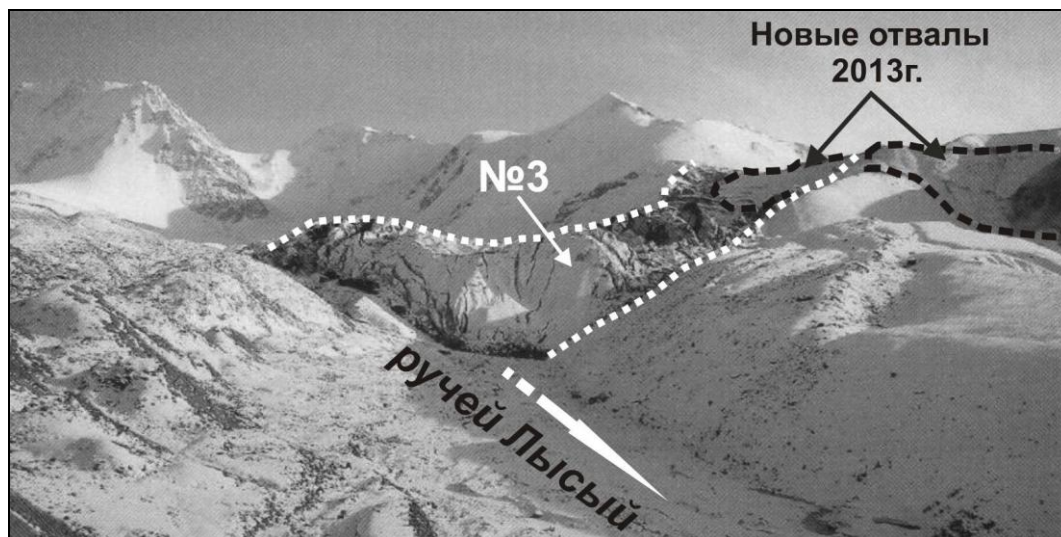


Рис.6. В центре - оползающий отвал №3 в бассейне ледника Лысый, справа –вновь отсыпаемые отвалы на склонах долины

Исторически самые первые отвалы №3,4 начали формироваться с сентября 1996 г. в долине ледника Лысый, на её западном борту (рис.6). По первоначальному ТЭО максимальная ёмкость отвалов должна была составлять 150 млн. м<sup>3</sup> пустых пород в предположении продолжительности отработки рудника 11 лет. Отсыпка пород вначале производилась на наклонное основание склона, а затем и на сам ледник (рис.6). Особенностью этих отвалов стало то, что угол наклона поверхности ледника на участке складирования пустых пород достигал 20-22°. Расчеты устойчивости этих отвалов, выполненные в 1997, показали, что коэффициент запаса устойчивости здесь близок к предельному значению.

По истечении нескольких недель после начала отсыпки и их усадки стали наблюдаться деформации отвалов. Анализ этих процессов показал, что они связаны с пластическими деформациями ледника. Отвалы стали как бы тонуть в леднике. При этом на поверхности отвалов стали появляться трещины, ширина которых по истечении 2-3<sup>х</sup> месяцев на некоторых участках достигла 20 – 25 см.

По данным мониторинга породных отвалов, проводимого геотехнической службой КОК, средняя скорость движения отвала №3 в октябре 2013 г. составляла почти 1 м/сутки, достигая временами 4.3 м/сутки. На двух участках ледника Лысый, в районе ранее отсыпанного отвала было обнаружено скопление воды, которая просачиваясь через отвалы, по руслу ручья Лысый стекает в р. Кумтор систематически загрязняя её сульфатами, нитратами, тяжёлыми металлами и нефтепродуктами, содержащимися в отвальных породах [9].

Ледник Сары-Тор (41°50'С; 78°11'В) площадью 3,6 км<sup>2</sup> залегает на северо-западном макросклоне массива Акшыйрак (рис.7а). Гидрологический створ замыкает площадь 7,8 км<sup>2</sup>. Этот долинный ледник начинается на высоте 4800 м и спускается до 3880 м. С 1943

по 1977 г. линейные изменения составляли несколько десятков метров, а понижение поверхности – около 10 м. В период с 1977 г. по 1993 г. площадь ледника почти не изменилась [8]. По данным мониторинга средняя скорость движения ледника Сары-Тор в октябре 2013 г. составляла 0.006 м/сутки, максимальная скорость наблюдалась в июне, достигая значений 0.05 м/сутки.

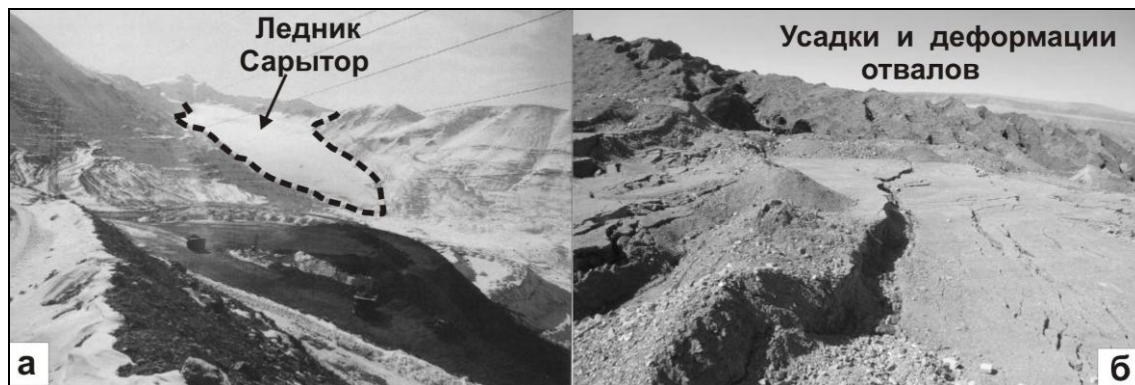


Рис. 7. Новые нестабильные отвалы на склонах долины ледника Сары-Тор

В результате проведения научно-исследовательских работ установлено, что ледник Сары-Тор имеет политермическую структуру, т.е. состоит из холодного льда в верхней части толщи и тёплого в придонной её части [7]. Максимальная измеренная толщина составляет около 165 м, в средней части области питания на высотах 4300-4400 м. Нижняя часть ледника на расстоянии 1 км от его языка целиком состоит из холодного льда. На протяжении следующих 1,5 км ледник имеет двухслойное строение. Верхняя часть ледника, его область питания, сложена тёплым льдом от поверхности до ложа.

Крупномасштабное складирование отвальных пород на склонах долины ледника Сары-Тор, началось весной 2013 г. (рис.7). Причём, как и прежде отсыпка отвалов осуществлялась на слабоустойчивых склонах способом «сверху-вниз» (рис.7а), который отрицательно

зарекомендовал себя на предыдущих этапах отвалообразования в долинах ледников Лысый (рис. 6) и Давыдова. В итоге новые отвалы №1-3 начали интенсивно деформироваться (рис. 7б) и двигаться в сторону тальвега долины ручья Кичи-Сарытор, заблокировав его русло. Согласно данным мониторинга КОК скорость смещения отвала SW-3 в октябре 2013 г. достигла 2.15 м/сутки. На сегодняшний день очевиден тот факт, что имеющиеся отвалы пустых пород не могут быть стабилизированы в нынешнем состоянии и будут продолжать двигаться.

С учётом негативных последствий отвалообразования КОК в дальнейшем планирует формирование отвалов на склонах долины р. Кичи-Сарытор способом «снизу - вверх» с предварительной подготовкой основания отвалов, включающей удаление неустойчивого поверхностного покрова склонов.

### Заключение

Разработка золоторудного месторождения Кумтор осуществляется в сложных геокриологических условиях высокогорья, особенно с точки зрения устойчивости и изменчивости состояния окружающего и вмещающего массива многолетнемёрзлых пород.

Отвалообразование на ледниках рудника Кумтор стало уникальным экспериментом в истории добычи полезных ископаемых в ледниковых районах мира, и представляет собой весьма поучительный опыт. В настоящее время чрезвычайно серьёзную проблему для дальнейшей деятельности рудника Кумтор представляет значительное по масштабам и скорости смещение ледово-каменной массы ледниковых и породных отвалов вниз по долинам ледников Лысый, Давыдова и Сары-Тор с неблагоприятными экологическими последствиями в виде загрязнения поверхностных вод в бассейне р. Кумтор-Нарын [9].

Добыча руды и размещение отвалов пустых пород на ледниках, или в окрестности ледников, ведёт к ряду геоэкологических проблем и последствий, включая следующие:

- Высокая раздробленность и открытость отвалов пустых пород для воды, особенно в летний период, во время большого объёма талых вод и переноса загрязняющих веществ ледниковой водой в окружающую среду.
- Геотехническая нестабильность и неконтролируемое движение (скольжение) отвалов пустых пород по кровле многолетнемёрзлых пород в долинах ледников и на склонах.

Главными причинами возникновения геотехнических проблем на каменно-ледовых отвалах стали ошибки и просчёты при выборе мест размещения отвалов и способов отвалообразования на активных ледниках, недостаточно полный учёт гляциологических и геокриологических особенностей геологической среды в рассматриваемом гляциально-нивальном поясе Тянь-Шаня. Криогенно-гравитационные процессы, наблюдающиеся на руднике, оказывают ощутимое влияние на геоэкологию района. Они являются основным фактором, осложняющим геотехническую ситуацию в районе рудника Кумтор и представляющим наибольшую угрозу для различных его сооружений. Первоочередными проблемами стали выбор площадок для дальнейшего размещения отвальных пород и передислокации зданий, объектов инфраструктуры, находящихся на пути движения отвалов.

В этой связи разработка планов горных работ и отвалообразования должны основываться на управлении известными и неизвестными рисками, которые могут иметь место – т.е. принятие решений должно происходить с учётом факторов риска. Управление рисками – это область, где КОК необходимы улучшения, которые при должной реализации могут оказать положительное влияние для того,

чтобы дальнейшее планирование осуществлялось на основании тщательной оценки и моделирования, с учётом возможных рисков и затрат на их управление.

Нестабильность ползущих отвалов пустых пород и отсутствие плана по разрешению ситуации, особенно с учётом вывода рудника из эксплуатации, является неприемлемым, учитывая значительную неопределённость в отношении безопасной эксплуатации и закрытия/реабилитации объектов рудника Кумтор.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Торгоев И.А., Алёшин Ю.Г., Айтматов И.Т. Оценка рисков и прогноз развития гляциальных процессов на высокогорном руднике Кумтор (Кыргызстан). // Проблемы снижения природных опасностей и рисков: Материалы Международной научно-практической конференции «ГЕОРИСК-2012»: том 2. Москва: РУДН, 2012. – с.72-77.
2. Торгоев И.А. Геотехнические проблемы на высокогорном руднике Кумтор и их экономические и экологические последствия // Современные проблемы механики сплошных сред: Вып.17: Гидрогазодинамика, геомеханика и геотехнологии. Бишкек:2013. – с. 151-176.
3. Barsch, D. (1996) Rockglaciers: Indicators for the Present and Former Geoecology in High Mountain Environments. – Berlin : Springer-Verlag. – 331 p.
4. Gorbunov, A.P., Titkov, S.N., Polyakov, V.G.(1992) Dynamics of rock glaciers of the Northern Tien Shan and the Djungar Ala Tau, Kazakhstan // Permafrost and Periglacial Processes, 1992, vol. 3, No. 1, p. 29–39.

5. Василенко Е.В., Громыко А.Н., Дмитриев Д.Н., Мачерет Ю.Я. Строение ледника Давыдова по данным радиозондирования и термобурения // Материалы гляциологических исследований. Вып. 62, 1988ю – с.208-214.
6. Кузьмичёнок В.Е. Отвалы горной породы на леднике Давыдова (хр. Акшыйрак, Тянь-Шань) // Лёд и снег, 2012, №1(117). – с.95-104.
7. Петраков Д.А., Коваленко Н.В., Лаврентьев И.И., Усубалиев Р.А. Толщина, объем и последние изменения ледника Сары-Тор (массив Ак-Шыйрак, Внутренний Тянь-Шань) // Материалы международной конференции «ГОРНЫЕ УГРОЗЫ 2013» Природные катастрофы, изменение климата и вода в горных районах Бишкек, 16-18 Сентября, 2013 г.- с. 211-212
8. Оледенение Тянь-Шаня. Под ред. М.Б. Дюргерова. – Москва, 1995. – с. 85-90
9. Торгоев И.А., Стегнар П., Нордманн Т. Мониторинг и анализ качества поверхностных вод в районе высокогорного золоторудного месторождения «Кумтор» // Материалы III Международной конференции «Современные проблемы геохимической экологии и сохранения биоразнообразия» 17-21 сентября 2013, г. Бишкек, Иссык-Куль. – с. 90-99.  
[www.caresd.net/site.htm](http://www.caresd.net/site.htm)

## **ПОСТРОЕНИЕ АКСЕЛЕРОГРАММ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ ДЛЯ ВНУТРЕННИХ СЛОЕВ ГОРНОГО МАССИВА АНИЗОТРОПНОГО СТРОЕНИЯ**

Рысбаева А.К., Толобекова Б.Т., Баймахан А.Р., Баймахан Р.Б.

ИГиОН НАН КР, г. Бишкек,  
ИМиМ НАН РК, г. Алмата

В данной статье изложены алгоритмы построения синтетической акселерограммы сильных землетрясений для свободной земной поверхности и для внутренних слоев массива применительно к расчетам сейсмостойкости плотин и дамб удару селевых потоков. Уточнены спектральные составы колебаний различных грунтов вдоль трассы протяженных противопаводковых сооружений.

Многие специфические проблемы теории сейсмостойкости подземных сооружений не нашли столь нужного изучения, как это требовалось бы. Так, например, сейсмомикрорайонирование территории проводится по поверхностному слою грунта, тогда как для подземных сооружений такое районирование следует делать еще и по глубине грунта.

### 1. Алгоритм построения искусственной акселерограммы сильных землетрясений для свободной земной поверхности

Приведем основной алгоритм построения синтетической акселерограммы по /1/ как эталонной. В этой работе для случая неполной сейсмологической информации как наиболее удобная

математическая модель колебаний предложен нестационарный мультипликативный случайный процесс вида

$$x(t) = \begin{cases} \bar{A}(t, \bar{T}_i) \sigma(\bar{T}_i) \bar{\phi}(t, \bar{T}_i), & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{A}$  – нормированная огибающая;  $\sigma$  – среднеквадратичное значение ускорения;  $\bar{\phi}$  – нормированный стационарный гауссовский процесс;  $\bar{T}_i$  – доминантный период процесса  $\bar{\phi}$ ;  $t$  – время. Максимальную амплитуду ускорений можно вычислить формулами макросейсмики в виде

$$C_I = 5 \cdot 10^{0.61M - p \lg x + Q}, \quad a_{\max} = \frac{C_I}{\sqrt{\bar{T}}}, \quad I = bM + v \lg x + c, \quad (2)$$

где  $M, p, Q, b, v, c$  – константы, подлежащие определению из сейсмогеологических условий региона или территории: магнитуда, коэффициенты затухания и другие постоянные макросейсмического поля;  $x$  – гипоцентрально расстояние;  $I$  – интенсивность;  $a_{\max}$  – амплитуда максимальных ускорений;  $\bar{T}$  – преобладающий период колебаний грунта.

По конкретным значениям  $\bar{T}$  построим акселерограмму 9-, 10-балльных землетрясений по следующей формуле

$$a(t, \bar{T}) = \bar{A}(t, \bar{T}_i) \sigma(\bar{T}_i) \bar{\phi}(t, \bar{T}_i) \quad (3)$$

Параметры, входящие в (13), вычисляются с помощью формул

$$\bar{A}(t, \bar{T}_i) = \frac{\bar{T}_i t}{20\pi} \exp\left(1 - \frac{\bar{T}_i t}{20\pi}\right), \quad \sigma_i^2(\bar{T}_i) = \frac{C_i}{18\pi} \bar{T}_i^2, \quad \bar{\phi}(t, \bar{T}_i) = \exp[-\alpha(\bar{T}_i)] r \cos(\bar{T}_i, r). \quad (4)$$

где  $\alpha$  – параметр, характеризующий скорость убывания корреляционной связи между ординатами случайного процесса при увеличении разности аргументов этих величин  $r$ .

По этим выражениям на основе доминантных периодов для валунно–галечных и наносно–галечных грунтов г. Алматы нами построены серии акселерограммы для различных расстояний до очагов.

## 2. Установление послойных акселерограмм землетрясений для многослойной грунтовой толщи

Ранее считалось, что с глубиной величина ускорений в грунте уменьшается. Но это оказалась совсем не так. Наоборот, в определенной глубине величина ускорений может оказаться даже больше, чем на земной поверхности. Об этом свидетельствуют японские записи акселерограмм на одной и той же местности при пяти различных землетрясениях.

В работе Okamoto Sh /3/ приведена формула полуаналитического метода Канаи /4/ (позволяющая получить усиленное значение ускорений на грунтовой поверхности, если каким-либо образом известно ускорение на поверхности скального основания)

$$G(T) = 1 + \left\{ \left[ \frac{1+K}{1-K} \left\{ 1 - \left( \frac{T}{T_G} \right)^2 \right\} \right]^2 + \left( \frac{0.3}{\sqrt{T_G}} \cdot \frac{T}{T_G} \right)^2 \right\}^{-0.5} \quad (5)$$

где  $K = \rho_1 c_1 / \rho_2 c_2$  — отношение сейсмических жесткостей;  $G(T)$  — коэффициент усиления;  $T$  — период приходящей сейсмической волны;  $T_G$  — преобладающий период колебаний поверхностного слоя;  $\rho_1, \rho_2, c_1, c_2$  — плотности и скорости распространения волн в двух слоях.

По аналогии с Канаи выражение (1) запишем для многослойной среды с учетом двух типов волн и толщины слоев

$$G_{P_i, h_i}(T_{P_i}) = 1 + \frac{1 + K_{P_i, h_i}}{1 - K_{P_i, h_i}} \left( 1 - \left( \frac{T_{P_{i-1}}}{T_{P_i}} \right)^2 \right) + 0.09 \left( \frac{T_{P_i}}{T_{P_{i-1}}} \right)^2, \quad G_{S_i, h_i}(T_{S_i}) = 1 + \frac{1 + K_{S_i, h_i}}{1 - K_{S_i, h_i}} \left( 1 - \left( \frac{T_{S_{i-1}}}{T_{S_i}} \right)^2 \right) + 0.09 \left( \frac{T_{S_i}}{T_{S_{i-1}}} \right)^2 \quad (6)$$

Новые значения компонент акселерограммы на границе перехода от первого слоя ко второму слою вычисляются с умножением их известных значений на поверхности на коэффициенты изменения (6) /2/, /5/:

$$a_{P_i, h_i}(t) = a_{P_i, h_{i-1}} / G_{P_i, h_i}(T_{P_i}), \quad a_{S_i, h_i}(t) = a_{S_i, h_{i-1}} / G_{S_i, h_i}(T_{S_i}). \quad (7)$$

здесь  $h_0$  — при  $i=1$  показывает значения для нижнего основания первого слоя, которые служат начальными условиями для вычисления

их значений при переходе от второго слоя к третьему слою и т. д. При этих переходах увеличение или уменьшение их значений зависит от сейсмических жесткостей слоев, т.е. от величины отражения и преломления, а внутри слоев они меняются линейно.

### 3. Задания скоростей сейсмических волн, входящих в выражения послойных ускорений

Формулы для скоростей квазипродольной и двух квазипоперечных волн, распространяющихся в произвольном направлении в наклоннослоистом транстропном массиве с нормалью  $\bar{n} = \bar{n}\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$ , под произвольным углом  $\chi$ , относительно горизонтальной плоскости  $xOy$  рисунка, запишем по Р.Б. Баймахану [2]

$$\begin{aligned} V_p &= \sqrt{(2\sqrt{-p/3} \cos(\delta/3) - b/3) / \rho}, \\ V_{SH} &= \sqrt{(-2\sqrt{-p/3} \cos((\delta + \pi)/3) - b/3) / \rho}, \\ V_{SV} &= \sqrt{(-2\sqrt{-p/3} \cos((\delta - \pi)/3) - b/3) / \rho}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\delta = \arccos(-0.5q(-\rho/3)^{-3/2})$ ,  $\rho$  – плотность,  $p, q$  и  $b$  вычисляются с помощью коэффициентов упругости, которые в свою очередь зависят от параметров:  $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2, G_2, \varphi, \phi, \chi, i, j = 1, 2, 3 \dots 6$ . Направление прихода сейсмической волны к протяженной оси подземного сооружения определяются углами  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$

По известным значениям акселерограммы на поверхности транстропного массива их значения с глубиной вниз по вертикали получаем, разделив их на коэффициенты изменения

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{P_{h_i}}(t) &= \ddot{a}_{P, h_i - 1} / G_{P_i}(T_{P_i}), \quad \ddot{a}_{SV_{h_i}}(t) = \ddot{a}_{SV, h_i - 1} / G_{SV_i}(T_{SV_i}), \\ \ddot{a}_{SH_{h_i}}(t) &= \ddot{a}_{SH, h_i - 1} / G_{SH_i}(T_{SH_i}). \end{aligned} \quad (9)$$

### 3. Результаты. Построения акселерограммы для внутренних слоев анизотропного массива

С помощью изложенного алгоритма (1)-(9) построены серии синтетической акселерограммы сильных землетрясений для различных грунтовых условий.

Проанализируем теперь акселерограмму, построенного для внутренних слоев скального массива. Поскольку, кроме случая разрыва, выходящего до земной поверхности, сплошности внутренних слоев массива остается ненарушенной, то во всех точках внутри массива они должны иметь одинаковые значения, что следует из формы акселерограммы для всех глубин, начиная от первых 3 метров до 43 м., показанных на рисунке 1.

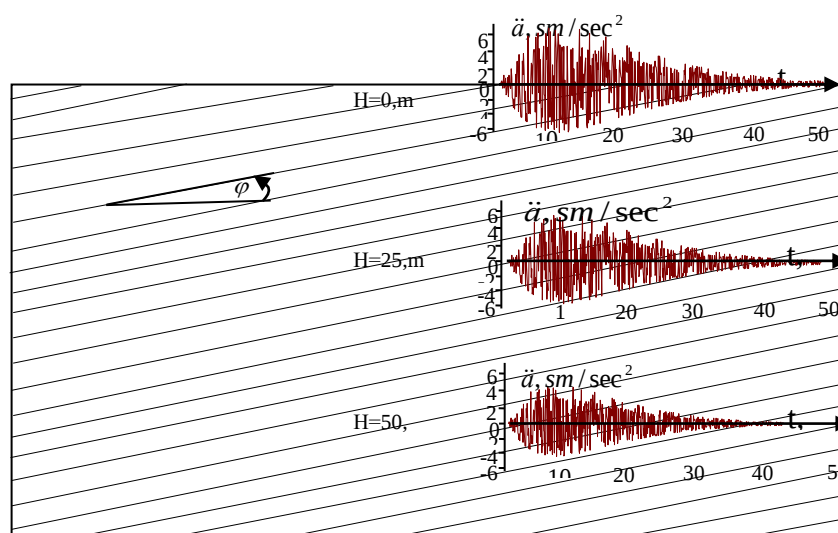


Рис.1. – Синтетическая акселерограмма сильного землетрясения (интенсивностью  $I=10$ ) для скального массива от поверхности до 50 метровой глубины

### 4. Заключение

Результаты данного исследования позволяет усилить элементов подземной конструкции и уменьшить губительных последствия природные катастроф как землетрясение

## ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенберг Я.М., Ульянов С.В. 1972, О сейсмических колебаниях и надежности систем со случайно изменяющимися параметрами. / Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений. Москва, 19–46.
2. Баймахан Р.Б. Покомпонентное построение акселерограмм разрушительных землетрясений // Труды I-го Центрально–Азиатского геотехнического симпозиума. Астана 2000, Т. I, 348-350.
3. Okamoto Sh. 1973, Introduction to earthquake engineering. University of Tokyo Press, 58-61
4. Kanai K. 1962, On the Predominant Period of Earthquake Motions, Bull. Of ERI., vol.40.

## **ОБОСНОВАНИЕ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА СКОРОСТЬ СМЕЩЕНИЯ ЛЕДНИКА ДАВИДОВ**

Чукин Б.А., Ким Э.А., Чукин Р.Б

ИГиОН НАН КР

Для выполнения исследований о распределении напряженно-деформированного состояния ледника Давыдов на основе численного моделирования необходимо понять механизмы смещений ледников. По нашему представлению, процессы смещения масс ледника, происходящие при отработке бортов карьера, идентичны механизму поведения пульсирующих ледников.

Анализ ранее выполненных исследований по пульсирующим ледникам сформировал следующее понимание причин, вызвавших их подвижки. «Условия для глыбового скольжения ледника по ложу возникают в тех случаях, когда напряжения сдвига во льду  $\tau_0$  превышают предельное сопротивление скольжению, которое чаще всего определяется пределом длительной прочности льда  $\tau_{дл}$ . Как только напряжения сдвига превысят предел длительной прочности, деформации льда переходят в стадию ускоряющейся ползучести, при которой возможны нарушения сплошности ледяного массива и разрушение льда. На участке, где  $\tau_0 > \tau_{дл}$ , происходит расслабление льда, наблюдаются смещения по поверхности скола внутри ледяного массива и по поверхности ложа. Суммарные силы сдвига превышают силы сопротивления скольжения, а их избыток передается на

расположенные ниже по склону более устойчивые участки ледника» /1/.

Можно выделить три необходимых условия, при сочетании которых возможна пульсация ледника:

1. Наличие относительно пологого участка ложа под нижней частью ледника, где затруднено глыбовое скольжение льда вниз по склону.
2. Наличие участка с относительно повышенным уклоном ложа, где усилия сдвига у ложа превышают величину предела длительной ползучести льда и способствуют возникновению продольных напряжений сжатия в леднике ниже этого участка (т.е. скорости смещений на участке сжатия замедляются).
3. Достаточно интенсивное поступление льда из области аккумуляции, приводящее к условию повышения напряжений сдвига.

Одним из характерных признаков пульсирующего ледника является наличие сформированного моренного вала. Потерявшая опору ледяная масса ускоряет свое движение и перемещается вниз по ложу. Силы сопротивления движению, которые увеличиваются по мере перемещения льда на более пологий участок ложа, не затормозят и не остановят движения льда. В процессе перемещения вниз по склону вместе с моренным материалом формируется моренный вал.

С нашей точки зрения, наличие моренного вала определяет характер движения ледника в целом. При его наличии скорости смещений будут ниже. В случае проведения горных работ, связанных с удалением моренного вала, произойдет увеличение скоростей смещений ледника, что можно предотвратить проведением разгрузочных мероприятий. На основе различных точек зрения широкого круга специалистов о причинах и факторах, повлиявших на

увеличение скоростей смещений ледника, о методах и подходах решения задач были сделаны следующие допущения:

- прочностные свойства деформируемого слоя льда у ложа подбираются на основе численного моделирования на основании данных мониторинга за смещениями;
- для исследований определены четыре расчетных сечения и их наименования, согласовано их плановое расположение (рис.1);
- вода движется по каналам, сформированным по контакту ледника с мореной, при этом морена, как показали визуальные наблюдения, остается в сухом состоянии;
- гидростатическое взвешивающее давление воды действует на основание ледника и имеет максимальное значения напора 40 метров.

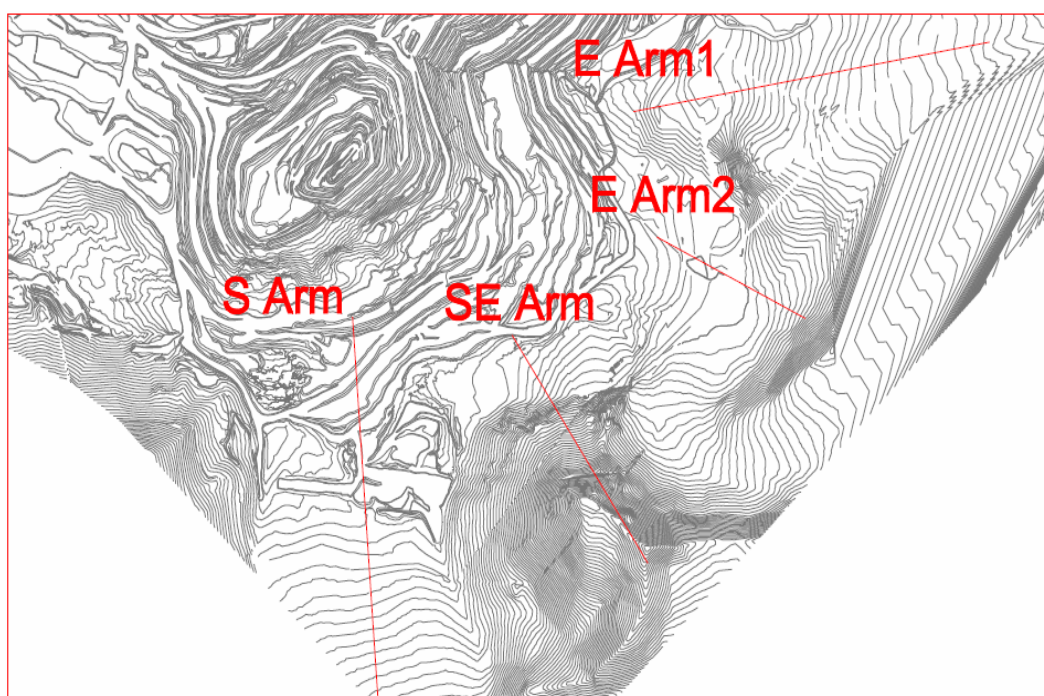


Рис. 1 - Плановое расположение и наименования расчетных сечений.

Моделирование процессов смещения ледника производилось на основании численного моделирования с использованием лицензионной программы FLAC 7.0 в плоской постановке.

Ввиду влияния отработки бортов карьера на смещение ледника учет поэтапности отработки является обязательным условием моделирования. Поэтапность отработки моделировалась путем изменения контура борта карьера с января по май 2012 г. на основании реальных данных. А изменение контура борта карьера с июня по декабрь моделировалось на основании проектных решений.

На основании ранее выполненных наблюдений по инклинометрам установлено, что смещение ледника происходит в результате деформирования льда у ложа ледника (на контакте с мореной). Нами была принята концепция, что за счет деформирования в контактной области во льду образуется прослой спрочностными свойствами ниже, чем у основной массы ледника. Определение прочностных свойств ледового прослоя осуществлялось путем подбора расчетных смещений и скоростей смещений к реально наблюдаемым смещениям и скоростям смещений ледника. Выбирались те прочностные свойства, при которых отклонения расчетных значений от наблюдаемых были минимальными. Данная методика является общепризнанной для составления расчетных моделей, описывающих напряженно-деформированное состояние бортов карьера и служит основанием для проведения прогнозных вычислений. Можно добиться высокого совпадения расчетных значений смещений с наблюдаемыми смещениями путем варьирования прочностных свойств ледового прослоя от этапа к этапу отработки. Но нами для вариации прочностными свойствами было принято следующее условие. При построении расчетных моделей по сечениям и для проведения прогнозных вычислений осуществлять только снижение прочностных свойств ледового прослоя во времени. То есть мы исходили из соображений, что лёд, испытывающий большие деформации, не способен восстанавливать свои прочностные свойства. Данное

утверждение базируется на результатах проведенных экспериментов со льдом. В результате исследованиями, проводившими эксперименты, были сделаны следующие выводы: сопротивление по мере нарастания деформаций сдвига увеличивается линейно и достигает максимума при относительной деформации 0,5% – 2%, после чего начинает уменьшаться: сначала резко, а затем более плавно.

Величины максимального сопротивления сдвигу тем больше, чем быстрее происходит сдвиг. Уменьшение сопротивления сдвигу связано с явлением «расслабления» кристалла из-за роста количества дислокаций. Данные представления об изменении способности льда сопротивляться сдвигу в зависимости от величины деформации сдвига легли в основу наших предпосылок.

Как отмечалось ранее, построение расчетных моделей базируется на анализе данных мониторинга за смещениями. Для выполнения анализа данных мониторинга за смещениями бортов карьера в расчетных сечениях была составлена специальная программа. Программа позволяет выделить коридор заданной ширины вдоль линии расчетного сечения. В наших расчетах ширина коридора составляла 100 м. Все точки мониторинга, попавшие в коридор за заданный период, разгружаются в Excel файл.

Для выявления факторов, влияющих на скорость смещения ледника, базовой моделью стала модель сечения S Arm. Исследования проводились на основе теории планирования эксперимента /2,3/.

Отличительной особенностью планирования эксперимента от классического эксперимента является возможность одновременного варьирования всеми выбранными факторами, по специальным правилам.

Одной из задач, которая решается с помощью планирования эксперимента, является выявление значимости варьируемых факторов на функцию отклика. Для составления матрицы планирования эксперимента и анализа экспериментальных планов была использована программа STATISTICA. Для исследований был выбран центральный композиционный план.

В качестве варьируемых факторов, влияющих на скорость смещения ледника, были выбраны:

1. Угол наклона ложа ледника;
2. Генеральный угол отработки ледника;
3. Гидростатическое давление на контакте ложа с ледником.

В качестве функции отклика была выбрана скорость смещения точки, находящейся на пересечении кровли ледника с генеральным углом отработки ледника.

На рис. 2 показана модель FLAC, для выполнения вычислительного эксперимента согласно матрице планирования. Отмечаем, что значение сцепления ледового прослоя в расчетах было принято  $C=100000$  Па.

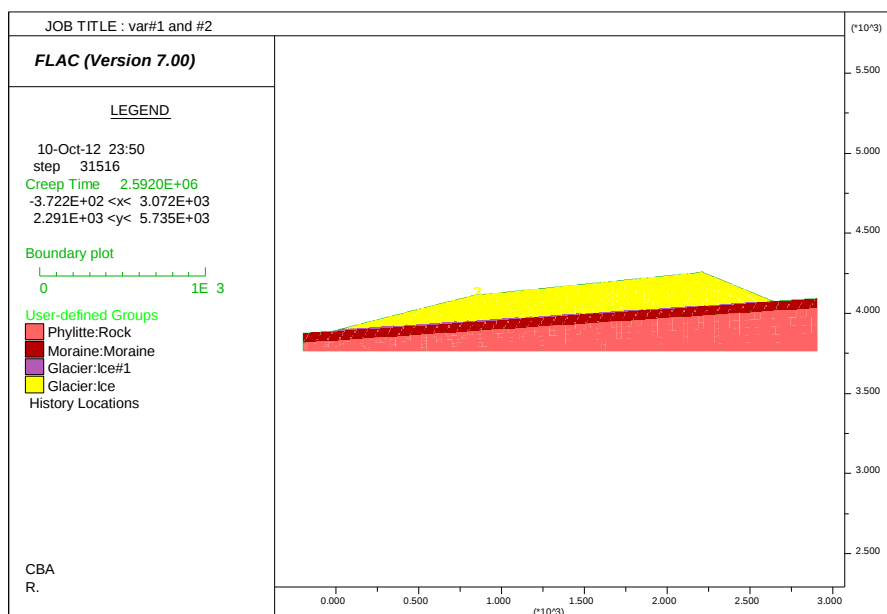


Рис. 2 - Модель для выполнения вычислительного эксперимента согласно матрице планирования.

Для анализа результатов эксперимента используем диаграмму Парето. На рис.3 показана диаграмма Парето. Как видно из рисунка, варьируемые факторы и их взаимодействие распределены в порядке уменьшения значимости (силы влияния) на скорость смещения ледника. Значимые факторы пересекают разделительную линию, соответствующую уровню значимости  $p=0,05$ . Согласно диаграмме Парето, наиболее значимым фактором является угол наклона ложа ледника. Следующим по значимости идет генеральный угол, как в линейной постановке (L) так и в квадратичной (Q). Невысокая значимость у взаимодействия факторов (1Lby 2L): угла наклона ложа и генерального угла, а также генерального угла и гидростатического давления воды (2Lby 3L). Гидростатическое давление воды, как фактор, влияющий на скорость смещения ледника, отнесен к малозначимому.

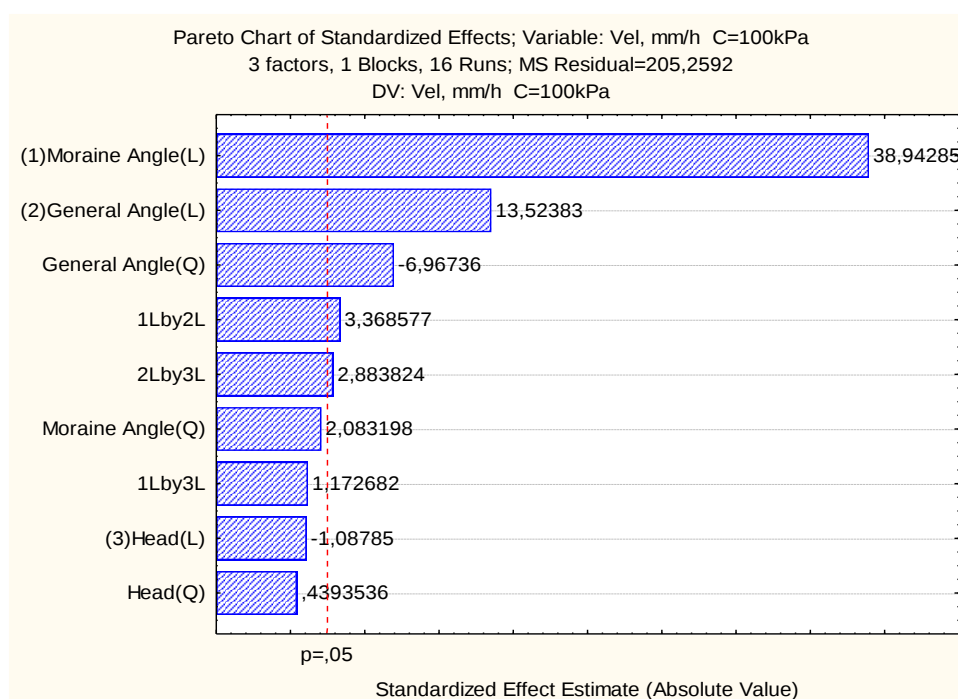


Рис. 3 - Диаграмма Парето с результатами значимости варьируемых факторов.

На рис. 4 показана поверхность функции отклика (скорость смещений ледника) в зависимости от угла наклона ложа ледника и генерального угла отработки ледника. Например, видно, что при малых значениях угла наклона ложа равных значений скоростей можно добиться при двух значениях генерального угла. В то же время, при возрастании угла наклона ложа ледника снижения скоростей можно добиться только за счет уположения генерального угла. Интерес вызывает малозначимость влияния гидростатического давления воды на скорость смещения ледника. Анализ данного явления нами был проверен по нескольким направлениям. В первую очередь, фактор воздействия гидростатического давления в модели FLAC. Приложение гидростатического давления приводит к деформированию сетки вверх на участках, где гидростатическое давление превышает вес вышележащего ледника, что отвечает физике явления. Наиболее очевидным является факт использования

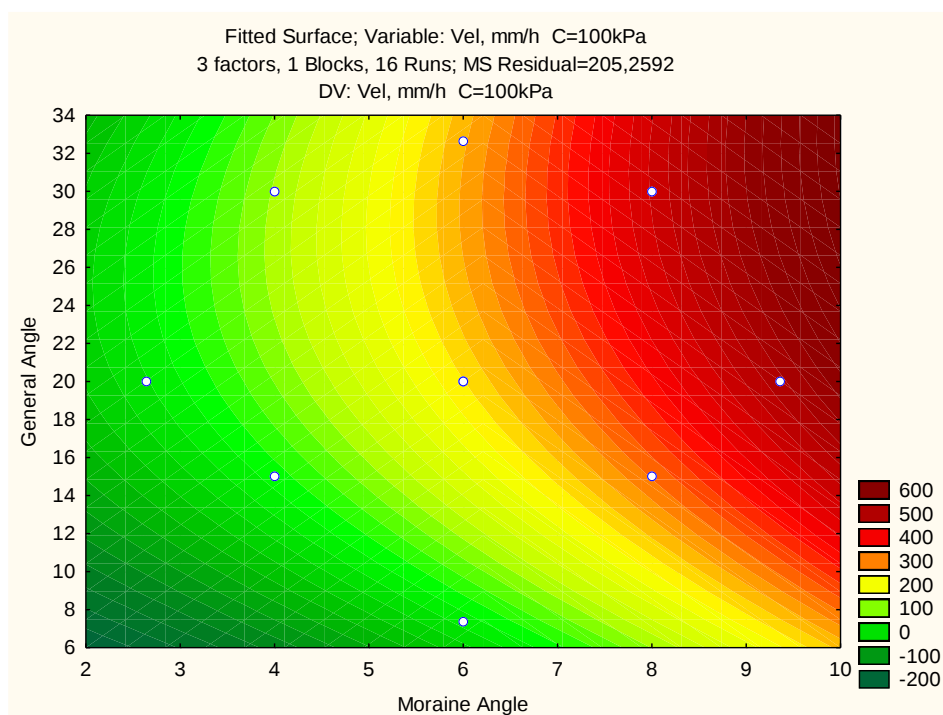


Рис. 4 - Поверхность функции отклика скорости смещений.

модели Мора-Кулона для описания свойств ледника, включая ледниковый прослой. Модель Мора-Кулона имеет вид:

$$\tau = C + (\sigma_n - p) * tg\varphi \quad (1)$$

где –  $\tau$  величина касательного напряжения – сопротивления,

$\sigma_n$  – нормальные напряжения к поверхности сдвига,

$p$  – гидростатическое давление воды к поверхности сдвига,

$\varphi$  – угол внутреннего трения материала.

Ввиду того, что значение угла внутреннего трения для льда в расчетах принималось  $\varphi_{\text{л}}=0$ , то воздействие на касательные напряжения - сопротивления  $\tau$  от  $(\sigma_n - p) * tg\varphi$  также равны 0.

Значения  $\varphi = 0$  нами получены на основании подбора прочностных свойств льда из условий максимального приближения расчетных значений к данным мониторинга за смещениями.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Маэно. Наука о льде. Перевод с японского А.И. Леонова под ред. д.ф-м.н В.Ф. Петренко. - М.: Мир, 1988.- 231 стр.
2. Ю.П. Адлер, Е.В. Марков, Ю.В. Грановский. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. 278 стр.
3. Н.Джонсон, Ф. Лион. Статика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы планирования эксперимента //Перевод с английского под редакцией к.т.н. Э.К. Лецкого, д.т.н. Е.В. Марковой. –М.: Мир, 1981. 516 стр.

## ПЛОСКИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В СОПЛАХ С ДВУМЯ СУЖЕНИЯМИ

Дыйканова А.Т., Туганбаев У.М.

Кыргызский Национальный Аграрный университет им. К.И.Скрябина

В данной работе предлагается метод решения плоской начально-краевой задачи теории сопла Лавала с двумя сужениями для нестационарного потока. Такого рода задачи для стационарных течений рассматривались в [1,2]. Авторы использовали идеальный газ, который был близок к однородному адиабатическому режиму реального газа в окрестности звуковой линии, а рассматриваемые уравнения были взяты как точные фундаментальные уравнения, подчиняющиеся соответствующему закону состояния. Классическое уравнение, описывающее такой нестационарный процесс в окрестности околосвуковых течений, записывается в виде [3]

$$-\varphi_x \varphi_{xx} + \varphi_{yy} - 2\varphi_{xt} = 0 \quad (1)$$

Продифференцировав уравнение (1) по  $x$ , при этом взяв  $\varphi_x = u$ , получим следующее уравнение

$$-[uu_{xx} + u_x^2] + u_{yy} - 2u_{xt} = 0. \quad (2)$$

Для последнего уравнения поставим следующие начально-краевые условия

$$u(x, y, 0) = P_0(x, y) - \text{начальное условие}, \quad (3)$$

$$u(x, 0, t) = P_1(x, y) = b_0 + b_1 T_1(t) x^2 - \text{на оси симметрии } y = 0, \quad (3a)$$

где  $b_0, b_1, P_0$  - заданные постоянные и функция.

Для удовлетворения начально - краевых условий (3) и (3а), будем искать решения в виде

$$u(x, y, t) = B_1(y, t) + B_2(y)x^2. \quad (4)$$

Если определить все необходимые частные производные и подставить в уравнение (2), то получим следующую систему

$$1. B_2'' = 6B_2^2, \quad 2. B_{2t} = 0. \quad (5)$$

$$3. B_{1yy} - 2B_2B_1 = 0. \quad (6)$$

Из второго уравнения системы (5) видно, что функция  $B_2$  действительно не зависит от переменной  $t$ . Вначале решим систему уравнений (5) (6) в окрестностях особых точек. На оси симметрии  $y = 0$  решение уравнения (5) запишется как

$$1а. B_2(y) = a_1 + a_2y^2 + a_3y^4 + a_4y^6 + a_5y^8 - \text{ на оси симметрии,} \quad (7)$$

где  $a_1$  – произвол,  $a_2 = 3a_1^2$ ,  $a_3 = 3a_1^3$ ,  $a_4 = 3a_1^4$ ,  $a_5 = 18a_1^5/7$ ,

а в окрестности особой точки  $y = y_0$ , имеем

$$1б. B_2(y) = 1/(y - y_0)^2 \quad \text{в окрестности } y = y_0. \quad (8)$$

Это же уравнение в особой точке  $y = 0$ , имеет одно точное решение в виде

$$1в. B_2(y) = 1/r^2 \quad \text{в окрестности } y = 0. \quad (9)$$

Для определения искомой функции  $B_1(y, t)$ , представим ее как

$$B_1(y, t) = D_1(y)T_1(t), \quad (10)$$

тогда с учетом (10), уравнение (6) примет вид

$$D_1''(y) - 2B_2(y)D_1(y) = 0. \quad (11)$$

В вышеуказанных особенностях, искомые функции примут следующие соотношения

$$1а. D_1(y) = \alpha_0 + \alpha_1y^2 + \alpha_2y^4 + \alpha_3y^6 + \alpha_4y^8 + \dots, \quad (12)$$

где  $\alpha_1 = a_1\alpha_0$ ,  $\alpha_2 = 2a_1^2\alpha_0/3$ ,  $\alpha_3 = 4a_1^3\alpha_0/9$ ,  $\alpha_4 = 19a_1^4\alpha_0/63$ .

$$16. \quad B_2(y) = (y - y_0)^{-2}, \quad D_1(y) = (y - y_0)^{-1}. \quad (13)$$

$$1в. \quad B_2(y) = y^{-2}, \quad D_1(y) = y^{-1}. \quad (14)$$

С учетом соотношений (14), уравнение (11) запишется в форме Бесселя

$$D_1''(y) - \frac{2}{y^2} D_1(y) = 0, \quad ,$$

где его решение примет вид  $D_1(y) = c_1 y^{-1} + c_2 y^2$  (15)

Далее решим систему уравнений (5,6) с начально-краевыми условиями (3,3а), аналитически. Умножая первое уравнение на  $B_2'(y)$  и дважды интегрируя, получим [4]

$$\frac{dB_2}{dy} = \pm \sqrt{4B_2 - q_3}, \quad q_3 - \text{const}, \quad (16)$$

где  $B_2(y) = \gamma(y + c, 0, q_3)$ , (17)

обратная функция эллиптической функции Вейерштрасса. Из начально-краевых условий (3,3а) имеем  $B_2(0) = -b_1$ ,  $B_2'(0) = 0$ , (18)

отсюда  $q_3 = -4b_1^3$ ,  $q_2 = 0$ ,  $e_1 = -4b_1^3$ . (19)

Решением второго уравнения  $D_1'' = 2\gamma D_1$  будет (20)

$$D_1(y) = c_1 \left\{ \left[ \gamma' + 2(-b_1)^{3/2} \right]^{1/3} + \left[ \gamma' - 2(-b_1)^{3/2} \right]^{1/3} \right\} \quad (21)$$

Теперь определим продольную составляющую компонента скорости, которая записывается в виде

$$u(x, y, t) = x^2 \gamma + c_1 \left\{ \left[ \gamma' + 2(-b_1)^{3/2} \right]^{1/3} + \left[ \gamma' - 2(-b_1)^{3/2} \right]^{1/3} \right\} \left( \frac{c_2 - e^{-2at}}{c_2 + e^{-2at}} \right) \quad (22)$$

В последнем решении функция  $T_1(t)$  является произвольной функцией, поэтому она определена в таком виде, что при  $t \rightarrow \infty$ , обращается в постоянную величину.

Из решения (22) определим две звуковые линии при  $u = 0$ , причем они располагаются от оси  $x = 0$  на расстоянии  $x = b_0/b_1 = \pm 0,85$ .

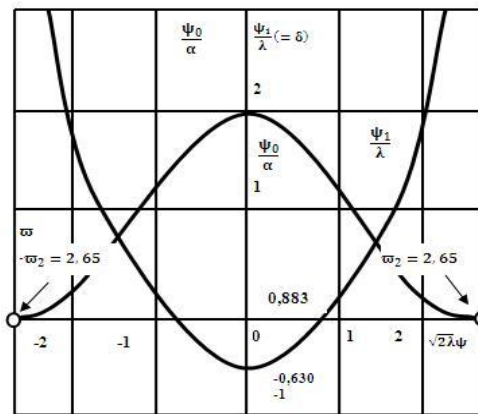


Рис.1. Поведение функции  $B_2$ ,  $D_1$  при  $q_3=-1$

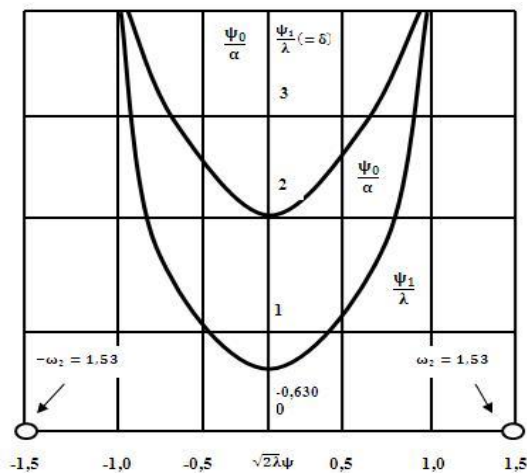
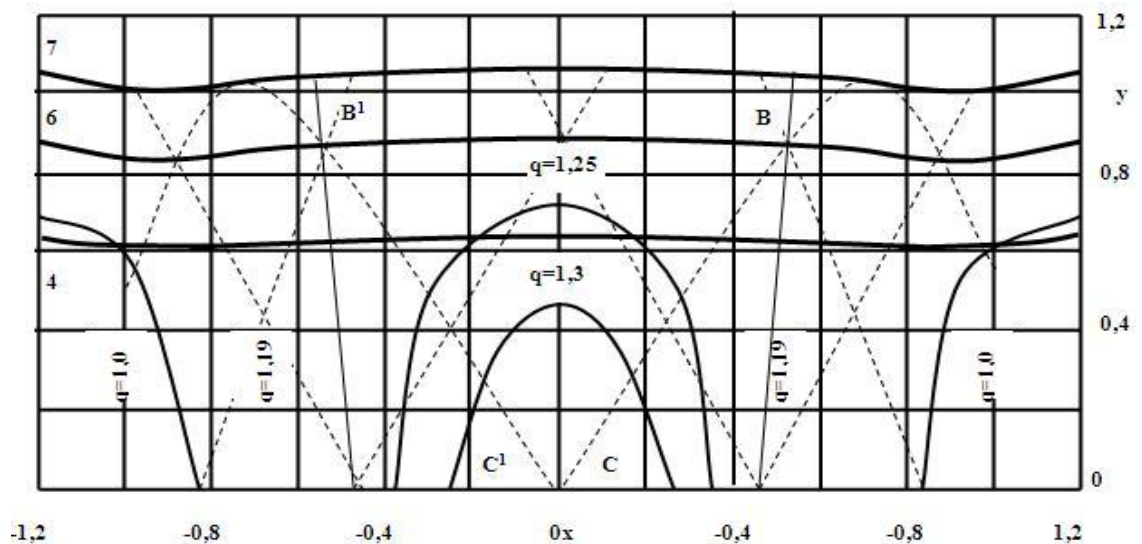


Рис. 2 . Поведение функции  $B_2$ ,  $D_1$  при  $q_3=1$



Физ.плоскость : — линия тока; — линия равных скоростей;  
 ---- линия Маха (характеристики)

Рис.3. Плоское течение в сопле с двумя сужениями.

Здесь рассмотрены случаи, когда горловины сопла равны между собой, а наши расчеты хорошо согласуются с работами [1,5] при  $t \rightarrow \infty$ .

Отметим, что в соплах с двумя сужениями могут протекать различные течения газа. Положим, что перед первым сужением стенки сопла поток газа имеет дозвуковую скорость, а при выходе из второй сужающей части сопла газ, расширяясь, приобретает сверхзвуковую скорость.

В окрестности первого сужения сопла, около выпуклой части стенки, могут быть образованы местные сверхзвуковые зоны, а вдоль оси симметрии сопла скорость потока будет дозвуковой. Однако величина скорости потока газа будет больше при выходе из первого сужения стенки, во входе, оставаясь при этом дозвуковой. Таким образом, в окрестности первого сужения сопла осуществляется течение типа Тейлора. Продолжая поступательное движение, поток газа в окрестности второго сужения стенки переходит через звуковую поверхность, а при выходе будет иметь сверхзвуковую скорость. Таким образом, во втором критическом сечении сопла течение газа имеет мейеровский тип.

Теперь рассмотрим распределение давления вдоль направления движения потока в сопле. Обозначим значение давления перед первым сужением стенки сопла, т.е. давление на входе, через  $p_0$ , давление на выходе из первого сужения – через  $p_1$ , а давление за вторым сужением – через  $p_2$ . Тогда будет выполняться неравенство для давлений  $p_0 > p_1 > p_2$ .

Введем обозначения для разности давлений:  $\Delta p_1 = p_0 - p_1$ ,  $\Delta p_2 = p_1 - p_2$ . При этом для разностей давлений выполняется условие  $\Delta p_1 > \Delta p_2$ . Итак, в результате «работы» разности давлений в сопле  $\Delta p_1$ ,  $\Delta p_2$ , будут иметь место околосвуковые течения газа в сопле с двумя

сужениями. На рис.1, рис.2, рис.3. указаны поведения функций  $B_2$ ,  $D_1$  и плоский поток на реальной плоскости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Tomotika S., Tamada K. Studies an two-dimensional transonic flows of compressible fluids.-Qurt. Of Apple. Mathem., 1950, vol №4, part I, P.381-391.
2. Чечейбаев Б. Исследование околосвуковых пространственных течений газа в сопле с двумя сужениями и в слабовогнутой трубе. Вестник КНУ им. Ж.Баласагына, 2004.-С.76-81.
3. Цзянь Х.Ш., Лин П.П., Рейснер Г. О двумерном неустановившемся движении тонкого крыла в сжимаемой жидкости. Газовая динамика. М.: Изд-во иностр.лит., 1950.С.183-196.
4. Ахиезер Р.И. Элементы теории эллипт. функций. – М.: Наука,1970. -304с.
5. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Течения газа в соплах.-М.:Изд-во Москов.Университета, 1978.-352с.

## **РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СБОРНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ АЛМАТИНСКОГО МЕТРОПОЛИТЕНА**

Баймахан А.Р. , Кабаева Г.Д. , Сейнасинова А.А., Баймахан Р.Б.

ИГиОН НАН КР, г. Бишкек,  
Академия гражданской авиации Казахстана,  
ИМиМ НАН РК, г Алматы

В статье рассматривается напряженно-деформированное состояние (НДС) массива вокруг незакрепленной выработки. С использованием критериев предельного равновесия определяются области влияния упрочнения на грунт по всему периметру выработки.

В качестве нагрузки выступает собственный вес вышележащих грунтов массива. Задача решается в плоской постановке методом конечных элементов (МКЭ). В зависимости от того, связны ли грунты или несвязны, выбираются различные критерии устойчивости/1 /.

Размеры расчетной области Высота и ширина расчетной области составляют  $H=80$  м,  $L=200$  м.

Ширина, высота и радиус свода выработки соответственно равны  $h=r=2,5$  м,  $\ell=2,5$  м.

Физико-механические свойства слабоустойчивого грунта: модуль Юнга -  $E=78$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu=0.27$ , объемный вес

$\gamma \cdot 102 = 2.25$  МН/м<sup>3</sup>, угол внутреннего трения  $\varphi = 38^\circ$ , коэффициент сцепления -  $C = 0,036$  МПа.

Аналогично значения физико-механических свойств цементационного укрепляющего материала соответственно равны:  $E = 3200$  МПа,  $\nu = 0.25$ ,  $\gamma \cdot 102 = 2.5$  МН/м<sup>3</sup>,  $\varphi = 35^\circ$ ,  $C = 4.5$  МПа.

Граничные условия. Поверхность земли свободна от напряжений:

$\sigma_x = \sigma_z = \tau_{xz} = 0$ . Основание имеет жесткое закрепление  $u = w = 0$ . На боковых гранях отсутствуют горизонтальные перемещения:  $u = 0$ ,  $w \neq 0$ .

Расчетная область разбита на 418 изопараметрические восьмиузловые элементы с 1330 узлами. Количество решаемых уравнений системы составляло 3876. Напряжения вычислялись в 9 точках внутри каждого изопараметрического элемента.

Расчетная область, содержащая тоннельную выработку, имеет по основанию и высоте 60,0 м. Ось тоннеля находится на глубине  $H = 30$  м. При таких размерах расчетной области выполняется условие  $\sigma_z \approx \gamma H$  везде вне области концентраций напряжений (ось  $Z$  направлена вертикально вниз).

На границах области ставятся следующие условия: на основании отсутствуют вертикальные перемещения  $W \approx 0$ , допускаются горизонтальные перемещения  $U \neq 0$ ; на боках  $U = 0$ ,  $W \neq 0$ . Земная поверхность свободна от нагрузок  $\sigma_z = 0$ ,  $\tau_{xz} = 0$ .

Условия контактного взаимодействия предполагают равенство нормальных радиальных и касательных напряжений и перемещений обнаженной поверхности тоннельной выработки и внешней поверхности выработки, т.е.

$$\sigma_r^n = \sigma_r^{ob}, \tau_{r\theta}^n = \tau_{r\theta}^{ob}, U_r^\Pi = U_r^{ob}, U_\theta^n = U_\theta^{ob}.$$

На рисунке 1 показана расчетная схема решения задачи и направления падения сейсмической волны по отношению к протяженной оси тоннеля.

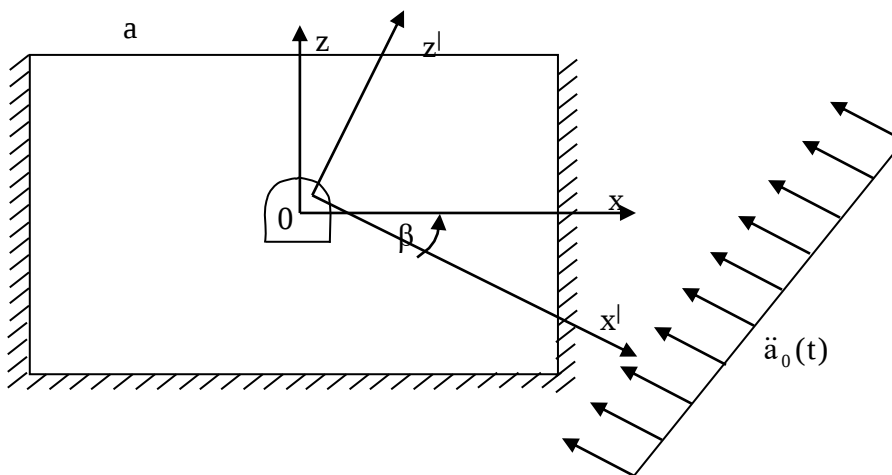


Рис. 1. Произвольное направление падения сейсмической волны к оси тоннеля.

На рисунке 2 показана конечноэлементная разбивка описанной выше расчетной области с расчетными узлами.

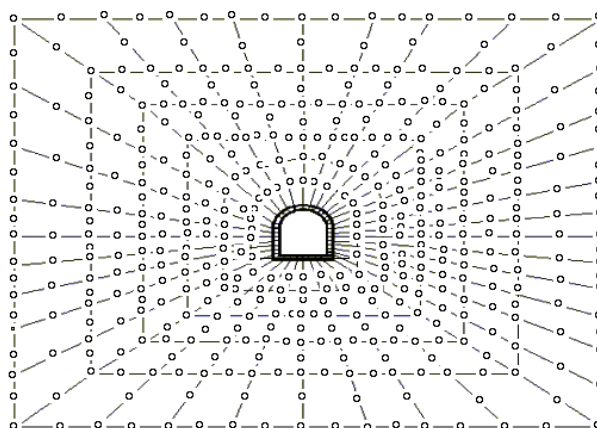


Рис. 2. Разбивка обделки тоннеля сводчатой формы и окружающей грунтовой толщи на конечные элементы

Расчеты проведены методом конечных элементов. На рисунке 3 показано эпюры сейсмических перерезывающих сил при горизонтальном падении сейсмической волны.

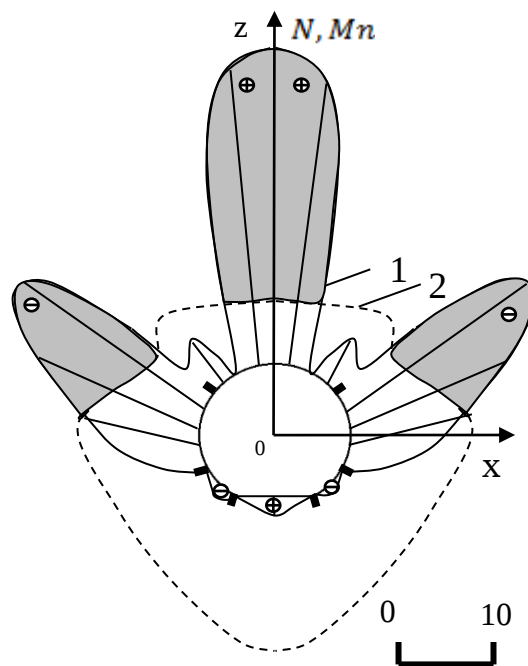


Рис. 3. Эпюры окружных продольных сил от статических и сейсмических сил и окружных напряжений (пунктирные линии) на внутреннем контуре сборной обделки.

Анализ результатов исследований показывает, что наибольшие силовые воздействия появляются в области кровли и на висячих боках.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в неоднородной толще методом конечных элементов. (под ред.акад.Ш.М. Айталиева) Алмата, 2002. –230 с.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ОБЛАСТЯХ С ПЕРФОРИРОВАННЫМИ ПЕРЕГОРОДКАМИ**

Сулайманова С.М., Кожомбердиева Н.Б.

Кыргызский национальный аграрный университет им.К.И. Скрябина,  
Кыргызский национальный университет им.Ж. Баласагына

Введение. Одной из важнейших задач современной газовой динамики является задача о течении газа в областях с перфорированными перегородками, и примыкающие к ней задачи: сверхзвукового обтекания проницаемых тел, течения газа в каналах с внезапным изменением поперечного сечения и движения газа в каналах с внутренним телом и т.п. Построение метода расчета таких задач в общем случае является сложной проблемой. Наряду с трудностями существующими даже в случаях обтекания непроницаемых поверхностей, например, при обтекании сверхзвуковым потоком газа, с ударными волнами, нестационарностью течения, здесь возникают дополнительные трудности, обусловленные проницаемостью обтекаемого тела. Существование расхода газа через перфорацию, взаимодействие ударной волны с поверхностью, отражение и затухание ударной волны, проникновение ее через перфорацию и образование неоднородных областей за перфорацией – все эти процессы приводят к нестационарности и неоднородности структуры течения вблизи перфорированной перегородки. В связи со значительной сложностью

структуры потока в этих областях представляется важным разделить область течения в целом на внутренние и на внешние течения.

Во многих практических задачах размер внутренней области – области со сложнейшими эффектами, - намного меньше характерного размера задачи в целом. Поэтому для решения задачи необходимо описать взаимодействия внешних и внутренних течений с помощью граничных условий, полученных при исследовании локальной структуры потока в областях вблизи перфорированной перегородки. Такие граничные условия можно получить, например, решая задачу о распаде произвольного разрыва при падении ударной волны на перфорированную перегородку [1,2].

При сверхзвуковых скоростях течения газа для стабилизации потока применяются перфорированные перегородки, поскольку с их помощью можно регулировать скорость и выравнять неравномерности потока. В аэродинамических конструкциях перфорированные тела используются в тормозных устройствах, а также последнее время такие перегородки в соплах применяются для гашения шумовых вибраций.

Обобщая сказанное, можно утверждать, что изучение процессов при движении идеального газа в областях с перфорированными перегородками представляет значительный и практический, и теоретический интерес.

I. Рассмотрим течение чистого газа в сопле, площадь поперечного сечения которого  $F$  – известная функция продольной координаты  $x$ , отсчитываемой вдоль оси канала, с перфорированной перегородкой квазиоднородной двухслойной постановке. Перегородку моделируем поверхностью разрыва для параметров газа. Граничные условия на такой поверхности получим с привлечением дополнительных предположений в рамках моделей, описанных в [1], в которых главное внимание уделено разрывом пористости.

Поместим перфорированную перегородку в сопле, как показано на рисунке 1. Заметим, что в осесимметричном случае перегородка имеет форму обратного конуса, причем вершина конуса лежит на оси в расширяющейся части сопла. Ось  $x$  совпадает с направлением набегающего потока и с осями симметрии конуса и сопла, ось  $y$  ей перпендикулярна. Начало координат расположим в плоскости, где прикасаются два тела. Пусть  $u$  -  $x$ -компонента скорости потока,  $p$  - давление,  $\rho$  - плотность,  $e$  - удельная внутренняя энергия,  $i$  - удельная энтальпия,  $a$  - скорость звука, причем

$$e = e(p, \rho), \quad i = i(p, \rho) = e + p/\rho, \quad a = a(p, \rho), \quad (1.1)$$

где функции, стоящие справа, известны. Для совершенного газа с показателем адиабаты  $\kappa$ :  $e = p/[(\kappa - 1)\rho]$ ,  $i = \kappa p/[(\kappa - 1)\rho]$ ,  $a = (\kappa p/\rho)^{1/2}$ .

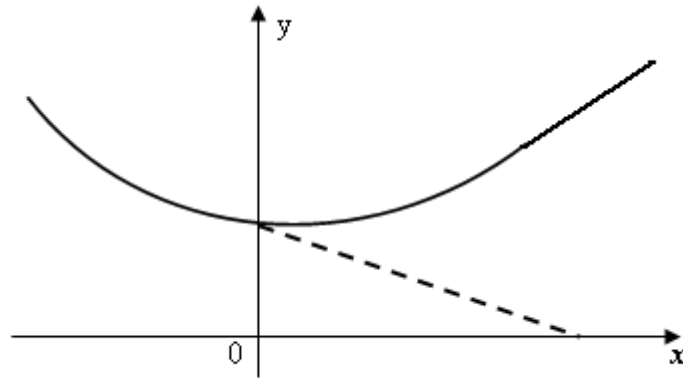


Рис. 1.

Предположим, что  $y'_s(x) < 1$ , где  $y_s(x)$  - уравнения образующей перегородки. Распределение параметров для нижнего слоя, т.е. для течения до перегородки удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{1}{F(M^2 - 1)} \left[ \frac{(1 + \nu)y_s^\nu g_m}{\rho} + u \frac{dF}{dx} \right]; \\ \frac{dP}{dx} &= - \frac{u}{F(M^2 - 1)} \left[ (1 + \nu)y_s^\nu g_m + \rho u \frac{dF}{dx} \right]; \\ \frac{d\rho}{dx} &= \frac{1}{a^2} \frac{dP}{dx}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $g_m$  - расход газа через перфорированную перегородку,  $M$ -число Маха.

Введем отмеченные чертой вверху переменные для обозначения соответствующих параметров для верхнего слоя. Величинами с индексом  $m$  обозначим соответствующие параметры газа в перфорированной перегородке. Тогда, система уравнений, описывающая течение за перегородкой имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{u}}{dx} &= \frac{\bar{u}}{\bar{\rho}\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[ (1 + \nu)y_s^\nu g_m (1 + \bar{M}^2 + \rho_s(\bar{S} - S_m)) - \bar{\rho}\bar{u} \frac{d\bar{u}}{dx} \right]; \\ \frac{d\bar{P}}{dx} &= \frac{\bar{u}}{\bar{\rho}\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[ (1 + \nu)y_s^\nu g_m (2\bar{\rho} + \bar{\rho}_s(\bar{S} - S_m)) - \bar{u}\bar{\rho}^2 \frac{d\bar{F}}{dx} \right],\end{aligned}\quad (1.3)$$

где  $\bar{\rho} = Q_0 / \bar{u}\bar{F}$ ;  $\bar{\rho}_s = \partial\bar{\rho} / \partial S = -\frac{\kappa - 1}{\kappa}\bar{\rho}$ ;  $S = P / \rho^\kappa$  - энтропийная функция;  $Q_0$  - расход газа в начальном сечении. В выписанных уравнениях  $\nu=0$  и  $1$  для плоского и осесимметричного случаев, соответственно.

Для выяснения характерных особенностей течения вблизи точки «схода» перфорированной перегородки поступим следующим образом. При малых  $\Delta P = P - \bar{P}$  расход газа через перегородку  $g_m = C\Delta P$ , где  $C$  – известная константа.

Допустим, что

$$\Delta P = \pi x^\alpha, \quad (1.4)$$

который отсчитывается от точки «схода». Тогда

$$\bar{F}(x) = \bar{\chi}x^2; \quad F(x) = F_0 + \chi x; \quad \bar{u} = \omega x^\beta,$$

где  $\bar{\chi}$  и  $\chi$  – известные константы, а  $\pi$  и  $\omega$  вместе с  $\alpha$  и  $\beta$  нужно найти. В силу (1.4)  $g_m = C\pi x^\alpha$ , согласно этому из (1.3) при малых  $x$  имеет место

$$P' = \frac{dP}{dx} = -\frac{\rho_0 u_0 F_0'}{F_0(M_0^2 - 1)} \equiv P_0';$$

$$\bar{u}' = \frac{du}{dx} = -\frac{(1+\nu)y_s^\nu g_m}{F_0(M_0^2 - 1)} - \frac{P'}{\bar{\rho}\bar{u}}. \quad (1.5)$$

Подставим (1.4) в (1.3) и (1.5), предварительно переписав в форме:

$$-\bar{P}' + P_0' - P_0' = \frac{-\bar{u}}{\bar{\rho}\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[ (1+\nu)y_s^\nu g_m (2\bar{\rho} + \bar{\rho}_s(\bar{S} - S_m)) - \bar{u}\bar{\rho}^2 \frac{dF}{dx} \right],$$

$$\Delta P' - P_0' = \frac{-\bar{u}}{\bar{F}(\bar{M}^2 - 1)} \left[ (1+\nu)y_s^\nu g_m (2 - \frac{\kappa}{\kappa-1}(\bar{S} - S_m)) - \bar{u}\bar{\rho}\bar{F}' \right].$$

С учетом малости  $\bar{S} - S_m$  и  $\bar{M}^2$  из (3), получим:

$$\pi\alpha x^{\alpha-1} - P_0' = \omega x^\beta \frac{\omega x^\beta \bar{\rho}^2 \bar{\chi} \cdot 2x - (1+\nu)y_s^\nu C\pi x^\alpha \cdot 2\bar{\rho}}{\bar{\rho}\bar{\chi}x^2(-1)};$$

$$\bar{\chi}\pi\alpha x^{\alpha+1} - \bar{\chi}P_0'x^2 = 2(1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} - 2\omega^2\bar{\rho}\bar{\chi}x^{2\beta+1},$$

а из второго уравнения (1.3):

$$\omega\beta x^{\beta-1} = -\frac{(1+\nu)y_s^\nu C\pi x^\alpha}{\bar{\rho}\bar{\chi}x^2} + \frac{\Delta P' - P_0'}{\bar{\rho}\omega x^\beta} =$$

$$= \frac{(1+\nu)y_s^\nu C\pi x^\alpha}{\bar{\rho}\bar{\chi}x^2} + \frac{\pi\alpha x^{\alpha-1} - P_0'}{\bar{\rho}\omega x^\beta},$$

откуда получим

$$\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2\beta x^{2\beta+1} = (1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} + \pi\alpha\bar{\chi}x^{\alpha+1} - P_0'\bar{\chi}x^2.$$

Перепишем полученные соотношения:

$$\pi\alpha\bar{\chi}x^{\alpha+1} - P_0'\bar{\chi}x^2 = 2(1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} - 2\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2\beta x^{2\beta+1};$$

$$\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2\beta x^{2\beta+1} = (1+\nu)y_s^\nu C\pi\omega x^{\beta+\alpha} + \pi\alpha\bar{\chi}x^{\alpha+1} - P_0'\bar{\chi}x^2. \quad (1.6)$$

Из этих уравнений можно найти показатели степени  $\alpha$  и  $\beta$ , и константы  $\omega$  и  $\pi$ . Заметим, что в (1.6) четыре показателя степени:  $\alpha+1$ ,  $2$ ,  $\beta+\alpha$  и  $2\beta+1$ . В общем случае за счет выбора двух чисел ( $\alpha$  и  $\beta$ ) их

невозможно сделать одинаковыми. Поэтому решением следует считать такие  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых оставшееся степень имеет более высокий порядок. Имеется несколько возможностей:

$$1) \quad \alpha + 1 = \beta + \alpha = 2\beta + 1; \quad \alpha = 2\beta \rightarrow 2\beta + 1 = 3\beta \rightarrow \beta = 1,$$

$\alpha = 2 \rightarrow \alpha + 1 = 3 > 2$ , и, следовательно, этот случай не подходит.

$$2) \quad \alpha + 1 = \beta + \alpha = 2 \rightarrow \alpha = 1, \beta = 1, \text{ а } 2\beta + 1 = 3 > 2, \text{ тоже не подходит.}$$

Далее,  $\omega$  и  $\pi$  должны удовлетворять уравнениям (1.6), т.е.

$$\bar{\chi}\pi - \bar{\chi}P'_0 = 2(\nu + 1)y_s^\nu C\pi\omega;$$

$$-(1 + \nu)y_s^\nu C\omega\pi + \pi\bar{\chi} - P'_0\bar{\chi} = 0;$$

$$\bar{\chi}\pi - \bar{\chi}P'_0 = (1 + \nu)y_s^\nu C\omega\pi + \pi\bar{\chi} - \bar{\chi}P'_0.$$

Отсюда следует, что  $\omega = 0$ . Если  $\omega = 0$ , то  $\pi = P'$  если  $\pi = 0$ , то равенство невозможно.

$$3) \quad \alpha + 1 = 2\beta + 1 = 2 \rightarrow \alpha = 1, \quad \beta = \frac{1}{2}, \beta + \alpha = \frac{3}{2} < 2, \quad \text{тогда}$$

$$\beta + \alpha = \frac{3}{2} < 2 \quad \text{тоже не подходит.}$$

Уравнения для  $\omega$  и  $\pi$  имеют вид:

$$\bar{\chi}\pi - \bar{\chi}P'_0 = -2\omega^2\bar{\rho}\bar{\chi};$$

$$\frac{1}{2}\bar{\rho}\bar{\chi}\omega^2 = \pi\bar{\chi} - P'_0\bar{\chi}.$$

Из этих уравнений находим, что  $\omega^2 = 0$ ,  $P' = \pi$ .

Итак, случаи 2) и 3) дают одинаковый результат, который к тому же неприемлем (чтобы было течение через перфорацию должно быть  $\pi > 0$ , а  $P'_0 < 0$ ).

Пусть имеет место (1.4) и еще

$$\bar{u} = \omega x^\beta, F = F_0 + \chi x, \bar{F} = \bar{F}_0 + \bar{\chi} x. \quad (1.7)$$

Подставляя (1.4) и (1.7) в уравнение (1.3) получим для  $\omega$  и  $\beta, \alpha, \pi$  - по прежнему следующие значения  $\pi = P'_0, \omega^2 = 0$ . Теперь предположим, что кроме (1.7) имеет место  $g_m = C \cdot \Delta P_0 \equiv g_{n0} \neq 0$ .

Вновь обратимся к уравнениям (1.3)

$$\alpha \pi x^{\alpha-1} - P'_0 = 2\omega(1+\nu)y_s^\nu g_{n0} \frac{1}{\bar{F}_0} x^\beta - \omega^2 \bar{\rho} \bar{\chi} x^{2\beta} \frac{1}{\bar{F}_0};$$

$$\omega^2 \bar{\rho} \bar{\chi} x^{2\beta-1} = -(1+\nu) \frac{y_s^\nu g_{n0} \omega}{\bar{F}_0} x^\beta + \alpha \pi x^{\alpha-1} - P'_0.$$

Здесь показатели степени:  $\alpha - 1, 0, \beta, 2\beta, \beta - 1$ . Возможны следующие случаи:  $2\beta - 1 = 0, \alpha - 1 = 0 \rightarrow \beta = \frac{1}{2}, \alpha = 1, 2\beta - 1 > 0$  и  $\beta = \frac{1}{2} > 0$ , откуда:  $\pi = P'_0$  и  $\omega = 0$ .

Итак, для любого  $\bar{F}_0$  нужно подобрать такое  $g_{n0}$ , чтобы, несмотря на начальное уменьшение перепада  $\Delta P_0$ , он не стал нулевым. Еще проще с самого начала подобрать  $g_{n0}$  из условия  $\Delta P_0 = 0$ .

В качестве произвольных параметров при сквозном интегрировании, где внутри интервала интегрирования имеются седловидные особенности, служат параметры  $u_0$  и  $\bar{F}_0$  для верхнего слоя.

$\bar{F}_0$  – характеризует величину зоны отрыва на верхнем слое.

II. С целью определения параметров газа в перфорированной перегородке, сформулируем граничные соотношения на поверхности разрыва и подробно остановимся на локальной структуре течения газа в окрестности перегородки. Основные граничные условия на разрыве имеют вид:

$$[\rho u] = 0; [2I + V^2] = 0; [P + \rho u^2] = -X; [\rho u v] = -Y; [\rho u w] = -Z. \quad (2.1)$$

Здесь, как и по прежнему  $P$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $I$  – удельная энтальпия,  $u, v, w$  – нормальная и поперечные компоненты вектора скорости  $V$ ,  $V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$  и  $[\varphi] = \varphi_+ - \varphi_-$ . Параметрам потока слева от перегородки приписан индекс минус, справа – плюс, а величинами, средним по минимальным сечения проходящих отверстий перегородки – индекс  $m$ .  $X, Y, Z$  – компоненты силы  $F$ , действующей со стороны потока на единицу площади перегородки. При рассмотрении течения в целом толщиной перегородки и характерным линейным размерам перфорации  $d$  можно пренебречь.

Наряду с основными соотношениями (2.1) необходимы дополнительные выражения для  $F$ , которые связаны со структурой локального течения через перфорацию.

В случае “густых” перегородок, длина каналов которых велика по сравнению с их поперечными размерами, можно принять равенства:

$$v_m = v_+ = 0, \quad w_m = w_+ = 0. \quad (2.2)$$

Эти условия можно использовать для определения  $Y$  и  $Z$ .

Авторы [1,3] считают, что вместо задания  $X$  проще и удобнее постулировать ту или иную схему перетекания газа через перегородку. При дозвуковом потоке слева от перегородки, поджатие газа сопровождающее падением давления происходит изэнтропически т.е.

$$S_- = S_m. \quad (2.3)$$

Здесь  $S$  – удельная энтропия или любая ее функция. Равенства (2.1), (2.2) вместе с (2.3) и отношениями:

$$f\rho_m u_m = \rho_- u_-, \quad 2I_m + u_m^2 = 2I_- + V_-^2. \quad (2.4)$$

и уравнениями состояния  $I = I(P, \rho)$  и  $S = S(P, \rho)$  представляют систему условий, связывающих параметрами слева от перегородки и

в ее минимальном сечении, где  $f = \sum_m / \sum$  – степень поджатия перфорации.

На режиме Р1, в которой  $M_m < 1$ , используется известная схема отрывного истечения (удар Борда), когда на перегородку справа действует постоянное давление  $P = P_m$ . На заданном этапе предполагается, что каналы перфорации в направлении течения либо сужаются, либо имеют постоянные поперечные сечения.

Третье уравнения (2.1) на режиме Р1 принимает вид

$$P_+ + \rho_+ u_+^2 = P_m + f \rho_m u_m^2 \quad (2.5)$$

На данном режиме параметры, входящие в (2.1) – (2.5), находятся одновременно с решением всей задачи о распаде разрыва [1,3].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гринь В.Т., Крайко А.Н., Миллер Л.Г. К распаду произвольного разрыва на перфорированной перегородке //ПМТФ.-1981.-№3.- С.96-106.
2. Крайко А.Н., Сулайманова С.М. К двухфазные течения смеси газа и твердых частиц с «пеленами» и «шнурами», возникающими при обтекании непроницаемых поверхностей //ПММ. 1983. Т.47. вып.4.С.619-630.
3. Газовая динамика. Избранное. В 2т.Т.1 /Под общей ред. А.Н.Крайко. Ред.-сост. А.Н. Крайко, А.Б. Ватажин, А.Н. Секундов. - 2-е изд.,испр.–М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005.-720с.–ISBN 5-9221-0651-1.

## ОПЫТ ТЕХНОЛОГИИ ОБОГАЩЕНИЯ ПОЛИМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ РУДЫ ПО МЕСТОРОЖДЕНИЮ МИРОНОВСКОЕ

Асаналиева Д. Р., Толобекова Б.Т., Молдобаев Э.С.

ИГиОН НАН КР, ИГДиГТ КТУ

В статье отражены выбор технологии обогащения для руд Мироновского месторождения. Анализирован минералогический вещественный состав руды утвержденных запасов полиметаллических руд до глубины 350м и выбранной технологии их обогащения.

Месторождение Мироновское расположено в Кеминском районе Чуйской области, на южном склоне Кастекского хребта, рядом с государственной границей с Казахстаном. Абсолютные высоты местности 1500-1800 м. Ближайшие населенные пункты находятся в 10-15 км от месторождения и связаны с ним грунтовыми дорогами. 50 км к востоку находится поселок Ак-Тюз, где законсервирован рудник и обогатительная фабрика. Месторождения открыто в 1961 году. В 1974 году запасы были утверждены в ГКЗ СССР до глубины 350 м в следующем количестве.

Таблица. Утвержденные запасы месторождения Мироновское.

| Тип             | Категория                      | Руда  | Среднее содержание, % |      |      |      |      | Запасы металла, т |      |       |      |      |
|-----------------|--------------------------------|-------|-----------------------|------|------|------|------|-------------------|------|-------|------|------|
|                 |                                |       | Bi                    | Cu   | Au/г | Ag/г | Pb   | Bi                | Cu   | Au    | Ag   | Pb   |
| Сульфидная      | C <sub>1</sub>                 | 242,6 | 0,237                 | 1,59 | 2,5  | 55,5 | 1,09 | 575               | 3900 | 0,606 | 13,5 | 2600 |
|                 | C <sub>2</sub>                 | 209,6 | 0,225                 | 1,16 | 1,9  | 47,3 | 1,18 | 471               | 2400 | 0,408 | 9,9  | 2500 |
|                 | C <sub>1</sub> +C <sub>2</sub> | 452,2 | 0,231                 | 1,4  | 2,2  | 51,7 | 1,12 | 1046              | 6300 | 1,014 | 23,4 | 5100 |
| Полу-окисленная | C <sub>1</sub>                 | 29,6  | 0,392                 | 0,93 | 2,7  | 50,6 | 1,63 | 116               | 300  | 0,081 | 1,5  | 500  |
| Всего           | C <sub>1</sub> +C <sub>2</sub> | 481,8 | 0,24                  | 1,37 | 2,3  | 51,7 | 1,16 | 1162              | 6600 | 1,095 | 24,9 | 5600 |

Основные полезные компоненты: висмут, золото, медь, серебро, свинец, цинк. Промышленным являлись содержание меди, цинка, свинца, золота, серебра (см.). Висмут в данном месторождении, в основном, представлен сульфосолями висмута, реже висмутином. Сульфосоли висмута Мироновского месторождения содержат мелковкрапленный халькопирит, с которым чаще всего имеет сростки. Кроме того, в тесной ассоциации с ними находится сфалерит и реже галенит.

Главные рудные минералы месторождения: пирит, халькопирит, арсенопирит, висмутит, сфалерит, галенит, вольфрамит, шеелит, тетраэдрит. Нерудные минералы: кварц, сидерит, турмалин, кальцит. Верхние горизонты жил окислены. Запасы окисленной руды составляют около 6%. В советское время были проведены технологические исследования обогатимости руды флотацией по 19 пробам. На основании анализа результатов вещественного состава руд, лабораторных исследований, полупромышленных испытаний, практики работы действующих предприятий для окисленных и сульфидных руд месторождения Мироновское была принята флотационная схема обогащения. Рекомендуемая схема обогащения руд включает следующие операции: Подготовительные процессы дробление, измельчение, основная коллективная флотация с одной контрольной и двумя перечистками. А также вспомогательный процессы сгущения, фильтрация. Оптимальной крупностью помола является 74 микрона не менее 78%. Технология обогащения полиметаллических руд в советское время приведены на следующей схеме (рис.1.)

В результате обогащения из полиметаллических руд месторождений Мироновское предусматривается получение коллективного концентрата с удовлетворительными технологическими показателями извлечения висмута, меди, свинца, золота и серебра.

Выход концентрата- 14,5%. Извлечение из не окисленной сульфидной руды в концентрат: золота- 85%; висмута-87,5%; меди-90%; свинца-80%; серебра-80%

Также в 2008 году были проведены лабораторные исследования независимыми консультантами Metallurg Pty Ltd («Metallurg»), металлургические испытания проводил («AmmtecPtyLtd»). Технологические пробы, полученные для металлургических испытаний, были отобраны из штолен Главной рудной зоны Мироновского месторождения.

В результате обогащения из полиметаллических руд месторождений Мироновское предусматривается получение коллективного концентрата с удовлетворительными технологическими показателями извлечения висмута, меди, свинца, золота и серебра.

Выход концентрата- 14,5%. Извлечение из не окисленной сульфидной руды в концентрат: золота- 85%; висмута-87,5%; меди-90%; свинца-80%; серебра-80%

В результате обогащения из полиметаллических руд месторождений Мироновское предусматривается получение коллективного концентрата с удовлетворительными технологическими показателями извлечения висмута, меди, свинца, золота и серебра.

В результате обогащения из полиметаллических руд месторождений Мироновское предусматривается получение коллективного концентрата с удовлетворительными технологическими показателями извлечения висмута, меди, свинца, золота и серебра.

## Технологическая схема



Рис.1.Технология обогащения полиметаллических руд  
в советское время

Выход концентрата- 14,5%. Извлечение из не окисленной сульфидной руды в концентрат: золота- 85%; висмута-87,5%; меди-90%; свинца-80%; серебра-80%

В результате обогащения из полиметаллических руд месторождений Мироновское предусматривается получение коллективного концентрата с удовлетворительными технологическими показателями извлечения висмута, меди, свинца, золота и серебра.

Выход концентрата- 14,5%. Извлечение из не окисленной сульфидной руды в концентрат: золота- 85%; висмута-87,5%; меди-90%; свинца-80%; серебра-80%

Также в 2008 году были проведены лабораторные исследования независимыми консультантами MetallurgPtyLtd(«Metallurg»), металлургические испытания проводил («AmmtecPtyLtd»). Технологические пробы, полученные для металлургических испытаний, были отобраны из штолен Главной рудной зоны Мироновского месторождения. Минерализация сосредоточена в кварц-турмалиновых и кварц – турмалин-сидеритовых жилах, имеющих четкие контакты с вмещающими не рудными амфиболитовыми сланцами и гранитоидами. На месторождении определено 20 жил с рудной минерализацией из которых имеют промышленную ценность: Главная, диагональная, широтная и под надвиговая. Жилы руд, расположенные в поверхностной части, представлены окисленными и полуокисленными. Несортированной технологической пробе медь является наиболее значимым металлом ее среднее содержание составляет 0,85%, а среднее содержание меди для всего месторождения Мироновское составляет 1,2%.Среднее содержание цинка 0.5%,а свинца около1% и может достичь до 2% в некоторых частях месторождения. Главным доминирующим жильным минералом является пирит, содержание в массе пробы состоит из 64.3% этого минерала. Халькопирит является

основным промышленным сульфидом и составляет 9.2% от массы пробы. Халькопирит в основном сводится к мелкой ( $-25\mu\text{m}$ ) фракции. Сфалерит и галенит являются сопутствующими промышленными сульфидами и составляют 2.6% и 0.8%. Проба содержит вторичные фальерц и ковеллит также как и следы сульфидов висмута ниже 0.8%. Сопутствующий минерал арсенопирит немного меньше чем халькопирит, составляет 6.2% . Кварц, сидерит и вторичные слюды являются основными некремнистыми жильными минералами. (7.7%, 6.6% и 1.8% соответственно). В ходе металлургического испытания «Аmmtec» составил свою технологическую схему (рис.2.). Технология обогащения полиметаллических руд «Аmmtec» представлено на следующей схеме.

На этой схеме руда также подвергается подготовительным процессом, грубой флотации сгущении и фильтрации. Технологическая схема состоит из условного цикла грубой очистки с доизмельчением грубого концентрата медь/свинец и подавлением цинка. До измельченный грубый концентрат медь/свинец впоследствии требует трех стадий перечистки для обеспечения производства пригодного к продаже концентрата. Извлечения в конечном итоге каждого металла составило: меди-90%, цинка- 76%, свинца-65%, висмута-82%. Лабораторное испытание показывает, что главная рудная зона Мироновского месторождения может разрабатана для производства пригодного к продаже концентрата. Продолжается исследование потенциала обоснования технологической схемы по золоту для восстановления золота из концентрата пирита.

### Технологическая схема

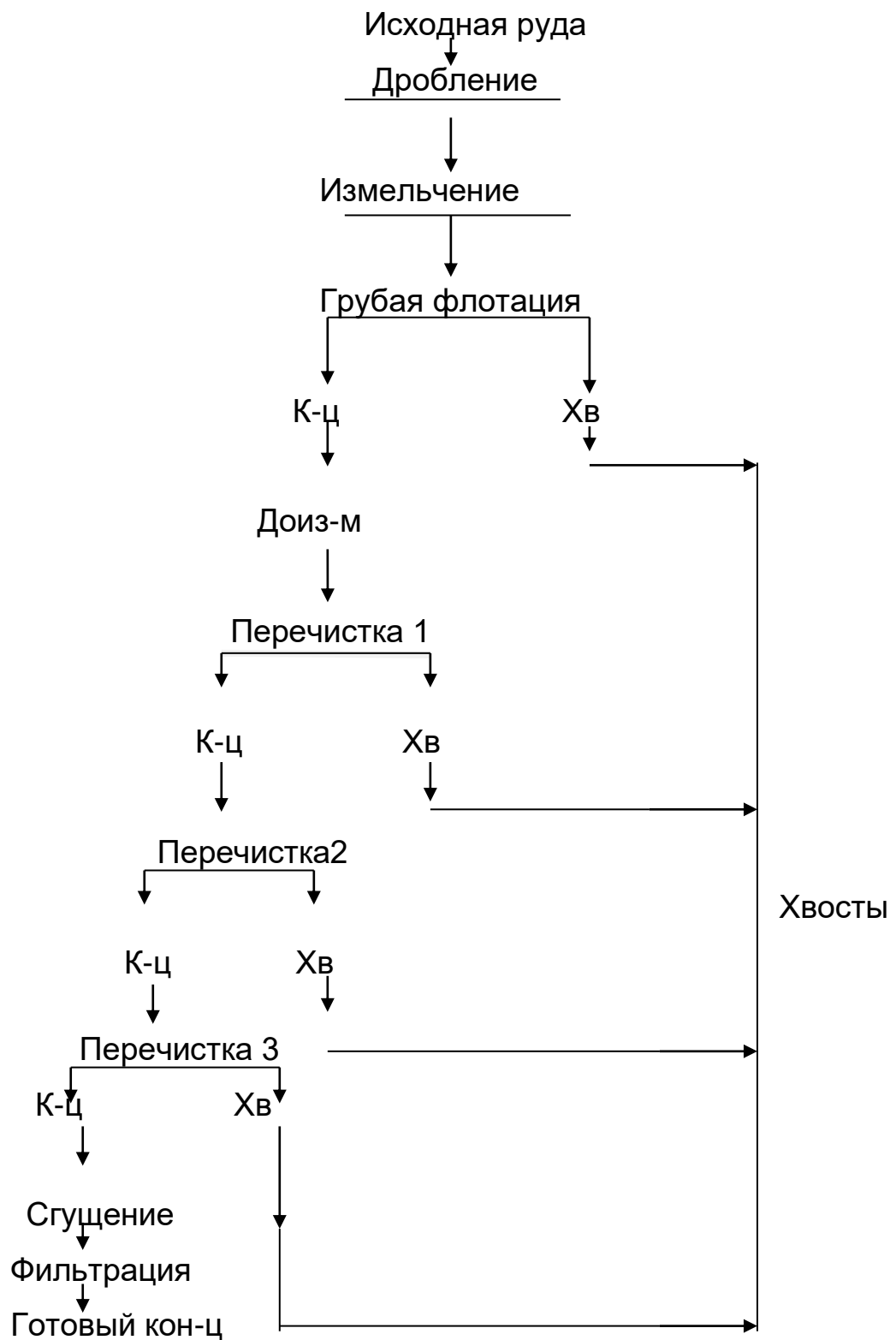


Рис.2. Технология обогащения полиметаллических руд «Аmmtec» представлено на следующей схеме

#### Выводы:

1. В советское время промышленно-ценным минералом руды Мироновского висмутового месторождения является сульфосоли висмута. В те года особое внимание уделяли висмуту. И технология обогащения составлена на обогащения в основном на висмут.
2. В данное время себестоимость висмута не рентабельна. В связи с этим сейчас планируется перерабатывать медь, золота, серебро. Технология Ammtes разрабатывалась именно на обогащения благородных металлов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е.Е.Серго Дробления, измельчения и грохочения полезных ископаемых. Москва., Недра. 1980 г.
2. С.И. ПолькинЭ.В.Адамов Обогащения руд цветных металлов. Москва., Недра. 1983 г.
3. Отчеты 1968-1974 годах. По научно-исследовательской теме: «Исследование на обогатимость сульфидных висмут содержащих руд Мироновского месторождения».
4. Metallургические испытания независимых консультантов MetallurgPtyLtd( «Metallurg») 2008 года. Австралия.

## **К ОПРЕДЕЛЕНИЮ КРИТИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ $K_{IC}$ ДЛЯ МАССИВА В ОБЛАСТИ КОНТУРА ПОДЗЕМНОГО СООРУЖЕНИЯ**

Баймахан Р. Б., Алиева А. М., Кулмаганбетова Ж.К., Муздакбаев М.М.

Институт механики и машиноведения НАН Казахстана, г. Алматы,  
Актюбинский университет им. С. Баишева, г. Актюбинск  
Актюбинский региональный государственный университет  
им. К. Жубанова, г. Актюбинск,

В механике разрушения критическое значение коэффициента интенсивности напряжений первого рода  $K_{IC}$  для тел с трещинами определяется экспериментально [1, 2]. Коэффициенты интенсивности вдали от контура определяются по формулам [1].

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi \ell} \quad (1)$$

$$K_{IC} = \sigma_C \sqrt{\pi \ell} \quad (2)$$

Здесь  $K_{IC}$  выражение для определения критического значения коэффициента интенсивности напряжений, ответственное разрушению материала. В свою очередь  $K_{IC}$  определяется через критическое значение растягивающих напряжений  $\sigma_C$ .

Вместе с тем имеются попытки определить значений  $K_{IC}$  для различных материалов теоретическим путем через коэффициент концентрации напряжений  $K_K$ . Такая идея имеется в работе [1], которая заключается в следующем.  $K_{IC}$  можно определить как

предельное значение  $K_K$  при стремлении к нулю радиуса кривизны  $\bar{r}$  вершины надреза.

В предельном случае, при котором надрез стремится к трещине

$$K_I = \lim_{\bar{r} \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\pi}}{2} K_K \sqrt{\bar{r}} \quad (3)$$

Для определения коэффициентов интенсивности напряжений различных конфигураций тел с трещиной могут быть использованы многочисленные решения, полученные для коэффициентов концентрации напряжений Нейбером, Петерсоном, Савиным, Исидой /1 / и др.

Н.А.Зориным, Ю.М. Халимендиком, В.Г. Колесниковым для значения напряжений в импульсе предложено выражение /2/.

$$\sigma = \sqrt{\frac{Ech}{\pi^2 n^2 a^2}}, \quad (4)$$

где  $E$ -модуль Юнга;  $c$  – скорость звука;  $h$  – постоянная Планка численно равная  $h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  или  $h = 6,6262 \cdot 10^{-27} \text{ Эрг} \cdot \text{с}$ ,  $n$  – число бесконечно малых трещин-раздробления;  $a$  – линейные размеры трещины.

Баймаханом А.Р. /3/, показан возможность определения критическую глубину заложения горной выработки  $H$  заранее, при котором наступит начала раздробления массива горных пород вокруг контура подземного сооружения. Критическая глубина  $H$  была найдена на основе сопоставления выражений для разрушающих напряжений (4) и выражений для нахождения концентрации напряжений на глубине  $H$  в весомом массиве для  $n$  трещин

( $j = 1, 2, \dots, n$ ). для продвижения каждой трещины на  $i$  – шаг ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) в виде

$$\sigma_c = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k \sqrt{\frac{Ech}{\pi^2 j^2 \Delta S_i^2}} \quad (5)$$

С другой стороны на пределе это есть  $\sigma_c = K_k \gamma H$ . Сопоставлением этих двух выражений была найдена критическая глубина заложения  $H$  в виде

$$H = \frac{\sigma_c}{K_k \gamma} \quad (6)$$

$\Delta S_i$  – площади трещин-разрывов;  $\gamma$  – объемный вес горной породы.

Нетрудно понять, что обобщенное выражение (5) применительно к макромеханике при  $i=1$  и  $j=1$  будет соответствовать импульсу напряжений (4), которое создает микротрещину. В знаменателе выражении (5), находится произведение квадрата количеств микротрещин на квадрат шага продвижения каждой микротрещины. Поэтому результат такого произведения, даст число, соизмеримое с постоянной Планка.

Величина  $K_k$  меняется в широком пределе, от 2.00 до 9.91. Для выяснения его смысла приведем решению задачи Кирша, который имеет аналитическое решение, который имеет максимального значения на контуре круга, где  $K_k = 3$ , а в случае анизотропной полосы  $K_k = 4.15$ . Сравнивая выражения (3)-(6) и анализируя приведенного примера автора работы [3], убеждаемся, что действительно при предельном переходе коэффициент концентрации напряжений  $K_k$  характеризует началу возникновения в теле микротрещин-разрывов, которые в сумме перерастает на разрушение массива. Такая идея принадлежит М. Сиратори, Т. Миеси, Х. Мацусита, Н.Зорину, Ю. Халимендику, В. Колесникову и др..

Развивая эти идеи в виде выражения (5)-(6) и подставляя (5) в (2) получим следующую обобщенную теоретическую формулу для критического коэффициента интенсивности в следующем расширенном виде

$$K_{IC} = \sqrt{\pi \ell} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k \sqrt{\frac{Ech}{\pi^2 j^2 \Delta S_i^2}} \quad (7)$$

С помощью этой выражений можно найти глубину заложения выработки, при котором начинается хрупкое раздробление массива вокруг выработки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сиратори М, Миеси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения. –М.: Мир, 1986. 334с. 3
2. Зорин Н.А., Халимендик Ю.М., Колесников В.Г. Механика разрушения горного массива и использование его энергии при добыче полезных ископаемых. –М: Недра. 2001. 413с.
3. Баймахан А.Р. Разработка алгоритма разрушения анизотропного массива вдоль, вкрест слоев плоскости изотропии и в направлениях между ними. «Проблемы геомеханики и преподавания естественных дисциплин». Алмата, 2012 с. 129-132

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ СТЕПЕНИ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ БОРТОВОГО СОДЕРЖАНИЯ**

Толобекова Б.Т.

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР

Наши ранние исследования в данном направлении освоения месторождений полезных ископаемых показали, что применение дифференцированных кондиций по годам эксплуатации влияет положительно, т.е. позволяет увеличению количества извлекаемых запасов из недр и повышению эффективности разработки путем повышения чистой текущей стоимости (NPV) и уровня отдачи капитальных вложений (IRR)[1].

Поскольку эффективность разработки напрямую и в существенной степени зависит от степени дифференциации бортового содержания при отработке запасов месторождения. В этот раз исследуем, эффективна ли стратегия с применением дифференцированного по годам бортового содержания в оптимизационной постановке.

В качестве примера используется месторождение запасами отработки 10 млн.т. со средним содержанием полезных ископаемых 6 г/т. Воспользуемся обобщенными данными зависимости среднего содержания от изменения количества обрабатываемых запасов месторождений.

Статистическая обработка данных зависимости среднего содержания полезных компонентов (С) в обрабатываемых запасах (Б)

месторождений показала, что для месторождений полезных ископаемых  $B \leq 10$  млн. т можно использовать формулу:  $(C = 6,94 - 0,21 B + 11,6/B)$ , а при  $B > 10$  млн. т должны использоваться формула, определяющее среднее содержание в добываемых рудах по  $C = 3,5 - 0,07 B + 34/B$ . (рис.1).

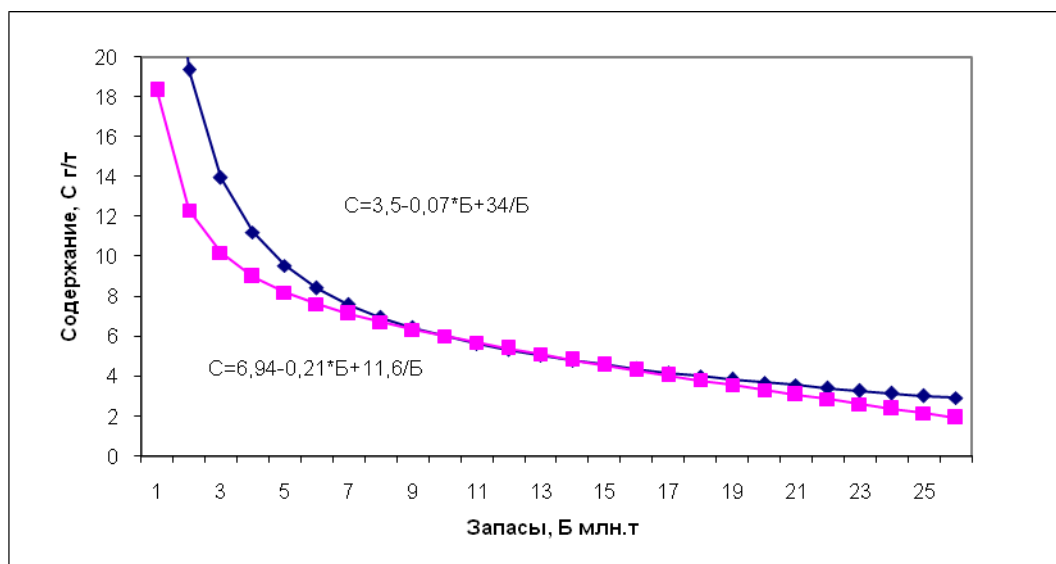


Рис. 1. Зависимость среднего содержания от количества обрабатываемых запасов месторождения.

Так как в нашем примере запасы месторождения равно 10 млн.т, то в данном случае потенциальный оптимум расположен в области запасов меньше 10 млн. т. В связи с этим воспользуемся зависимостью между  $C$  и  $B$ , характерной для данной области:  $C = 6,94 - 0,21 B + 11,6 / B$  (см. рис.1).

Исследуем валовую отработку в сочетании с наиболее эффективной и ресурсосберегающей схемой с двусторонним дифференцированием бортового содержания и компенсацией оставляемых запасов.

Определим оптимальную степень дифференцирования.

Для решения этой задачи применим близкий к оптимальному при валовой отработке вариант с запасами  $B = 6,5$  млн. т.

Исследуем вариант со степенью дифференциации  $\Delta B = \pm 20 \%$ .

Произведем предварительные расчеты:

$$C_{6,5} = 6,94 - 0,21 \times 6,5 + 11,6 / 6,5 = 7,36 \text{ г/т},$$

$$B_H = B (1 - \Delta B) = 6,5 \times 0,8 = 5,2 \text{ млн. т.},$$

$$C_H = 6,94 - 0,21 \times 5,2 + 11,6 / 5,2 = 8,079 \text{ г/т};$$

$$B_K = 6,5 \times 1,2 = 7,8 \text{ млн. т.}$$

$$C_K = 6,94 - 0,21 \times 7,8 + 11,6 / 7,8 = 6,789 \text{ г/т.}$$

$$C = \frac{C_H \cdot B_H + 2 \cdot C_{\bar{B}} \cdot B_{\bar{B}} + C_K \cdot B_K}{4 \cdot B_{\bar{B}}} = \frac{42,0096 + 95,675 + 52,9556}{4 \cdot 6,5} = 7,332 \text{ г/т}, \quad (1)$$

где  $B_H$  - количество запасов, извлекаемых в первой половине отработки месторождения;

$C_H$  - начальное содержание добываемых руд;

$C_K$  - содержание извлекаемых запасов в конечной порции руды;

$B_K$  - количество извлекаемых запасов, во второй половине отработки;

$C$  - среднее содержание руды при валовой отработке.

Используя установленные  $C$  и  $C_H$ , произведем оптимизационные расчеты (таблица 1).

Таблица 1.

Оптимизация А при  $B=6,5$  млн. т.,  $\Delta B = \pm 20 \%$ .

| Показатели           | Производительность А, млн. т/год |         |         |
|----------------------|----------------------------------|---------|---------|
|                      | 0,7                              | 0,8     | 0,9     |
| В, млн. т.           | 6,5                              | 6,5     | 6,5     |
| С, г/т               | 7,332                            | 7,332   | 7,332   |
| С <sub>н</sub> , г/т | 8,079                            | 8,079   | 8,079   |
| М, г/т               | 5,866                            | 5,866   | 5,866   |
| М <sub>0</sub> , г/т | 6,463                            | 6,463   | 6,463   |
| У <sub>2</sub>       | 23,2639                          | 19,1039 | 15,8059 |
| М, г/т               | 0,1286                           | 0,1470  | 0,1654  |

|                              |         |          |         |
|------------------------------|---------|----------|---------|
| Т <sub>с</sub> , лет         | 2,53    | 6,463    | 6,463   |
| Т, лет                       | 9,286   | 8,125    | 7,222   |
| Д <sub>о</sub> , млн. долл.  | 15,4435 | 16,4240  | 17,1502 |
| Д <sub>од</sub> , млн. долл. | 195,814 | 203,6265 | 206,611 |
| Д <sub>д</sub> , млн. долл.  | -       | 187,2325 | 192,241 |
| Р, млн. долл.                | 30,26   | 31,78    | 31,79   |

Здесь оптимальными параметрами являются (рис.2): А<sub>опт</sub>= 0,85 млн. т/год, R<sub>max</sub>= 32,05 млн. долл.

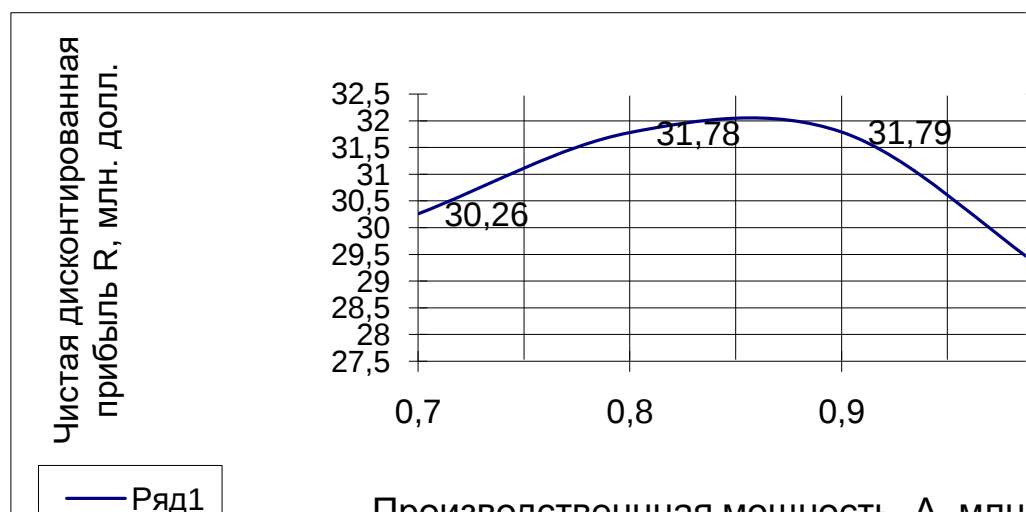


Рис.2. Дифференцированная оптимизация производственной мощности А при Б=6,5 млн.т.

Увеличим степень дифференциации до  $\pm 30\%$ . Аналогично предыдущего варианта расчета, произведем предварительные расчеты:

$$B_n = 6,5 \times 0,7 = 4,55 \text{ млн. т.},$$

$$C_n = 6,94 - 0,21 \times 4,55 + 11,6 / 4,55 = 8,534 \text{ г/т.},$$

$$B_k = 6,5 \times 1,3 = 8,45 \text{ млн. т.}$$

$$C_k = 6,94 - 0,21 \times 8,45 + 11,6 / 8,45 = 6,5383 \text{ г/т.}$$

$$C = \frac{C_n \cdot B_n + 2 \cdot C_o \cdot B_o + C_k \cdot B_k}{4 \cdot B_o} = 7,2982 / m \quad (2)$$

Результаты оптимизационных расчетов привели к выводу, что с ростом величины  $\pm\Delta B$ , растет и эффект  $R$ , причем прогрессивно.

Для установления оптимальной величины  $\pm\Delta B$ , следует ввести ограничения на содержание в конечной порции руды. Естественным ограничением может служить бортовое содержание  $C_b$ .

Задача решается путем итераций. При этом последовательно назначаются значения  $B_k$ , добиваясь равенства  $C_{b,k} = C_k$ .

Результаты итерационных расчетов (при  $A = 0,8$  млн. т/год) представлены в таблице 2.

По данным таблицы 2 построим график изменений  $C_{b,k}$  и  $C_{в,k}$  от  $\pm\Delta B$ . Из него определим точку пересечений  $C_{b,k}$  и  $C_{в,k}$ , соответствующий  $\pm\Delta B$  (рис.3).

Таблица 2.

Определение предельной степени дифференциации бортового содержания при  $B=6,5$  млн. т.

| Показатели        | Величина $\pm B$ |       |       |        |
|-------------------|------------------|-------|-------|--------|
|                   | 20               | 30    | 60    | 70     |
| $C_H = C_0$ , г/т | 8,0789           | 6,534 | 10,40 | 12,479 |
| $C_k$ , г/т       | 6,789            | 6,538 | 5,871 | 5,669  |
| $C$ , г/т         | 7,332            | 7,298 | 7,114 | 7,025  |
| $C_{b,k}$ , г/т   | 3,685            | 3,410 | 2,593 | 2,320  |
| $C_{в,k}$ , г/т   | 6,850            | 6,062 | 3,827 | 1,571  |

К точке пересечений соответствует  $\pm\Delta B = 67\%$ .

Итак, предельная степень дифференциации бортового содержания соответствует + 67% от  $B$ . В этом случае содержание в последней порции добываемой руды  $C_{в,k}$  (ряд1) равно конечному бортовому  $C_{b,k}$  (ряд2).

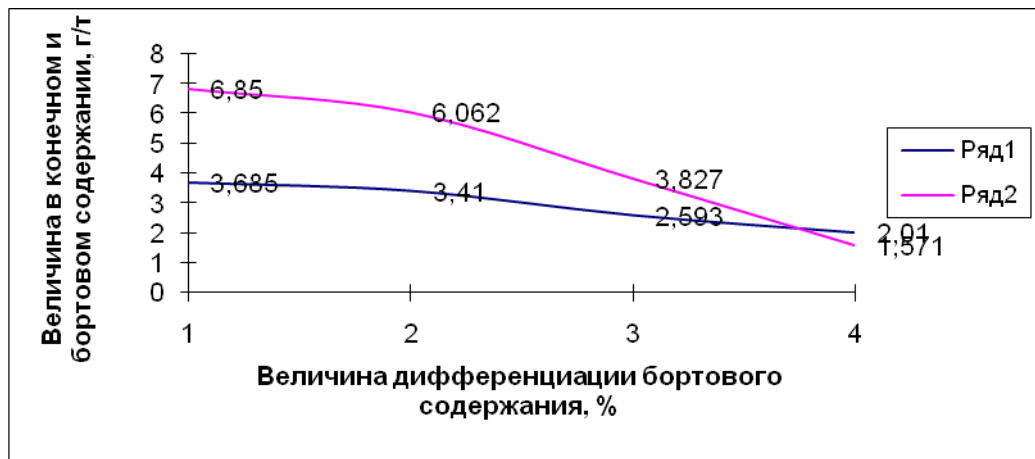


Рис.3. Определение предельной степени дифференциации бортового содержания при  $B=6,5$  млн.т.

Оптимизационные расчеты, выполненные при  $\Delta B=+67\%$ , приведены ниже. Исходные данные:

$$B_H = 6,5 \times (1-0,67) = 2,145,$$

$$B_K = 6,5 \times 1,67 = 10,855$$

$$C_H = 6,94 - 0,21 \times 2,145 + 11,6 / 2,145 = 11,897 \text{ г/т},$$

$$C_K = 5,729 \text{ г/т},$$

$$C = 7,053,$$

$$C_{б.к} = 2,40$$

$$C_{в.к} = 2 \times 7,053 - 11,897 = 2,21 \text{ г/т},$$

$$C_{в.к} \approx C_{б.к} \quad (3)$$

Из рисунка 4, построенной по данным оптимизационных расчетов находим оптимальные параметры данной серии:  $A_{\text{опт}} = 0,74$  млн. т/год,  $R_{\text{max}} = 38,05$  млн. долл.

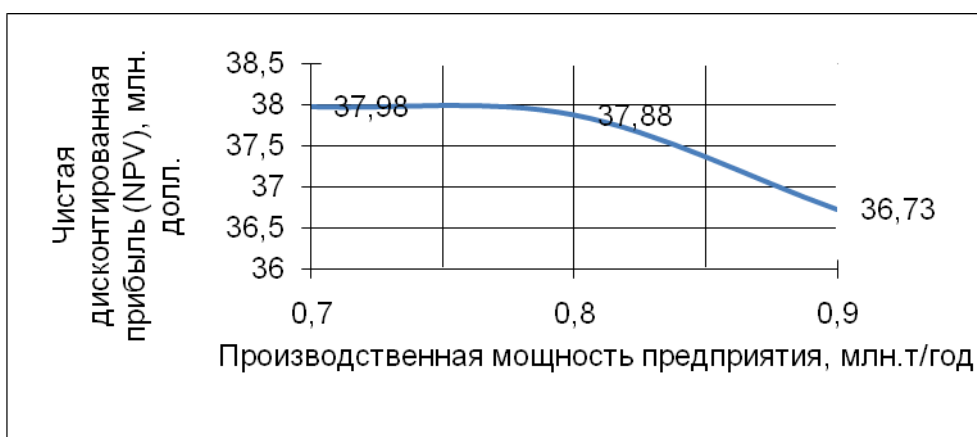


Рис. 4. Оптимизация производственной мощности А  
при Б=6,5 млн.т.

Таким образом, выполнив несколько серий оптимизационных экспериментальных исследований, находим итоговое оптимальное значение искомой величины Б (таблица 3).

Как и прежде, по данным таблицы 3 построим зависимость изменения чистой дисконтированной прибыли R (чистой текущей стоимости NPV) от балансовых запасов месторождения (рис.5). И графически определим Б=7,5 млн. т.,  $R_{\max} = 38,3$  млн. долл.

Таблица 3.

| Показатели                  | Балансовые запасы Б, млн. тонн. |       |        |       |
|-----------------------------|---------------------------------|-------|--------|-------|
|                             | 5,0                             | 6,5   | 8,0    | 10,0  |
| $\pm\Delta Б$ , %           | 65                              | 67    | 72     | 72    |
| С, г/т                      | 8,0                             | 7,053 | 6,2745 | 5,485 |
| С <sub>о</sub> , г/т        | 13,002                          | 11897 | 11,648 | 10,17 |
| А <sub>опт</sub> , млн. т/г | 0,72                            | 0,74  | 0,89   | 0,9   |
| Т, лет                      | 6,93                            | 8,78  | 8,99   | 11,1  |
| С <sub>б.к</sub> , г/т      | 3,52                            | 2,4   | 1,15   | 0,72  |
| С <sub>в.к</sub> , г/т      | 2,85                            | 2,21  | 0,90   | 0,79  |
| R, млн. долл.               | 35,68                           | 38,05 | 38,11  | 31,25 |

## Результирующие показатели оптимизации балансовых запасов месторождения при дифференцированном бортовом содержании



Рис.5. Динамическая оптимизация балансовых запасов Месторождения

Таким образом, применение дифференцированного бортового содержания при валовой отработке резко (с 30,6 до 38,3 млн. долл.) повысило суммарный эффект одновременно с этим от 6,8 до 7,5 млн. т. возросли оптимальные балансовые запасы месторождения. Но результаты все же не достигли лучших показателей при опережающей отработке богатых руд. Следовательно, дифференциацию бортового содержания значительно эффективнее применять в сочетании с опережающей отработкой богатых запасов.

Как показали результаты практического использования разработанных методов на ряде месторождений разнокачественных руд, глубокая целенаправленная системная оптимизация является важным резервом повышения полноты извлечения запасов из недр и эффективности инвестиций в освоении минеральных ресурсов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Дронов Н.В., Толобекова Б. Оптимизационная оценка горных проектов в современных условиях. Бишкек, Илим, 2003.

2. Толобекова Б. Экономическая оптимизация полноты извлечения разнокачественных запасов и использования инвестиций. В сб. Материалы Ш- научной конференции КР(С)У, 1996.
3. Толобекова Б. Горно-экономическая оценка нагорных рудных месторождений при их проектировании. Автореферат дисс. на соискание док.техн.наук, Бишкек, 2007.

**РАЗРУШЕНИЕ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ СИСТЕМ  
РАЗРАБОТКИ С РОСТОМ ГЛУБИНЫ ГОРНЫХ РАБОТ  
НА РУДНИКАХ КЫРГЫЗСТАНА**

Ялымов Р.Н., Абдибаитов Ш.А.

ИГиОН НАН КР

На основании проведенного обследования были выявлены наиболее характерные виды проявления горного давления в очистных камерах с увеличением глубины на Кадамжайском, Чон-Койском месторождениях /1/. Основными системами разработки, применяемыми на рудниках, являются камерно-столбовая и система с магазинированием руды.

При разработке залежей камерно-столбовой системой основными поддерживающими конструктивными элементами является непосредственная кровля и междукammerные целики. В результате проведенного обследования камер на различных горизонтах установлено, что с увеличением глубины разработки происходят обрушения, как кровли, так и целиков (Таб. 1).

Таблица 1.

| Горизонт | Глубина,<br>м | Общее<br>кол-во<br>обруш-й<br>камер, % | Кол-во обруш-й<br>конструктивных<br>элементов |              | Кол-во обруш-й во<br>время отработки |              |
|----------|---------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------------------------------|--------------|
|          |               |                                        | Кровля,<br>%                                  | Целики,<br>% | Кровля, %                            | Целики,<br>% |
| 1080     | 90            | 0                                      | 0                                             | -            | 0                                    | -            |

|      |     |    |    |    |    |   |
|------|-----|----|----|----|----|---|
| 1046 | 120 | 0  | 0  | -  | 0  | - |
| 1014 | 160 | 9  | 9  | -  | 0  | - |
| 990  | 230 | 16 | 12 | 4  | 4  | - |
| 960  | 280 | 24 | 18 | 6  | 6  | 2 |
| 930  | 330 | 30 | 24 | 6  | 8  | 4 |
| 900  | 360 | 32 | 28 | 4  | 18 | 4 |
| 870  | 450 | 38 | 25 | 13 | 20 | 7 |

Разрушение междокамерных целиков начались при отработке горизонта 990 м на глубине более 200 м (таб.).

В процессе углубления горных работ размеры некоторых целиков были увеличены по сравнению с верхними горизонтами и на глубине 450-500 м их средние площади близки к расчетным с учетом повышенного горного давления. Увеличение площади целиков связано с обеспечением их устойчивости, в результате чего количество камер с разрушением целиков по сравнению с обрушением кровли уменьшилось.

Обрушения кровли начались с глубины 160 м и их количество резко возросло при дальнейшем углублении горных работ. Из сравнения фактических данных и расчетных параметров на давление только веса налегающих пород, следует, что принятые на руднике параметры камер должны были бы обеспечить устойчивость кровли до глубин 450-500 м. С учетом повышенных напряжений, действующих в массиве месторождения, принятые фактические пролеты камер соответствуют расчетным устойчивым только на верхних горизонтах. Это подтверждается отсутствием или небольшим количеством обрушений кровли. Начиная с глубины 160-200 м, принятые пролеты камер превышают их допустимые, устойчивые значения и на глубине 450 м разница между расчетным устойчивым пролетом и средним фактическим составляет 2 м или 1,4 раза. В результате такого

несоответствия количество обрушений кровли камер с глубиной резко возросло.

Таким образом, при разработке залежей камерно-столбовой системой происходят разрушения основных конструктивных элементов системы – кровля камер и целиков. С увеличением глубины горных работ общее количество обрушений возрастает. На основании корреляционного анализа установлено, что основной причиной обрушений является несоответствие параметров камер и целиков конкретным горно-геологическим условиям, глубине разработки и напряженному состоянию массива пород.

При крутом падении залежи на Кадамжайском месторождении применяется система с магазинированием руды. При мощности рудного тела до 8 м магазины располагаются по простиранию, а при большей мощности – вкрест простирания рудного тела.

Исходя из особенностей условий применения данной системы, основными поддерживающими конструктивными элементами являются межмагазинные целики, потолочины и висячий бок.

С целью выявления основных закономерностей разрушения элементов конструкций и причин их образования нами были проведены обследования магазинов на разных горизонтах [2]. Установлено, что количество обрушений увеличивается с ростом глубины. Причем происходит разрушение разных поддерживающих конструкций: висячего бока, потолочин и межмагазинных целиков. Поэтому далее был проведен корреляционный анализ изменения количества разрушений отдельных конструктивных элементов с глубиной.

При определении связи между глубиной и количеством камер, в которых произошли обрушения висячего бока значение коэффициента корреляции составило  $r = 0,75$ , погрешность  $\Delta r = 0,19$ , коэффициент надежности  $B = 3,9$ , что говорит о явном увеличении количества

обрушений висячего бока с глубиной. Обрушения начались с глубины 160 м и зависимость их количества от глубины и выражается уравнением

$$n_{\text{в.б.}} = 0,075H - 5, \%, \quad (1)$$

где  $n_{\text{в.б.}}$  – количество магазинов с обрушением висячего бока, 5,  
 $H$  – глубина, м.

Погрешность данного уравнения составляет: вариация

$V_{\Delta} = 80 \%$ , относительная погрешность при надежности 0,95  
 равна 92 %.

Из сравнения фактических и расчетных устойчивых пролетов на давление веса пород следует, что принятые на руднике параметры обнажений должны обеспечить устойчивость до глубины 300 м. С учетом повышенных действующих напряжений в массиве фактически пролеты превышают расчетные на глубине 160 м в 1,2 раза, а с углублением до 400 м в 1,6 раза, что привело к резкому увеличению количества обрушений с глубиной разработки (рис. 1).

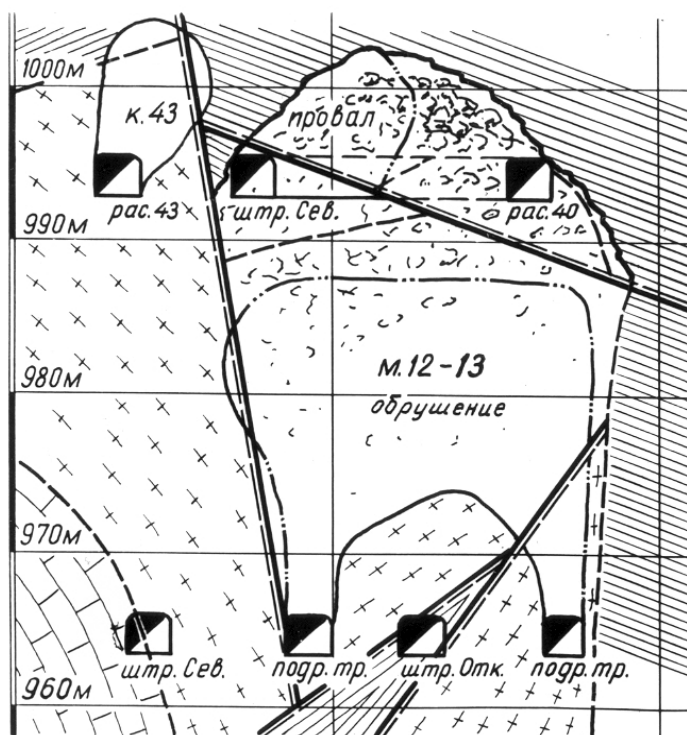


Рис. 1. Схема развития обрушений при системе с магазинированием руды (№ 12 и № 13) на Кадамжайском руднике.

Аналогичным образом проводилась оценка устойчивости межмагазинных целиков.

Расчет ширины межмагазинных целиков, обеспечивающих их устойчивость, производится по формуле

$$a_{\text{ц}} = \sqrt[3]{\left(\frac{a_{\text{к}} M}{1 - M}\right)^2 (m - h_{\text{к}})}, \quad (2)$$

$$\text{где } M = \frac{K_{\text{в}} \gamma H K'_{\alpha} K'_H K'_3}{\sigma_{\text{сж}} K_{\text{тр}} K_{\text{нс}}}, \quad (3)$$

где  $a_{\text{ц}}$  – ширина межмагазинного целика, м,

$m$  – мощность залежи, м,

$h_{\text{к}}$  – толщина рудной корки в висячем боку, м,

$a_{\text{к}}$  – ширина магазина по простиранию, м,

$K'_H$  – коэффициент нагрузки на целики,

$K'_{\text{нс}}$  – коэффициент уменьшения несущей способности целика за счет проходки восстающего и смотровых окон,

$$K'_{\alpha} = \cos^2 \alpha + \frac{K_{\text{в}}}{K_{\text{с}}} \sin^2 \alpha - \text{коэффициент влияния угла падения залежи.}$$

Расчеты устойчивых размеров проводились при следующих исходных данных:  $\gamma = 2,6 \text{ т/м}^3$ ,  $\alpha = 75^\circ$ ,  $\sigma_{\text{сж}} = 12000 \text{ т/м}^2$ ,  $h_{\text{к}} = 1,5 \text{ м}$ ,  $K_{\text{тр}} = 1$ ,  $K_3 = 1,5$ ,  $K_{\text{нс}} = 0,8$ .

Остальные исходные данные приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Исходные данные по горизонтам для расчета устойчивых размеров целиков.

| Горизонт | Глубина Н, м | Ширина<br>магазина по<br>простиранию<br>$a_{\text{к}}$ , м | Мощность<br>залежи $m$ , м | Коэффициент<br>нагрузки $K'_H$ |
|----------|--------------|------------------------------------------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| 1014     | 160          | 32                                                         | 10,5                       | 0,37                           |

|     |     |    |      |      |
|-----|-----|----|------|------|
| 990 | 230 | 23 | 12,5 | 0,4  |
| 960 | 280 | 28 | 14,5 | 0,4  |
| 900 | 360 | 36 | 9,5  | 0,32 |

Исходя из давления только веса пород, ширина целиков достаточная для обеспечения их устойчивости при глубине от 100 до 400 м составляет 1,5-3 м, а с учетом действующих напряжений 3-6,5 м. Фактическая ширина целиков составляет 6-6,5 м и не изменяется с глубиной.

Из сравнения расчетных и фактических размеров целиков следует, что из давления веса пород принятая ширина целиков должна обеспечить их устойчивость с значительным запасом, то есть фактические размеры целиков больше расчетных и должны обеспечить их устойчивость до глубин 300-350 м. Количество разрушений целиков до этих глубин единицы, чем обрушений висячего бока и потолочин и происходили в основном за счет влияния взрывных работ.

На глубинах более 350 м принятые размеры целиков близки к расчетным и на этих глубинах начинает происходить их разрушение от горного давления.

Таким образом, при системе с магазинированием руды на руднике происходят разрушения основных конструктивных элементов – висячего бока, потолочин и межмагазинных целиков. Количество обрушений пород висячего бока и потолочин резко увеличилось с глубиной разработки. Основной причиной обрушений является несоответствие принятых параметров магазинов конкретным горно-геологическим условиям, глубине разработки и напряженному состоянию массива пород. Разрушения целиков наблюдаются реже и если на глубинах до 300 м происходили в основном за счет влияния

взрывных работ, то при дальнейшем углублении наблюдаются разрушения некоторых целиков за счет горного давления.

Количество обрушений, связанных с общей потерей несущей способности кровли, увеличивается с глубиной, как при камерно-столбовой системе, так и при системе с магазинированием руды. Их основной причиной является несоответствие параметров камер и магазинов конкретным горно-геологическим условиям, глубине разработки и напряженному состоянию массива пород.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Г. Ялымов, Р.Н. Ялымов. Управление горным давлением на подземных рудниках Кыргызстана. Горный журнал № 10, 2003, г. Москва.
2. Айтматов И.Т., Кожогулов К.Ч., Ялымов Н.Г., Ялымов Р.Н. Проявления горного давления при подземной разработке рудных месторождений в горноскладчатых областях. Проблемы геотехнологии и недроведения. Екатеринбург. 1998.

## УЧЕТ ДЕЙСТВИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД НА СОСТОЯНИЕ ОПОЛЗНЕВОГО СКЛОНА

Орозобекова А.К., Муратбеков Н.М., Сырдыбаева А.С.

ИГиОН НАН КР, КРУСТА им. Н. Исанова

Действие грунтовых вод на состояние оползневого склона проявляется различными путями. Вода оказывает взвешивающее действие на слагающие склон породы, изменяя силы гравитации. Насыщая грунты, вода изменяет их физико-механические характеристики и, в частности, сдвиговые характеристики, уменьшая величину сопротивления сдвигу. Кроме того, грунтовые воды, смачивая возможные поверхности скольжения, в виде смазки уменьшают силы трения. При этом вода, взвешивая грунтовый скелет, снижает за счет порового давления нормальные напряжения  $\sigma$  в плоскости сдвига и может привести к почти полному снятию внутреннего трения в грунте.

Сопротивление грунта сдвигу при действии грунтовых вод определяется по следующей формуле:

$$\tau = (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (1)$$

где  $\tau$  – сопротивление грунта сдвигу, кПа;

$\sigma$  – нормальные напряжения в плоскости сдвига, кПа;

$u$  – поровое давление, кПа;

$\varphi$  – угол внутреннего трения грунта, град;

$c$  – сцепление грунта, кПа.

Здесь, при достаточном возрастании порового давления  $u$  и величина  $(\sigma - u)$  может оказаться равной нулю, и тогда сопротивление грунта сдвигу  $\tau$  будет определяться только сцеплением. Таким образом, вода снижает несущую способность грунта [1].

Важным фактором является также проявление фильтрационного давления грунтовых вод. Как известно, фильтрационное давление создается во всех случаях движения подземных вод. Если есть градиент, наблюдается уклон поверхности свободного подземного потока или линии пьезометрического уровня для напорных вод то, там есть падение напора. Падение напора вызывается преодолением сопротивления течению воды в грунте. Это сопротивление и создает фильтрационное давление. Обычно подземный поток течет в сторону поверхности склона. При этом толща, слагающая склон, испытывает фильтрационное давление, имеющее одинаковое основное направление с оползневым давлением. Следовательно, фильтрационное давление является одним из факторов - побудителей к развитию оползневых явлений.

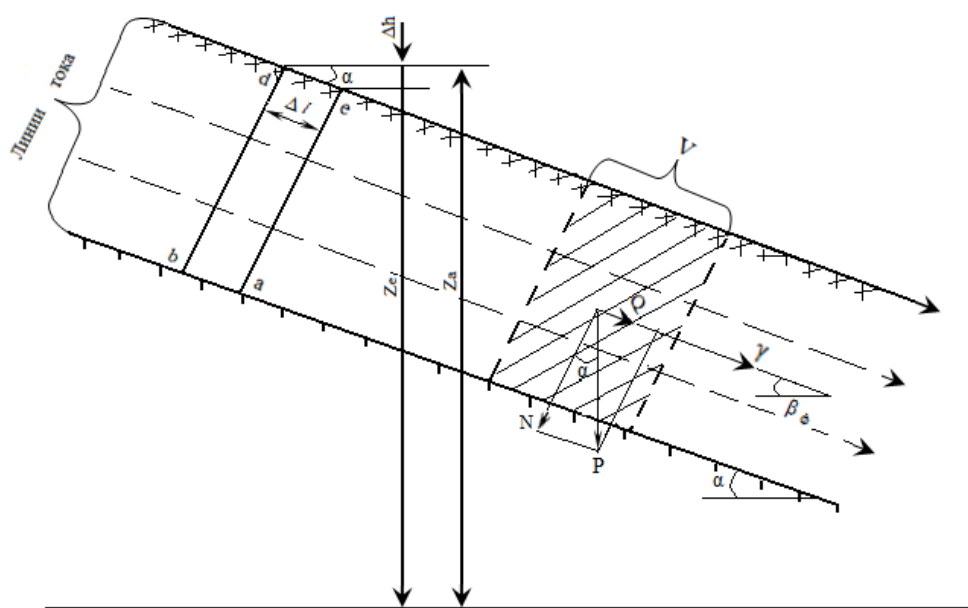


Рис. 1 . Наклонный пласт водонасыщенного грунта

Рассмотрим действие фильтрационного давления для случая наклонного пласта грунта, залегающего на водоупоре, параллельном поверхности (рис.1). Этот случай позволяет представить сущность рассматриваемого вопроса [2] и имеет практическое значение в задачах об устойчивости оползневых склонов.

Пусть поры грунта полностью насыщены водой и линии тока воды параллельны поверхности откоса. Тогда последняя является, верхней линией тока, а также и линией депрессии, так как на нее непосредственно действует во всех точках атмосферное давление.

Как известно из гидравлики, линии, перпендикулярные к линии тока, представляют собой эквипотенциальные линии, то есть во всех точках каждой такой линии вода поднялась бы в пьезометрических трубках до одного и того же пьезометрического уровня. Отсюда следует, что вдоль отрезков линий тока, проведенных между двумя эквипотенциальными линиями, будет наблюдаться одинаковая разность пьезометрических уровней, а, следовательно, и одинаковая разность напоров. В данном случае разность напоров  $\Delta h$  между двумя соседними эквипотенциальными линиями, например,  $ab$  и  $ed$ , будет равна разности отметок точек  $a$  и  $e$ , т.е.  $z_a - z_e$ . Следовательно,  $\Delta h = z_a - z_e$ . Соответствующая длина линии тока будет равна:

$$\Delta l = \Delta h / \sin \alpha = (z_a - z_e) / \sin \alpha.$$

Таким образом, градиент будет равным:

$$i = \Delta h / \Delta l = (z_a - z_e) \sin \alpha / (z_a - z_e) = \sin \alpha. \quad (2)$$

$$\text{Но поскольку принято } \alpha = \beta_{\phi}, \text{ то } i = \sin \beta_{\phi}. \quad (3)$$

Фильтрационное давление на единицу объема грунта равно градиенту (разности напоров на единицу длины, т.е. объему столба воды), умноженному на удельный вес воды:

$$j_{\text{един.}} = i \gamma_{\omega} = \gamma_{\omega} \sin \beta_{\phi}. \quad (4)$$

Общее давление на некоторый слой грунта объемом  $V$  будет равно:

$$j = V j_{\text{един.}} = V \gamma_{\omega} \sin \beta_{\phi} = V \gamma_{\omega} \sin \alpha. \quad (5)$$

Это давление направлено вдоль линий тока, параллельно поверхности откоса, и является сдвигающей силой.

Пусть поверхностью скольжения является кровля водоупора. Собственный вес грунта в объеме  $V$  с учетом взвешивания будет равен:  $P_{\text{с}} = (\gamma - \gamma_{\omega}) V$ . Сдвигающая составляющая этого веса  $Q$  также направлена вдоль откоса книзу и равна:

$$Q = P_{\text{с}} \sin \alpha,$$

а нормальная к поверхности скольжения составляющая  $N = P_{\text{с}} \cos \alpha$ .

Таким образом:  $Q = (\gamma - \gamma_{\omega}) V \sin \alpha$ ;  $N = (\gamma - \gamma_{\omega}) V \cos \alpha$ . (6)

Общая сдвигающая сила равна  $Q + j$ , а удерживающая сила трения  $T = N \operatorname{tg} \phi$  (если в грунте отсутствует сцепление). Коэффициент устойчивости склона для слоя объемом  $V$  будет равен:

$$K_y = \frac{N \operatorname{tg} \phi}{Q + j} = \frac{(\gamma - \gamma_{\omega}) V \cos \alpha \operatorname{tg} \phi}{(\gamma - \gamma_{\omega}) V \sin \alpha + V \gamma_{\omega} \sin \alpha} = \frac{(\gamma - \gamma_{\omega}) V \cos \alpha \operatorname{tg} \phi}{\gamma \sin \alpha} = \frac{(\gamma - \gamma_{\omega}) \operatorname{tg} \phi}{\gamma \operatorname{tg} \alpha}, \quad (7)$$

При отсутствии фильтрационного и взвешивающего давлений этот коэффициент был бы равен:

$$K_y = \frac{N \operatorname{tg} \phi}{Q + j} = \frac{\nu V \cos \alpha \operatorname{tg} \phi}{\nu V \sin \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \phi}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (8)$$

Следовательно, при насыщении откоса водой коэффициент устойчивости снижается в  $\frac{\gamma}{(\gamma - \gamma_{\omega})}$  раз, то есть во столько раз, во сколько вес скелета грунта в воздухе больше веса скелета с учетом взвешивания в воде.

Здесь можно видеть, что формулу коэффициента устойчивости можно получить, не рассматривая отдельно фильтрационное давление, а определяя сдвигающую силу исходя из объемного веса грунта  $\gamma$  (то есть веса скелета вместе с водой), а удерживающую силу трения - исходя из веса скелета с учетом взвешивания  $(\gamma - \gamma_{\omega})$ :

$$K_y = \frac{N \operatorname{tg} \varphi}{Q} = \frac{(\gamma - \gamma_w) V \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi}{\gamma V \sin \alpha} = \frac{(\gamma - \gamma_w) \operatorname{tg} \varphi}{\gamma \operatorname{tg} \alpha}, \quad (9)$$

Такой способ оценки устойчивости склона обычно называют «методом взвешивания» и нередко применяют при практических расчетах. Физический смысл этого метода заключается в том, что напор грунтовых вод способен оказать на покровную толщу пород взвешивающее противодействие и тем самым снизить действующие в контактной зоне силы сопротивления сдвигу за счет снижения сил трения. В этих условиях возникает возможность дополнительного водонасыщения грунтов и снижения сопротивляемости их сдвигу. Сдвигающее же усилие в этом случае останется без изменения, так как силы гравитации сохраняются прежней величины (имеется водонасыщение не по всей высоте грунтовой толщи).

Поскольку пьезометрический уровень, соответствующий какой-либо точке поверхности скольжения, находится на отметке пересечения с поверхностью депрессии эквипотенциали, проходящей через эту точку, то поровое давление в этой точке равно  $\gamma_w h$  (где  $h$  - пьезометрическая высота в данной точке) и направлено по нормали к поверхности скольжения. Следовательно, оно должно быть вычтено из нормального давления, создаваемого весом грунта, находящегося выше поверхности скольжения. Приблизительно можно принимать, что пьезометрическая высота  $h$  в каждой точке поверхности скольжения равна вертикальному расстоянию между этой точкой и поверхностью депрессии. Тогда учет действия воды в порах при расчете устойчивости может выполняться следующим образом. При определении нормального давления по поверхности скольжения от него отнимается величина, равная  $\gamma_w h$ , а при определении сдвигающих сил учитывается полный объемный вес грунта без взвешивания (т.е. вес скелета плюс вес воды в порах). То есть приходим к методу взвешивания.

Итак, учет действия напорных грунтовых вод может производиться двумя способами.

Первый способ учета действия грунтовых вод - метод использования величины гидродинамического давления. Заключается он в следующем:

- сдвиговые характеристики грунта в уровне поверхности скольжения принимаются для случая его водонасыщения ( $c_v, \phi_v$ );
- собственный вес грунта во всех расчетах принимается с учетом взвешивания в воде части оползневого отсека между кривой депрессии и поверхностью скольжения.
- к величине сдвигающей силы добавляется величина гидродинамического давления  $j = V\gamma_w \sin \beta_\phi$ .

Поскольку, как правило, к оползневому грунту приурочен грунтовый поток, разгружающийся вблизи основания склона, можно с некоторым приближением считать, что в пределах каждого отсека равнодействующая гидродинамического давления параллельна депрессионной кривой, а средний градиент напора в отсеке  $i_i = \sin \beta_{\phi_i}$ , где  $\beta_{\phi_i}$  - угол наклона к горизонту хорды, соединяющей точки пересечения депрессионной кривой с границами отсека. То есть принимаем, что уклон кривой депрессии совпадает с наклоном равнодействующей гидродинамического давления. По результатам экспериментальных данных [2] установлено, что направление грунтового потока в сторону напорного откоса приближается к линии откоса, поэтому в пределе гидравлический градиент иногда может быть принят равным  $\sin \beta$ , где  $\beta$  - угол наклона откоса к горизонту.

При выполнении расчетов устойчивости склонов, будем принимать, что направление гидродинамической силы параллельно поверхности скольжения в данном отсеке (основанию отсека). В таком случае эту силу можно целиком (без разложения на составляющие)

прибавлять к сдвигающей силе. Раскладывать гидродинамическую силу рекомендуется лишь тогда, когда ее наклон будет значительно отличаться от наклона поверхности скольжения.

Следует отметить, что при необходимости разложения гидродинамической силы на составляющие (при значительных ее наклонах) его следует выполнять с учетом градиентов потока в соответствующих направлениях, отвечающих гидродинамической сетке фильтрационного потока. Этот первый способ учета действия грунтовых вод применяется в таких методах расчета устойчивости склона или величины оползневого давления, в конечных формулах которых нет явно выраженных отдельных величин удерживающей и сдвигающей сил. Однако этот способ приемлем и в любых других случаях.

Второй способ учета действия грунтовых вод - метод взвешивания. Заключается он в следующем:

- сдвиговые характеристики грунта в уровне поверхности скольжения принимаются для случая его водонасыщения ( $c_v, \varphi_v$ );
- при определении сил, сдвигающих массив грунта, принимается полный вес отсеков без учета взвешивающего действия грунтовых вод, а при определении сил, удерживающих массив грунта, принимается вес отсеков с учетом взвешивающего действия грунтовых вод в части, находящейся между кривой депрессии и поверхностью скольжения (при этом в вес отсека включается полный объемный вес грунта, находящегося в зоне капиллярного насыщения выше кривой депрессии).

Этот второй способ учета действия грунтовых вод используется для методов расчета, в которых удерживающие и сдвигающие силы оказываются явно выраженными. В целом же оба рассмотренных способа учета действия напорных грунтовых вод равноценны и могут в одинаковой степени применяться в инженерных расчетах.

При отсутствии напорных грунтовых вод и наличии обычного водонасыщения грунтов откоса в расчете коэффициента устойчивости или величины оползневого давления учитываются лишь все физико-механические характеристики пород в замоченном состоянии. Взвешивающее же действие воды или гидродинамическое давление в таком случае не учитывается.

Вспомним различные способы определения объемного веса грунта при его водонасыщении или увлажнении. Объемный вес  $\gamma$  грунта в естественном состоянии с влажностью  $W$  равен:

$$\gamma = \gamma_r (1 + 0,01 W) / (1 + e) \quad (10)$$

Объемный вес  $\gamma_{\text{бр}}$  грунта, полностью насыщенного водой (вес грунта брутто), определяется по формуле

$$\gamma_{\text{бр}} = (\gamma_r + \gamma_{\omega e}) / (1 + e) = \gamma_{\text{в}} + \gamma_{\omega} = \gamma_{\text{ск}} + n \gamma_{\omega} . \quad (11)$$

Объемный вес  $\gamma_{\text{в}}$  грунта, взвешенного в воде (взвешенный объемный вес грунта), определяется по следующим формулам:

- для водопроницаемых грунтов (пески, гравий, щебень, трещиноватые полускальные породы и т.д.)

$$\gamma_{\text{в}} = (\gamma_r - \gamma_{\omega}) / (1 + e); \quad (12)$$

- для непроницаемых и слабопроницаемых грунтов (глинистых, монолитных скалистых, супесей, плотных песков и т.д.)

$$\gamma_{\text{в}} = \gamma - \gamma_{\omega} = \gamma_{\text{ск}} - (1 - n) \gamma_{\omega} . \quad (13)$$

Все физико-механические характеристики грунтов, в том числе и характеристики сопротивляемости грунтов сдвигу  $c_i$  и  $\varphi_i$ , различны в основаниях отсеков, находящихся ниже уровня грунтовых вод и выше их. Поэтому целесообразно границы отсеков располагать так, чтобы эти границы совпадали с переходом от части основания блока, находящейся выше грунтовых вод, к части, находящейся под ними.

Итак, необходимо, что приведенные здесь способы учета действия грунтовых вод являются далеко не единственными. Например, И.В. Федоров [3] предложил способ расчета устойчивости откосов с учетом

фильтрационных сил, удовлетворяющий всем условиям статики, графоаналитическим методом. Этим вопросом занимались и многие другие советские и зарубежные ученые (Н.П. Пузыревский, Б.И. Покровский, Д.В. Тейлор, Е.Д. Кадомский, И. Оде, Н.А. Цытович, Н.С. Моргунов, К.И. Фоменко, Ю.А. Соболевский, М.Е. Харр и др.). В некоторых случаях получены решения, отличающиеся большой точностью. Как показал И.В. Федоров [4], учет фильтрационных сил по упрощенной формуле дает незначительные расхождения (до 1,5 %) по сравнению с точными решениями. Этот способ учета особенно применим в практике, так как не требует построения фильтрационной сетки. Для учета фильтрационных сил в данном случае требуется построение лишь кривой депрессии и определение участка высачивания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Цытович Н.А. Механика грунтов. - М.: Высшая школа, 1973.
2. Медков Е.И., Березанцев В.Г., Гольдштейн М.Н., Царьков А.А. Механика грунтов, основания и фундаменты. - М.: Транспорт, 1970.
3. Маслов Н.Н. Механика грунтов в практике строительства. (Оползни и борьба с ними). - М.: Стройиздат, 1977.
4. Харр М.Е. Основы теоретической механики грунтов: Пер. с англ. проф. М.Н. Гольдштейна. - М.: Стройиздат, 1971.
5. Ю.Я. Гольцов, М.Ю. Гольцова Математическая модель фильтрационных расчетов. Москва 2006.

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Баймахан А.Р., Кабаева Г.Д., Баймахан Р.Б.

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР,  
Институт механики и машиноведения НАН РК

В работе излагается алгоритм математического моделирования расчетной схемы напряженно-деформированного состояния элементов обделок сборной железобетонной конструкции Алматинского метрополитена при статических и сейсмических воздействиях методом конечных элементов

Основное разрешающее уравнение МКЭ для математического моделирования расчетной схемы задачи по определению напряженно-деформированного состояния обделок тоннеля имеет вид /1/. /2/

$$[R]\{U\} = \{F\}, \quad (1)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости системы;  $\{U\}$  – вектор перемещений узловых точек;  $\{F\}$  – вектор нагрузок, которые формируются весами конечных элементов с учетом глубины их нахождения  $H$ , м.

Система уравнений (1) решается по известной процедуре Гаусса-Зейделя согласно алгоритму

$$u_n^m = K_{nn}^{-1} \{ F_n - \sum_{i=1}^{n-1} K_{ni} u_i^m - \sum_{i=n+1}^N K_{ni} u_i^{m-1} \}. \quad (2)$$

$$u_n^{\bar{m}} = u_n^{\bar{m}-1} + \beta(u_n^{m^*} - u_n^{\bar{m}-1}). \quad (3)$$

В этих выражениях  $m$  – указывает на количеству итераций, а  $n$  – на номера уравнений. Значение коэффициента верхней релаксации  $\bar{\beta}$ , ускоряющее итерацию, принято равным  $\bar{\beta}=1,88$ . Затем компоненты тензора деформации и напряжений вычисляются внутри каждого изопараметрического элемента в гауссовых точках интегрирования  $i, j$  с помощью следующих выражений.

$$\{\varepsilon_{ij}\} = [B]\{U_{ij}\}, \quad \{\sigma_{ij}\} = [D]\{\varepsilon_{ij}\}. \quad (4)$$

где  $\{\varepsilon_{ij}\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xz}\}$ ,  $\{U_{ij}\}^T = \{u_{ij}, \vartheta_{ij}, \dots\}$ ,  $\{\sigma_{ij}\}^T = \{\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}\}$ ,  $[B]$  – матрица градиента и  $[D]$  – матрица упругих характеристик. В соответствии [2] экстремальные значения нормальных и касательных напряжений на «бесконечности», вызываемые длинными сейсмическими продольными волнами сжатия-растяжения  $V_p$  и поперечными волнами сдвига  $V_s$ , определяются выражениями

$$\sigma_{\min}^{\max} = \pm \frac{1}{2\pi} AK_1 \gamma V_p T_0 K_H = \pm P, \quad \tau_{\min}^{\max} = \pm \frac{1}{2\pi} AK_1 \gamma V_s T_0 K_H = \pm S \quad (5)$$

Скорости входящих в выражение (5) продольных  $V_p$  и поперечных  $V_s$  упругих волн вычисляются известными формулами

$$V_p = \sqrt{\frac{Eg(1-\nu)}{\gamma(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{Eg}{2\gamma(1+\nu)}}. \quad (6)$$

По вычисленным значениям нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем и внешнем контурах крепи определяются внутренние силы: изгибающий момент  $M$  и продольная сила  $N$  – по формулам работы [1]

$$M = bt^2(\sigma_{\theta}^{\text{внутр}} - \sigma_{\theta}^{\text{внешн}})/12. \quad (7)$$

$$N = bt(\sigma_{\theta}^{\text{внутр}} + \sigma_{\theta}^{\text{внешн}})/2. \quad (8)$$

В формулах (7) и (8):  $b$  – ширина рассматриваемого радиального сечения крепи,  $t$  – толщина крепи (высота радиального сечения). Эксцентритет продольной силы  $e_0$  и критическая сила  $Nu$  определяются формулами той же работы [1]

При равномерной внешней нагрузке:

$$Nu = R_b bt. \quad (9)$$

При неравномерной внешней нагрузке –

$$Nu = R_b bt(1 - 2e_0/t). \quad (10)$$

Параметр  $R_b$  входящие в последние две формулы – (9) и (10) является расчетным сопротивлением бетона соответствующего класса по прочности на сжатие.

Наконец условие прочности крепи вычисляется по формуле

$$N \leq Nu \quad (11)$$

Сейсмические напряжения определяются формулами квазистатического подхода (5). Затем они суммируются со значениями статического напряжения, т.е.  $\sigma_{\theta}^{\text{статика}} \pm \sigma_{\theta, \text{max}}^{\text{сейсм.}}$ .

Максимальное сейсмическое напряжение определяется сочетанием одновременного приходящих волн сжатия-растяжения и

сдвигов. Всего допускается четыре таких комбинаций:

$$\mp \sigma_{\theta}^{сейсмV_p} \pm \sigma_{\theta}^{сейсмV_s} = \pm \sigma_{\theta, \max}^{сейсм}.$$

Изложенный алгоритм конечно элементного математического моделирования задачи о нахождений напряженно-деформированного состояния перегонных тоннелей метрополитенов позволяет решить задачу непосредственным составлением программы счета на алгоритмических языках высоких уровней.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М., Мир, 1982. –447 с.
2. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в неоднородной толще методом конечных элементов. (под ред. Акад.Ш.М. Айталиева) Алмата, 2002. –230 с.

## **ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВОЗДУХА НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ ЕСТЕСТВЕННОГО СЛОЖЕНИЯ**

Кадыралиева Г.А.

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР

Особенностью грунтов приповерхностного слоя откосов или естественных склонов горных дорог является наличие в них активной зоны, в пределах которой, под действием природно-климатических факторов происходит существенное изменение их физико-механических свойств. Формирование активной зоны на откосах и склонах происходит под воздействием внешних и внутренних силовых воздействий. К внешним из которых относятся силовые воздействия поверхностных и паводковых вод, ветровая нагрузка и технологические процессы сооружения дорожного полотна, к внутренним относятся, напряженное состояние, возникающее за счет касательных напряжений откосного контура, наличие подземных вод и сейсмическая активность /1/.

Мощность этой активной зоны измеряется первыми десятками метров и представлена грунтами, сформировавшимися в результате выветривания и влияния атмосферных осадков, сезонных колебаний температуры, скорости ветра, химического выщелачивания и в пределах этой зоны выветривания происходит нарушение местной устойчивости откоса или склона, приводящих к образованию локальных деформаций /2/.

Снижение прочностных свойств грунтов на поверхности склонов и откосов происходит за счет таких природно-климатических факторов, как циклическое промерзание и оттаивание грунта, их набухание и высушивание при изменении влажности и сезонных колебаний температуры воздуха. В результате чего изменяется состав, структура, плотность, влажность и размеры твердых частиц грунта, вследствие чего, снижаются их прочностные показатели, и возрастает мощность активной зоны. /3/.

Грунты представляют собой многокомпонентную и многообразную геологическую систему состоящие из минеральных зерен, коллоидных частиц, порового пространства, связанной и рыхлосвязанной воды. Нагревание и промерзание поверхности откосов приводит к перераспределению влаги в грунте и, как следствие, изменение агрегатного состояния. При низких значениях температуры воздуха происходит снижение температуры грунта откоса, причем грунт охлаждается медленнее воздуха, в порах образуется конденсат пара, который постепенно переходит во влагу и перемещается из глубинных слоев и поступающего воздуха, в результате чего происходит увеличение объема несвязной воды, что приводит к повышению влажности грунта. Дальнейшее понижение температуры воздуха приводит к переходу образовавшейся воды в порах в лед. При нагревании грунта влага в порах постепенно испаряется, вначале с поверхности, а затем и с более глубоких горизонтов. Температура замерзания и оттаивания, льдообразование, а также изменение свойств грунтов при многократных циклических воздействиях не носят одинаковый характер во всех в типах грунтов. /табл.1/ Например, глинистые грунты, могут полностью потерять свою сплошность, скальные и полускальные, особенно сильно трещиноватые грунты начинают осыпаться, а неводостойкие скальные грунты переходят в вязкую жидкость.

Таблица 1. Данные о льдистости грунтов в зависимости от их гранулометрического состава /4/

| Название грунта          | Гранулометрический состав |                |                          | Температура грунта, °С | Влажность, % | Льдистость, % |
|--------------------------|---------------------------|----------------|--------------------------|------------------------|--------------|---------------|
|                          | песок >0,1                | пыль 0,1-0,005 | глина 40,00 <sub>5</sub> |                        |              |               |
| Пылеватый песок          | 10,53                     | 82,78          | 6,69                     | -14                    | 19,77        | 13,15         |
| Суглинок                 | 53,35                     | 33,06          | 13,59                    | -14                    | 33,75        | 16,73         |
| Глина каолиновая         | 5,52                      | 57,98          | 36,50                    | -14                    | 54,44        | 43,22         |
| Глина монтмориллонитовая | 9,00                      | 69,0           | 22,00                    | -14                    | 71,58        | 51,58         |
| Глина монтмориллонитовая | 8,5                       | 11,5           | 80,00                    | -14                    | 174,88       | 120,40        |

Известно, что сопротивление грунтов сдвигу обусловлено силами трения, прямо пропорционально нормальному давлению, силами сцепления частиц грунта и связности.

$$\tau = P * \operatorname{tg} \varphi + C + \Sigma$$

где, P-нормальное давление на грунт

$\operatorname{tg} \varphi$ - коэффициент внутреннего трения

C –удельное сцепление грунта

$\Sigma$  – связность грунта

И промерзание, и прогревание грунтов на откосе связано с потерей влаги в порах, которое оказывает существенное влияние на связность коллоидных частиц грунта, что приводит к снижению прочностных свойств грунтов в этом слое.

С целью выявления влияния сезонных колебаний температуры воздуха, на физико-механические свойства грунтов приповерхностного слоя склонов и откосов, проводили натурный

эксперимент, на оползневом участке склона, ориентированный в южном направлении с высотной отметкой 915м над уровнем моря. Выявлено, что глубина промерзания на склоне зимой составляет 10-17см./рис. 1/

Для исследования физико-механических свойств оползневого тела производили отбор образцов, каждый месяц, начиная с января по декабрь месяц, измеряли температуру воздуха и температуру грунта в момент отбора образцов и определяли влажность, плотность, гранулометрический состав и сопротивление сдвигу грунта в лабораторных условиях.

Отбор производили прямо в теле оползня, зачистив поверхности склона на 50-100см. Образцы подвергали испытанию в день отбора, в лабораторных условиях. По числу пластичности грунты склона относятся к суглинкам  $I_p=9-14$  и имеют равномерно распределенные в грунте включения фракций размерами 2-7мм, которые заметны визуально.

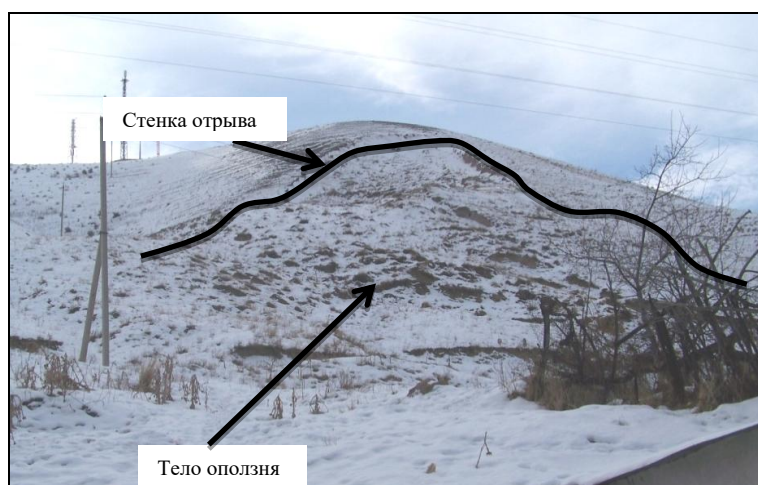


Рис. 1. Оползневой склон, на котором производился отбор образцов естественного сложения

Наблюдения за изменением температурного режима грунта оползневого тела проводили как по поверхности, так и по глубине. Температуру грунта измеряли термометром KI&BNT. /рис.2/

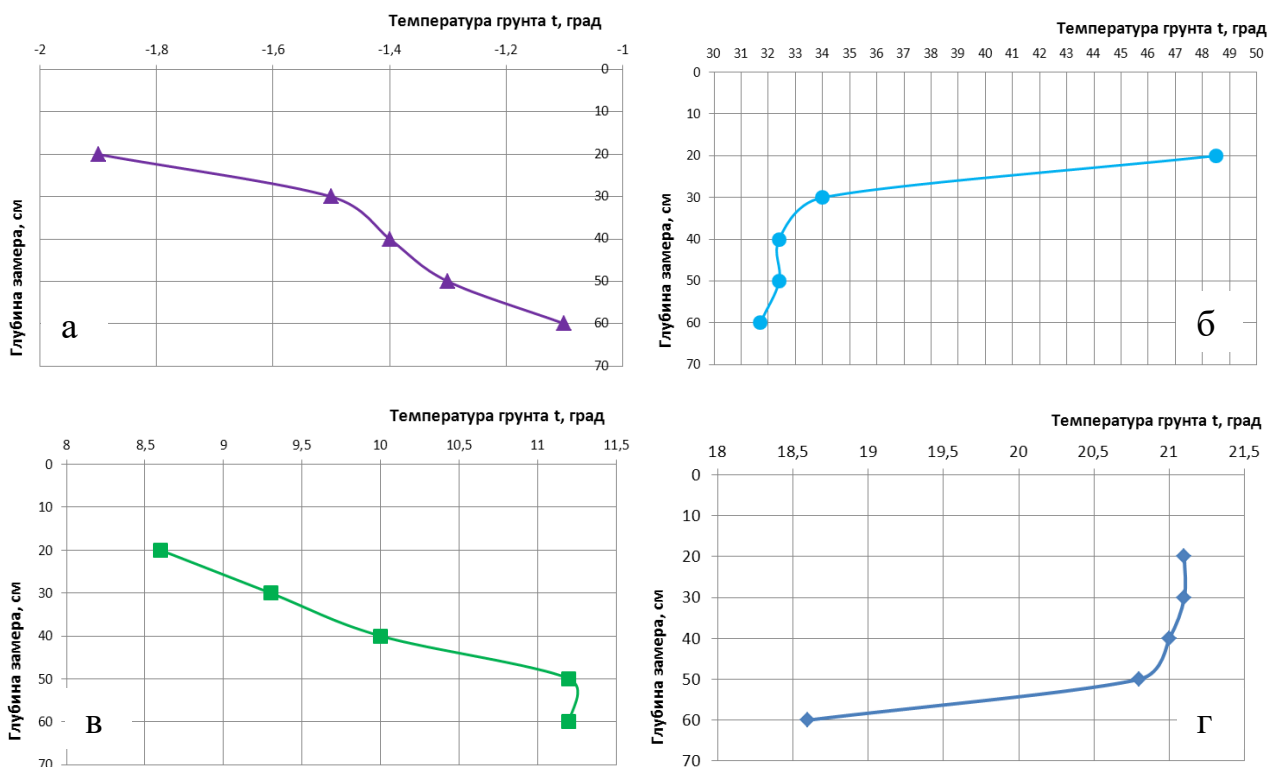


Рис.2. Изменение температуры грунта по глубине откоса:  
а) в феврале месяце; б) в июле месяце; в) в октябре месяце; г) в мае месяце

На основе проведенных исследований выявлено, что значение температуры в грунте в жаркое время года (июнь, июль, август сентябрь) превышает температуру воздуха, поскольку при больших температурах грунт нагревается, держит тепло в себе и не успевает охладиться в ночное время суток. В холодное время года (октябрь, ноябрь, декабрь, январь) температура грунта ниже, чем температура воздуха, за счет того, что не успевает нагреться в теплое время суток (днем)./табл. 2/

При низких температурах атмосферного воздуха замерзшая вода в порах грунта увеличивает его прочностные показатели, а при повышении температуры воздуха грунт нагревается растопливая замерзшую воду, увеличивая в них влажность, что приводит обратно, к снижению их прочности.

Таблица 2. Значения температуры грунта на склоне и температуры воздуха в момент отбора образцов

| Месяцы измерения | Температура воздуха, град | Температура грунта, град |
|------------------|---------------------------|--------------------------|
| Январь           | +6,8                      | -0,1                     |
| Февраль          | +1,2                      | +1,9                     |
| Март             | +12,1                     | +12,9                    |
| Апрель           | +20,0                     | +14,8                    |
| Май              | +27,0                     | +25,8                    |
| Июнь             | +13,6                     | +17,2                    |
| Июль             | +45,1                     | +48,5                    |
| Август           | 44,2                      | 47,3                     |
| Сентябрь         | +27,1                     | +27,4                    |
| Октябрь          | +7,1                      | +6,0                     |
| Ноябрь           | +5,44                     | +3,8                     |
| Декабрь          | -1,6                      | -1,4                     |

На основе проведенных исследований зависимости влажности грунта от сезонного колебания температуры выявлено, что в летний период года, значение влажности грунта приповерхностном слое склона в среднем составляет 12,48%. Начиная с конца февраля по апрель месяц влажность грунтов увеличивается максимально до 19,68%, практически достигая предел текучести грунтов /рис. 3/.

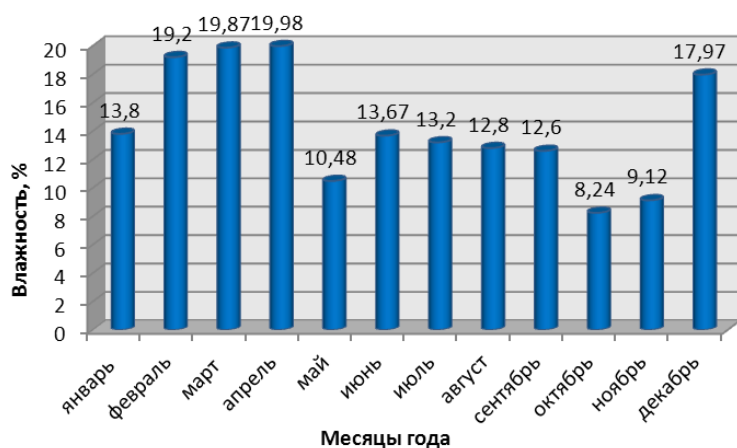


Рис. 3. Изменения влажности грунта по месяцам

Влияние температуры воздуха на плотность грунтов показало, что чрезмерно увлажненный грунт имеет низкую плотность, а чем меньше влаги в грунте, плотность в них увеличивается. По результатам наблюдений за изменением плотности грунтов оползневого тела показали, что с января по май месяц грунты имеют низкую плотность, так как в этот период грунты имеют максимальные значения влажности, поскольку из-за нагревания воздуха происходит таяния льда в грунте. Максимальные показания плотности до  $\gamma = 2600 \text{ кг/м}^3$  в июле месяце, когда температура воздуха составляет  $+45,1^\circ\text{C}$ , а температура грунта превышает атмосферного  $+48,5^\circ\text{C}$ . Затем идет обратное снижение плотности до  $2100 \text{ кг/м}^3$ . /рис. 4/

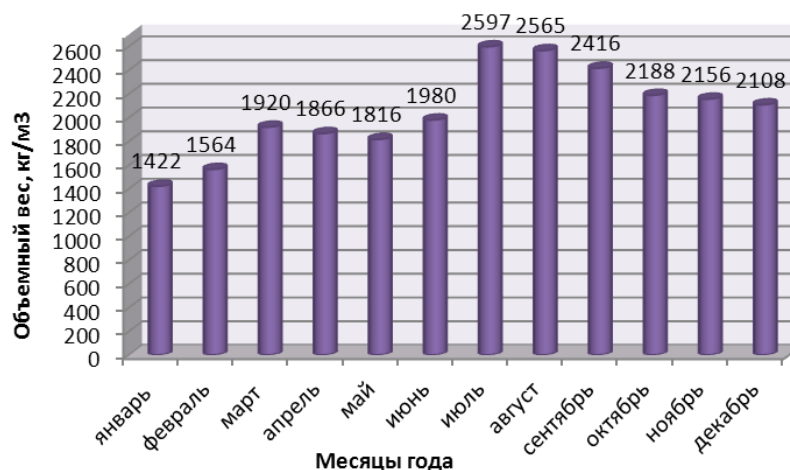


Рис. 4. Изменения плотности грунта по месяцам

Как известно, прочностью грунта называется его способность, воспринимать силы внешнего воздействия, не разрушаясь. Прочность грунтов оценивается сопротивлением их сдвигу. Сопротивление сдвигу характеризуется углом внутреннего трения и сцепления. Сопротивления сдвигу грунтов зависит как от влажности, плотности, гранулометрического состава, так и от сезонного колебания температуры. Результаты лабораторных экспериментов по оценке влияния температуры воздуха на угол внутреннего трения и сцепления грунтов представлены в таблице 3.

Таблица 3. Изменение угла внутреннего трения и сцепления грунтов  
по месяцам

| Месяцы года | Угол внутреннего трения $\varphi$ , град | Сцепления $C$ , МПа |
|-------------|------------------------------------------|---------------------|
| Январь      | 31                                       | 0,004               |
| Февраль     | 21                                       | 0,047               |
| Март        | 23                                       | 0,05                |
| Апрель      | 23                                       | 0,04                |
| Май         | 14                                       | 0,056               |
| Июнь        | 31                                       | 0,004               |
| Июль        | 17                                       | 0,043               |
| Август      | 22                                       | 0,03                |
| Сентябрь    | 16                                       | 0,013               |
| Октябрь     | 21                                       | 0,013               |
| Ноябрь      | 19                                       | 0,01                |
| Декабрь     | 16                                       | 0,03                |

Максимальные значения угла внутреннего трения составляют в июне и январе месяце в среднем  $\varphi=31^{\circ}$ , минимальные  $\varphi=15^{\circ}$  в мае, сентябре и декабре месяце. Низкие значения сцепления грунтов выявлены в январе и июне  $C=0,004$  МПа, максимальные значения сцепления в феврале, марте и мае месяцев в среднем  $C=0,05$  МПа.

На основании проведенных лабораторных исследований по оценке влияния сезонных колебаний температуры на физико-механические свойства грунтов на склонах откосах установлено, что:

- в летний период года, значение влажности грунта в среднем составляет 12,48%, в весенний период года увеличивается максимально до 19,68% и наблюдались подвижки тела оползня;

- максимальные показания плотности грунтов до  $\gamma=2600\text{кг/м}^3$  в июле месяце, когда температура воздуха составляет  $+45,1^{\circ}\text{C}$ , а температура грунта превышает атмосферного  $+48,5^{\circ}\text{C}$ ;

- максимальные значения угла внутреннего трения составляют в июне и январе месяце в среднем  $\varphi=31^{\circ}$ , минимальные  $\varphi=15^{\circ}$  в мае, сентябре и декабре месяце.

- низкие значения сцепления грунтов выявлены в январе и июне месяце  $C=0,004\text{МПа}$ , максимальные значения сцепления в феврале, марте и мае месяцев в среднем составляет  $C=0,05\text{МПа}$ .

- сезонные колебания температуры воздуха в результате промерзания и оттаивания, высушивания и замачивания грунтов атмосферными осадками приводит к снижению их физико-механических свойств и как следствие нарушению местной устойчивости склонов и откосов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.М. Львович, Ю.Л. Мотылев Укрепление откосов земляного полотна автомобильных дорог. Москва. Изд. «Транспорт» 1979
2. Г.А. Кадыралиева Влияние физических свойств грунтов на сопротивление сдвигу «Инновационное развитие и востребованность науки в современном казахстане» IV Международная научная конференция. Алмата, 2010г (стр. 42-47)
3. О.В. Никольская, Г.А. Кадыралиева Оценка влияния сезонных колебаний температуры на прочностные свойства грунтов и местную устойчивость откосов горных дорог «Современные проблемы механики сплошных сред» вып. 16, Бишкек 2012 г (стр. 238-245).
4. М.Н. Гольдштейн Деформации земляного полотна и оснований сооружений при промерзании и оттаивании. Государственное транспортное железнодорожное издательство. Москва 1948.

## **ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ЗАСОЛЕНИЕ И ДЕГРАДАЦИЮ ПОЧВОГРУНТОВ И АНАЛИЗ ИХ УСТРАНЕНИЯ**

Ботолаева Г. К.

Кыргызский национальный аграрный университет им. К.И.Скрябина

В настоящее время существует большое количество научных работ, описывающих достижения современной науки и практики в области мелиорации почв, засоленных и незасоленных при длительном орошении. Существует также публикации по борьбе с засолением почв [1-4] при орошении. Идеи мелиорации засоленных почв на основе дренажа и промывки почв являются общепринятыми. В настоящее время, существуют вопросы оптимального использования оросительной воды и мер борьбы с её потерями, так как эти вопросы еще недостаточно освещены и изучены.

Для мелиораторов важно знать, какие факторы влияют на образование засоленных почв и, что заставляет терять полезные свойства самой почвы. Этот вопрос хорошо изучен и подробно описан во многих отечественных и зарубежных публикациях. Поэтому в настоящей работе лишь в общих чертах будут указаны только основные факторы, влияющие на возникновение засоленных и деградированных почв, а также некоторые количественные изучения вышеуказанных проблем.

1. Испарение. Засоленные почвы расположены главным образом в жарких засушливых районах, где интенсивность потенциального

испарения поверхностных и грунтовых вод значительно выше, чем количество атмосферных осадков и сток грунтовых вод. Определение водного баланса таких территорий, для которых характерны высокие температуры, сухость и высокая испаряемость в течение большей части года, показывает, что в основном идет испарение жидкости и пара из почвы, в основном без соли – соль остается на поверхности самой почвы.

2. Геоморфология, гидрология и топография. При глубоком (глубже 4-7м.) залегании грунтовых подземных вод, несмотря на сухость климата, засоление почв может не происходить, так как фактическое испарение влаги из почвы в этих условиях не превышает суммы атмосферных осадков. Для образования современных солончаковых почв в жарком и сухом климате обязательным условием является наличие обширных низменностей или депрессий, в пределах которых на различных пониженных элементах рельефа (дельты, низкие террасы, различные понижения или впадины) образуются современные центры соленакопления. Обычно депрессии полностью или частично окружены горными цепями или плато, со стороны которых движется древний глубинный поток минерализованных подземных вод.

Гидродинамический напор от этих глубинных вод создает непрерывный восходящий ток грунтовых вод, депрессий к поверхности почвы, который частично может погашаться низким коэффициентом фильтрации более высоких горизонтов водоносного профиля и испарением. Вековой сток твердых и растворенных веществ вместе с поверхностными и речными водами также действует в сторону депрессий и низменностей. Механические осадки остаются в них почти полностью, а легкорастворимые соли лишь частично. Значительная часть солей уносится в низменности. Однако в течение геологического времени с грунтовыми и речными водами в

низменности и депрессии приносится и откладывается огромное количество легкорастворимых солей. Большое значение в некоторых местах приобретают также перенос и перераспределение солей с делювиальными водами, образующимся после ливней. Засоление делювиальных склонов широко распространено, где горы сложены сильно засоленными породами.

3. Грунтовые воды. Отметим, что перечисленных факторов еще недостаточно для образования засоленных почв, их деградации. Современное соленакопление происходит в этих условиях лишь при близком залегании грунтовых вод, которые или совсем не движутся или отлив их очень слаб. Сухие солончаки с глубокими грунтовыми водами свидетельствуют о процессе соленакопления при помощи орошения. Длительное испарение неглубоко расположенных застойных грунтовых вод в условиях жаркого и сухого климата вызывают сильное засоление не только почв, но и на значительную глубину грунтов и грунтовых вод. Последнее происходит вследствие процессов конвекции, диффузии и погружения тяжелых соленых растворов вниз. При одинаковой глубине залегания грунтовых вод степень засоленности почв возрастает с ростом минерализации грунтовых вод.

4. Растительный покров влияет двояко на солевой режим почв и процессы соленакопления как положительно, так и отрицательно. С одной стороны, растительность, особенно травянистая, используя почвенную влагу на транспирацию, ослабляет испарение почвенно – грунтовых вод с поверхности почв и тем самым ослабляет процесс соленакопления в их верхнем горизонте. С другой стороны, в более глубоких горизонтах почв, вплоть до верхних слоев грунтовых вод, происходит накопление солей, поскольку растения транспирируют лишь чистую воду, а растворенные в ней соли остаются в почвенном растворе и в грунтовой воде. Однако абсолютная скорость

соленакопления в верхних слоях почвы, покрытой травянистой растительностью, всегда значительно меньше, чем на поверхности, лишенной растительности. Территории, по каким – либо причинам утратившие естественный травяной покров, всегда быстро засоляются с поверхности, превращаясь в солончаки. Следует учитывать и биогенное поступление минеральных веществ в почвенные горизонты после отмирания растительности. Однако поступление солей в почву от грунтовых вод при их близком залегании в сотни раз превышает величины биогенного поступления солей. Лишь в условиях автоморфного почвообразования (без влияния грунтовых вод) растительность начинает играть основную роль в формировании химического состава солей в почвах. При этом она усиливает и ускоряет процессы рассоления почв. В верхних горизонтах почв аккумулируются наиболее ценные элементы: калий, кальций, сера, фосфор.

5. Геохимическая подвижность различных солей является фактором, в значительной мере определяющим современные процессы соленакопления.

Размеры зон аккумуляции почвенных, химических соединений на земной поверхности зависят от их растворимости и биологического значения для организмов. Наиболее узкую зону занимают высокорастворимые соединения, которые приурочены лишь к самым засушливым районам сухих степей. Наиболее обширной является зона аккумуляции соединений кремния, окислов железа и вторичных глинистых минералов. Формирование различных зон выпадения химических осадков на территории обусловлено вертикальным (по почвенному профилю) и горизонтальным (вдоль общего грунтового потока и уклона территории) перемещением и испарением грунтовых вод.

6. Степень обеспеченности территорий естественным дренажем также влияет на засоление почв. В соответствии с обеспеченностью дренажа следует выделить следующие типы территорий:

1) территории, обеспеченные естественным дренажем (предгорные и высокие водораздельные равнины различного происхождения, расчлененные речной и овражной сетью: древние пролювиально – аллювиальные равнины и верхние речные террасы; нижние пойменные и надпойменные территории в среднем и верхнем течении рек с песчано – галечниковыми грунтами при общем свободном оттоке грунтовых вод по уклону местности в речные русла). В большинстве случаев на этих территориях происходит естественный процесс рассоления почв. Орошение, как правило, лишь усиливает этот процесс. Однако излишек воды при орошении может вызвать заболачивание отдельных участков;

2) территории с недостаточным естественным дренажем: древние аллювиальные и делювиальные равнины, равнины и низменности, речные террасы, особенно первые и вторые, характеризующие повышенной остаточной засоленностью, значительной долей солонцовых пятен в степной зоне и относительно близкими минерализованными грунтовыми водами, при слабом оттоке их в реки, а также территории с напорными грунтовыми водами. Орошение больших массивов земель на этих территориях может вызвать подъем грунтовых вод, заболачивание и вторичное засоление почв, особенно в зоне пустынь, где велико испарение;

Поэтому, нередко бывает более целесообразным исключить такие массивы из фондов земель, предназначенных для орошения.

7. Поливные воды. Любая вода, применяемая для орошения, содержит растворенные соли, поэтому весьма важно оценивать ее качество по общему содержанию солей, составу анионов и катионов, а иногда и по содержанию микроэлементов, оказывающих сильное,

иногда токсическое влияние на рост и развитие различных сельскохозяйственных культур и растений. В сельскохозяйственном справочнике Лаборатории засоленных почв США опубликован обзорный материал по методам анализа и классификации оросительных вод с точки зрения влияния их состава на засоление почв. Поэтому засоление почв во многих странах обусловлено не только влиянием исходного содержания солей в почвах, подъемом и испарением соленых грунтовых вод, но и солевым составом и высокой щелочностью оросительных вод. Однако не всегда орошение минерализованными водами вызывает засоление почв, и наоборот, при орошении пресными речными водами может возникнуть сильное засоление почв. Это зависит от свойств самой почвы, особенностей естественного дренажа и баланса грунтовых и подземных вод и солей.

Трехчленная система вода – почва – растение допускает множество различных сочетаний, что может иметь самые различные долгосрочные последствия, которые иногда трудно предвидеть.

8. Фильтрация. Обычно величина фильтрации воды через оросительные каналы, построенные в земляном русле, достигают 35 – 60% от размера водоподачи. На территориях, не имеющих естественного оттока, это вызывает подъем грунтовых вод и засоление почв. Поэтому для земляных каналов необходимо предусматривать осуществление мероприятий по возможно большему снижению потерь воды на фильтрацию (кольматация грунтов ложа каналов, глинистые экраны, гидроизоляционные облицовки) или заменять их лотками, трубами и т.д. На вновь строящихся оросительных системах должно быть запроектированы и осуществлены все противофильтрационные мероприятия, не допускающие подъема грунтовых вод, даже если они залегают достаточно глубоко (глубже 20м). В этих случаях целесообразно

строить закрытую оросительную сеть, лотки и каналы гидроизоляционными покрытиями.

Выше было указано, что на процесс засоления почв влияют множество факторов окружающей среды, и все они зависят от климата, типа почв, растительностей, глубиной залегания и энергией грунтовых вод, деятельностью человека. Все эти факторы можно исчислять численно т.е. миграцию солей можно рассматривать и с количественной стороны. Для сохранения существующих поливных земель, устранения их деградаций, заболачивания и вторичного засоления, необходимо проводить не только экспериментальные разработки, но и научно – теоретические, а именно:

- 1.Провести анализ существующих математических моделей процессов солепереноса и соленакопления в почве, основанных на физико – химической гидродинамике пористых сред, конвективной диффузии.

- 2.Указать механизм движения солей в почвогрунтах, показать количественное взаимодействие вышеуказанных факторов. Расчет увеличения минерализации грунтовых вод в зависимости от скорости их испарения.

3. Рассмотреть вопросы совместного уравнения движения фильтрации воды в грунте и солевых процессов с сопровождением и без сопровождения физико – химического взаимодействия со средой, промывок засоленных почв.

- 4.Привести количественные взаимоотношения факторов солепереноса, которые могут быть использованы для составления мелиоративных прогнозов и расчета оптимального управления водно – солевым режимом орошаемых почв, при определенных упрощающих предположениях (постоянство скорости фильтрации, коэффициенте диффузии, однородный изотропный грунт) в стационарном и нестационарном случаях.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1.Аверьянов С.Ф. Некоторые вопросы предупреждения засоления орошаемых земель и меры борьбы с ним в Европейской части СССР. – В сб. Орошаемое земледелие в Европейской части СССР, 1965.
- 2.Веригин Н.Н. О кинетике растворения солей при фильтрации воды в грунтах. В сб.: Растворение и выщелачивание горных пород. М., 1957.
3. Веригин Н.Н., Шержуков Б.С., Шапинская Г.П. К расчету промывания засоленных почв. – Труды координационных совещаний по гидротехнике, вып. 35, 1967.
4. Ботолаева Г.К., Туганбаев У.М. Засоление почв и борьба с этим пагубным явлением.// СПМСС, выпуск 15, Бишкек, 2013. с.129-136.

## **РАЗВИТИЕ ЛИТОСФЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ СЕВЕРНОГО ТЯНЬ-ШАНЯ В ЭПОХЕ НЕОТЕКТОНИКИ**

Джаханова Б.Н., Баймахан Р.Б.

КазГосЖенПУ, Алматы,  
Институт механики и машиноведения НАН РК

С развитием космической техники накапливаются огромные данные о геодинамике земли. Поэтому предстоит проделать большие работы по дешифровке таких снимков и уточнить степени точности ранее установленных данных.

На рисунке 1 показан космический снимок территории Северного Тянь–Шаня. На рисунке 2 отдельно показана северная подножия Заилийского Алатау, где расположен современный город Алматы. Результаты нашей дешифровки нанесены на космические снимки красной линией. Это относится Челико–Кеминскому разлому. Почти все очаги самых разрушительных землетрясений Северного Тянь–Шаня расположены на этом разломе и в их рукавах.

Для правильного понимания, произошедшие и происходящие в настоящее время геодинамических процессов, перечислим некоторые явления связанные с разломами в земной коре.

Краткие определения некоторых часто употребляемых основных геомеханических понятии: тектоника: 1. строение какого–либо участка земной коры, определяющееся совокупностью тектонических нарушений и историей их развития. 2. учение о строении земной коры, геологических структурах и закономерностях их расположения и

развития. В последнем случае синоним термина геотектоника—наука о строении Земли в связи с ее общим направленным развитием.

Разлом—это крупнейшая дезъюнктивная дислокация земной коры, распространяющаяся на большую глубину и ширину. Разрыв—общее название многих видов тектонических нарушений.

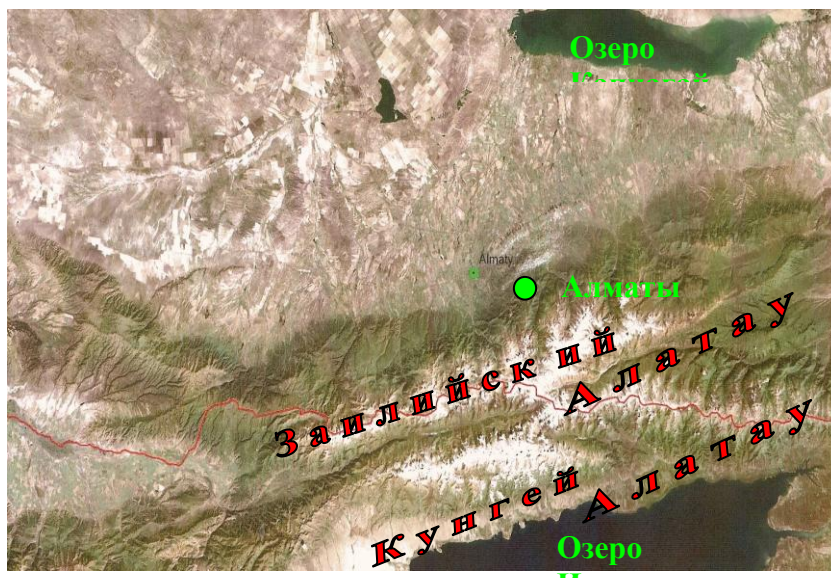


Рис. 1. Космический снимок территории Северного Тянь-Шаня.

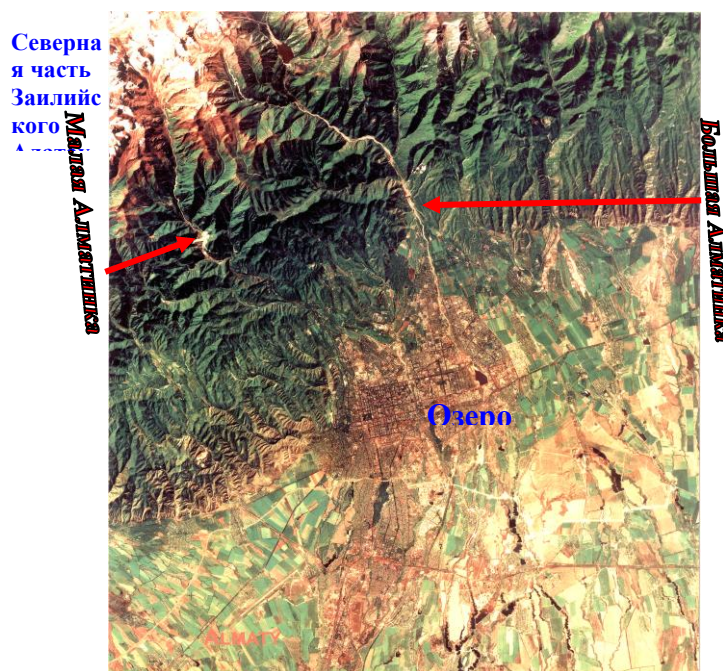


Рис.2. Космический снимок северного подножия Зайлийского Алатау (территория г. Алматы)

Разрывные дислокации фундамента являются одной из существенных форм тектоники, обусловившей блоковую структуру фундамента и современный орографический план. Для Северного Тянь-Шаня характерны разломы субширотного, восток–северо–восточного (тянь–шанского) и северо–западного (Каратауского направлений). Перемещения блоков по этим разломам определили кулисообразное строение хребтов, а также изломы линий сочленения гор и впадин.

Границами блоков и мегаблоков Тянь-Шаня служат геологические разломы. В настоящее время происходят относительные смещения блоков. Синклинальные области - это горные хребты поднимаются и антисинклинальные области – впадины опускаются.

В результате изучения геологических, сейсмических и тектонических процессов происходящие в литосфере Северного Тянь-Шаня нами разработана модель земной коры этого региона с поднятиями и опусканиями блоков, показанной на рисунке 3. Белые линии между блоками являются Заилийскими, Шелеко-Кеминскими, Кунгейскими и Северо-Иссык-Кульскими разломами

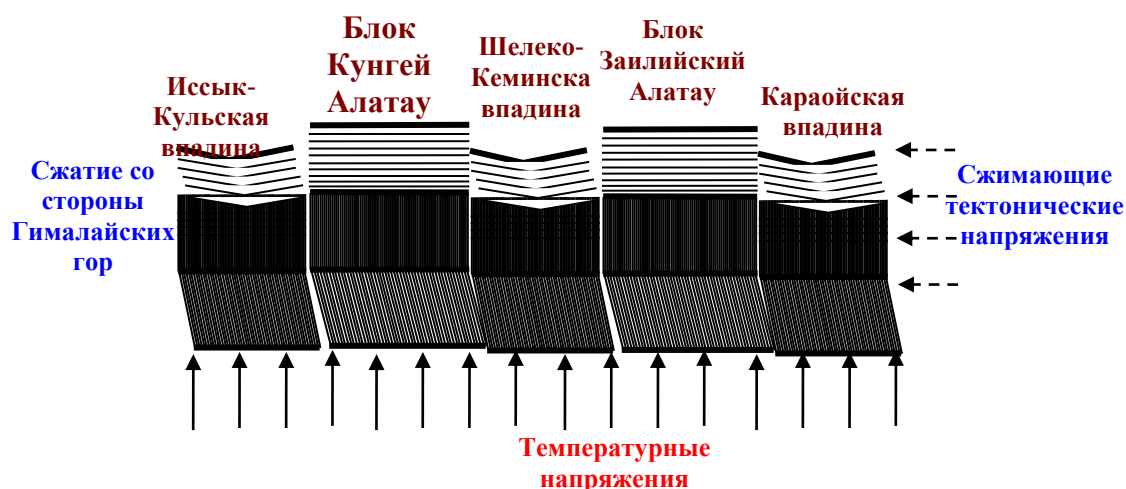


Рис. 3. Синклинальные и антисинклинальные строения литосферы Северного Тянь-Шаня.

Далее, предстоит изучить напряженно-деформированные состояния берегов разломов и определить величину поднятия и опускания на современном этапе. Определение процесса накопления опасных концентрации напряжений, позволяет проектировщиком правильно выбирать безопасного направления развития и расширения развивающиеся и места строений будущих городов и населенных пунктов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Гаррельс, Ф. Маккези. Эволюция осадочных пород. Москва: Мир, 1974, 269с
2. Tony Waltham. Foundations of Engineering Geology. Second edition. Spon Press. 2005. 92p
3. Рыбин А.К., Баталов В.Ю., Щелочков Г.Г., Баталева Е.А. На пути построения трехмерной геоэлектрической модели земной коры и верхней мантии Тянь-Шаня.
4. Юдахин Ф.Н., Чедия О.К., Сабитова Т.М. и др. 1991. Современная геодинамика литосферы Тянь-Шаня. М., Наука, 192 с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЛИНЕЙНОГО ПЛОСКОГО ОКОЛОЗВУКОВОГО УРАВНЕНИЯ

Дыйканова А.Т.

Кыргызский Национальный Аграрный Университет им. К.И.Скрябина.

В работе [1], основное нестационарное уравнение Линя-Рейснера-Тзяна в околозвуковом приближении рассматривается как линейное.

В данной работе рассматривается именно предлагаемая математическая модель, которая является как предельный случай более сложного околозвукового уравнения гиперболического типа. Здесь естественно, возникают вопросы об обосновании соответствующего подхода, а также нахождения решений и указать соответствие между решениями линеаризованного уравнения и классическим уравнением в нестационарном околозвуковом потоке газа

$$-\varphi_x \varphi_{xx} + \varphi_{yy} - 2\varphi_{xt} = 0. \quad (1)$$

Известно, что это уравнение было получено Линем-Рейснером-Тзяном, которые вывели его с помощью малых возмущений, опираясь на основное точное уравнение для потенциала скоростей

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \text{grad } \hat{o} \cdot \nabla \right)^2 \hat{o} = \tilde{n}^2 \Delta \hat{o}. \quad (2)$$

При сравнении уравнений (1) и (2) видно, что они оба являются уравнениями гиперболического типа. Если для уравнения (2) можно

выделить семейство плоскостей  $t = \text{const}$ , то для уравнения (1), аналогичного семейства, вообще говоря, указать нельзя. Плоскости  $t = \text{const}$  здесь являются характеристики вида  $-\varphi_x \xi^2 + \eta^2 - 2\xi\tau = 0$ . (3)

Итак, уравнение (1) было преобразовано [1] в следующее линеаризованное уравнение  $-x\varphi_{xx} + \varphi_{yy} - 2\varphi_{xt} = 0$ . (4)

Продифференцировав уравнение (4) по  $x$  и приняв,  $\varphi_x = u$ , получим

$$- [xu_{xx} + u_x] + u_{yy} - 2u_{xt} = 0, \quad (5)$$

которое и будет объектом наших исследований.

Для уравнения (5) поставим следующие начально-краевые условия:

$$u(x, y, 0) = u_0(x, y), \quad u(x, y, \infty) = u_1(x, y), \quad (6)$$

$u(x, y, t) = a_*$  - на звуковой линии, где  $a_*$  - скорость звука.

(6а) Предположим, что уравнение (5) имеет решение в виде

$$u(x, y, t) = y^k F_0(\xi, t), \quad \xi = xy^{-2}. \quad (7)$$

Тогда определяя необходимые частные производные

$$u_x = y^{k-2} F_{0\xi}, \quad u_{xx} = y^{k-4} F_{0\xi\xi}, \quad u_y = y^{k-1} [kF_0 - 2\xi F_{0\xi}],$$

$$u_{yy} = y^{k-2} [k(k-1)F_0 + (6-4k)\xi F_{0\xi} + 4\xi^2 F_{0\xi\xi}], \quad u_{xt} = y^{k-2} F_{0\xi t},$$

и подставляя в (5) получим следующее дифференциальное уравнение

$$(1-4\xi)\xi F_{0\xi\xi} + [1+(4k-6)\xi]F_{0\xi} - k(k-1)F_0 + 2F_{0\xi t} = 0. \quad (8)$$

А. Предположим, что решение последнего уравнения можно определить в виде  $F_0(\xi, t) = P_0(t)\xi + P_1(t)$ . (9)

Действительно, определяя производные и подставляя в уравнение (8), получим

$$\text{а) } P(t) = \frac{2P'_0(t) + P_0(t)}{2}, \text{ при } k=2, \quad \text{á) } P(t) = \frac{2P'_0(t) + P_0(t)}{6}, \text{ иðè } k=3, \quad (10)$$

$P_0(t)$  – произвольная функция, где в качестве примера, можно взять

$$P_0(t) = \frac{m}{(1 - c_1 e^{-2mt})} \quad \text{или} \quad P_0(t) = \frac{1 + c_2 e^{2t}}{1 - c_2 e^{2t}}. \quad (11)$$

Первое решение (10) при  $k = 2$  описывает нестационарное течение в сопле Лаваля вида  $u(x, y, t) = P_0(t)x + P_1(t)y^2$ , (12)

с криволинейной звуковой линией, обращенной навстречу набегающему потоку [3]

$$x = -\frac{2P'_0(t) + P_0(t)}{2P_0(t)} y^2. \quad (12a)$$

Б. Решение уравнения (8) можно найти также в форме квадратного многочлена

$$F_0(\xi, t) = P_0(t)\xi^2 + P_1(t)\xi + P_2(t). \quad (13)$$

Подстановка его в рассматриваемое уравнение, дает

$$P_1(t) = 2[P'_0(t) + P_0(t)], \quad P_2(t) = [2P'_0(t) + 3P''_0(t) + P_0(t)]/6 \quad \text{при } k = 4, \quad (14a)$$

$$P_1(t) = 2[P'_0(t) + P_0(t)]/3, \quad P_2(t) = [4P''_0(t) + 6P'_0(t) + P_0(t)]/20 \quad \text{при } k = 5, \quad (14b)$$

или с учетом (7,13), получим

$$u(x, y, t) = P_0(t)x^2 + P_1(t)xy^2 + P_2(t)y^4 \quad \text{при } k = 4, \quad (15a)$$

$$u(x, y, t) = P_0(t)x^2y + P_1(t)xy^3 + P_2(t)y^5 \quad \text{при } k = 5. \quad (15a)$$

В. Определим решение уравнения (8) в виде полинома произвольной формы  $F_0(\xi, t) = P_0(t)\xi^n + P_1(t)\xi^{n-1} + \dots + P_n(t)$ , (16)

здесь  $k = 2n, k = 2n + 1$ ,  $P_0(t)$  – произвольная функция, а функции

$P_i(t)$  имеют вид:

$$\begin{aligned} P_1(t) &= 4[(P'_0(t) + P_0(t)]/(k^2 - 5k + 6), \\ P_2(t) &= 2[2P''_0(t) + 3P'_0(t) + P_0(t)]/(k^2 - k), \\ P_n(t) &= F[n, P_0^{(n)}(t), P_0^{(n-1)}(t), \dots, P_0(t)], \end{aligned} \quad (17)$$

а сама искомая функция запишется как

$$а) \quad u(x, y, t) = P_0(t)x^n + P_1(t)x^{n-1} \cdot y^2 + \dots + P_n(t)y^{2n}, \quad k = 2n, \quad (18a)$$

$$б) \quad u(x, y, t) = P_0(t)x^n y + P_1(t)x^{n-1}y^3 + \dots + P_n(t)y^{2n+1}, \quad k = 2n + 1. \quad (18б)$$

Г. Для решения уравнения (8) поступим следующим образом.

Введем новую переменную  $\eta = 4\xi$  и функции

$$F_0(\eta, t) = F(\eta) \cdot F_2(t). \quad (19)$$

Определяя  $\frac{\partial F_0}{\partial \xi} = 4F_{0\eta}, \quad \frac{\partial^2 F_0}{\partial \xi^2} = 16F_{0\eta\eta}, \quad F_{0\eta} = F'(\eta) \cdot F_2(t),$

$$F_{0\eta\eta} = F''(\eta) \cdot F_2(t), \quad F_{0\eta t} = F'(\eta) \cdot F_2'(t)$$

и подставляя в рассматриваемое уравнение, получим при

$F_2(t) = e^{-mt}$  следующее гипергеометрическое уравнение Гаусса [2]

$$(1-\eta)\eta F'' + \left[ (1-2m) - \frac{3-2k}{2}\eta \right] F' - \frac{k(k-1)}{4} F = 0, \quad (20)$$

где  $\alpha = -\frac{k}{2}, \quad \beta = -\frac{k}{2} + \frac{1}{2}, \quad \gamma = 1-2m,$  т.е. решение последнего уравнения имеет вид [2]

$$F(\eta) = B_1 F_1 \left[ -\frac{k}{2}, -\frac{k}{2} + \frac{1}{2}; 1-2m; \eta \right] + B_2 \eta^{2m} \cdot F_2 \left[ \frac{-k+4m}{2}, \frac{-k+4m+1}{2}; 1+2m; \eta \right]. \quad (21)$$

Известно, что каждое частное решение может быть представлено в виде полинома (многочлена) при определенных значениях  $k$  и  $m$ , как в отдельности, так и в общем виде. Первое частное решение при

$-\frac{k}{2} = -n$  и  $-\frac{k}{2} + \frac{1}{2} = -n$ , когда  $n = 0; 1; 2; \dots$  может быть приведено к

многочлену. Второе частное решение при

$\frac{-k+4m}{2} = -n$  и  $\frac{-k+4m+1}{2} = -n$ , когда  $n = 0; 1; 2; \dots$ , аналогично

может быть приведено к многочлену, в отдельности. Общее решение (21) также может быть приведено в целом к многочлену при

$k = 2n$ , и  $k = 2n + 1$ , когда  $n = 0; 1; 2; \dots$ , а  $m$ - произвольное число.

Д. Произвольное значение  $m$  позволяет получить новые классы решений, поэтому остановимся на некоторых из них.

а) Пусть величина  $\gamma = 1 + P$ , ( $P$  - число натуральное) и в то же время  $\alpha$  или  $\beta$  равны  $P' + 1$ , где  $0 \leq P' \leq P$ . Тогда, например, при  $\alpha = 1 + P'$  получим.

$$F_1 = F_1(-k + 2P', -k + 2P' - P; 1 + P; \eta),$$

$$F_2 = F_2(-k + 2P' - P, -k + 2P'; -2P; 1 - P; \eta). \quad (22)$$

Здесь функция  $F_2$  - является многочленом относительно  $\eta^{-1}$ .

б) Пусть  $\gamma = 1 - 2P$ , ( $2P$ - число натуральное) и в то же время  $\alpha$  или  $\beta$  равно целому числу  $-P'$ , где  $P'$ - одно из чисел  $0; 1; 2; \dots$ . Пусть  $\alpha = P'$  тогда искомые решения равны

$$F_1 = F_1(-P, \beta; 1 - P; \eta), \quad F_2 = F_2(-P' + m, \beta + P; 1 + P; \eta). \quad (23)$$

в) Пусть  $\gamma = (\alpha + \beta + 1)/2$ , тогда имеем следующее решения

$$F_1 = F_1[\alpha, \beta; (\alpha + \beta + 1)/2; \eta], \quad F_2 = F_2[\alpha, \beta; (\alpha + \beta + 1)/2; 1 - \eta]. \quad (24)$$

Если  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  отличны как от нуля так и от целых отрицательных чисел, то решения  $F_1$  и  $F_2$  являются двумя линейно-независимыми решениями геометрического уравнения Гаусса вида

$$F(\eta) = B_1 F_1\left(\frac{-k+1}{2}, \frac{-k}{2}; \frac{-2k+3}{2}; \eta\right) + B_2 \eta^{(1+2k)/2} \left(\frac{k}{2}, \frac{k-1}{2}; \frac{1+2k}{2}; \eta\right). \quad (25)$$

Полученное решение при помощи преобразования вида

$$F_0(2\alpha, 2\beta; \alpha + \beta + 1/2; \eta) = F_0[\alpha, \beta; \alpha + \beta + 1/2; 4\eta/2 - \eta], \quad (26)$$

можно привести в другое решение

$$F(\eta) = B_1 F_1\left[\frac{-k+1}{4}, -\frac{k}{4}; \frac{-2k+3}{2}; 4\eta(1-\eta)\right] +$$

$$+ B_2 \eta^{(1+2k)/2} \cdot F_2\left[\frac{k}{4}, \frac{k-1}{4}; \frac{1+2k}{2}; 4\eta(1-\eta)\right]. \quad (27)$$

Е. Теперь рассмотрим те случаи, т.е. при каких параметрах, решения можно представить в элементарных функциях. Общее решение рассматриваемого уравнения (1) имеет вид (23), а каждое линейное частное решение записываются как

$$F_1\left[-\frac{k}{2}, \frac{-k+1}{2}; 1-2m; \eta\right], \quad (28a)$$

$$\eta^{2m} \cdot F_2\left[\frac{-k+4m}{2}, \frac{-k+4m+1}{2}; 1+2m; \eta\right]. \quad (28b)$$

1а. Сравним решение (28а) с записью вида  $F(-n, \beta; \beta; -z) = (1+z)^n$ ,  
(29)

где  $\beta$  – произвольно, тогда из соотношений  $\frac{-k}{2} = n$ ,

$\frac{-k+1}{2} = 1-2m$ ,  $\eta = -z$  находим,  $k = 2n$ ,  $n = \frac{4m-1}{2}$  т.е. имеем

$$F_1\left(-\frac{k}{2}, \frac{-k+1}{2}; 1-2m; \eta\right) = F\left(-n, -n + \frac{1}{2}; -n + \frac{1}{2}; \eta\right) = (1-\eta)^n. \quad (30a)$$

1б. Если рассматривать второе линейно-независимое решение (28б), то из сравнения коэффициентов  $-k+4m = -2n$ ,  $-k+4m+1 = 2+4m$  получим  $m = -(2n+1)/2$ ,

$$\eta^{2m} F_2\left(\frac{-k+4m}{2}, \frac{-k+4m+1}{2}; 1+2m; \eta\right) = (1-\eta)^n / \eta^{(2n+1)/2}. \quad (30b)$$

2. Теперь сравним решения со следующим выражением

$$F\left(-\frac{n-1}{2}, -\frac{n-2}{2}; \frac{3}{2}; \frac{z^2}{t^2}\right) = \frac{(t+z)^n - (t-z)^n}{2nzt^{n-1}}. \quad (31)$$

2а. Если решение вида (28а) сравнить с выражением (31), то коэффициенты

$k = n-1$ ,  $m = -1/4$ , а решение примет вид

$$F_1\left(-\frac{n-1}{2}, \frac{n-2}{2}; \frac{3}{2}; \eta\right) = \frac{(1+\sqrt{\eta})^n - (1-\sqrt{\eta})^n}{2n\sqrt{\eta}}. \quad (32a)$$

2б. Второе линейно-независимое решение (28б) при  $k = n$ ,  $m = 1/4$  запишется

$$\eta^{2m} F_2 \left[ -\frac{n}{2}; -\frac{n}{2} + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \eta \right] = [(1 + \sqrt{\eta})^2 - (1 - \sqrt{\eta})^2] / 2n. \quad (32б)$$

3. Рассмотрим следующее представление решения гипергеометрического уравнения в элементарной функции

$$F \left( -\frac{n}{2}, -\frac{n}{2} + \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{z^2}{t^2} \right) = \frac{(t + z)^n + (t - z)^n}{2t^n}. \quad (33)$$

3а. При сравнении коэффициентов первого линейно-независимого решения с выражением (33), имеем  $k = n$ ,  $m = -1/4$ ,  $z = t\sqrt{\eta}$ , т.е.

$$F_1 \left[ -\frac{n}{2}, -\frac{n}{2} + \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \eta \right] = [(1 + \sqrt{\eta})^n + (1 - \sqrt{\eta})^n] / 2. \quad (33а)$$

3б. А второе решение при  $k = n + 1$ ,  $m = 1/4$ , запишется

$$\eta^{2m} F_2 \left( \frac{-k + 4m}{2}, \frac{-k + 4m + 1}{2}; 1 + 2m; \eta \right) = [(1 + \sqrt{\eta})^n + (1 - \sqrt{\eta})^n] / 2n. \quad (33б)$$

4. Другое представление запишем как  $F(\frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2}; z^2) = \ln \frac{1+z}{1-z} / 2z$ .  
(34)

4а. Наше первое линейно-независимое решение может быть приведено при

$$k = -1, \quad m = -1/4, \quad z = \sqrt{\eta} \quad \text{к виду} \quad F(\frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2}; \eta) = \ln \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}} / 2\sqrt{\eta}. \quad (34а)$$

4б. А второе решение (28б) при  $k = -2$ ,  $m = 1/4$  запишется как

$$\eta^{2m} F_2 \left( \frac{-k + 4m}{2}, \frac{-k + 4m + 1}{2}; 1 + 2m; \eta \right) = \ln \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}} / 2. \quad (34б)$$

Укажем еще несколько примеров, когда оба линейно-независимые решения гипергеометрического уравнения могут быть представлены в элементарных функциях при определенных значениях коэффициентов  $k$  и  $m$ , а также при конкретных соотношениях

между значениями  $z$  и  $\eta$ . Эти примеры приведем в табличной форме.

А. Приведем примеры для I-го решения  $F_1(-\hat{e}/2, -(k/2) + (1/2); 1 - 2m; \eta)$

Таблица 1.

| № | Решение гипергеометрической функции                                                 | Представлен элемент. функция             | Представлен. функция в переменных $\eta$                                                                                                 | Значения коэффициентов $k, m$ и значения $z$                                                                |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$                 | $\frac{z}{\operatorname{tg} z}$          | $\frac{\operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} i\sqrt{\eta})}$                                         | $k = -1, m = -1/4,$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta},$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta}.$    |
| 2 | $F\left(\frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$   | $\frac{\sin n z \cos^{n+1} z}{n \sin z}$ | $\frac{\sin n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta} \cos^{n+1} \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{n \sin \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}$ | $k = n - 1, m = -1/4,$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta},$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta}.$ |
| 3 | $F\left(\frac{-n+1}{2}, \frac{-n+2}{2}; \frac{3}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$ | $\frac{\sin n z}{n \sin z \cos^{n-1} z}$ | $\frac{\sin n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{n \sin \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta} \cos^{n-1} \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}$ | $k = n - 1, m = -1/4,$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta},$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta}.$ |
| 4 | $F\left(-\frac{n}{2}, \frac{-n+1}{2}; \frac{1}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$   | $\frac{\cos n z}{\cos^n z}$              | $\frac{\cos n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{\cos^n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}$                                              | $k = n, m = 1/4,$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta},$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta}.$      |
| 5 | $F\left(\frac{n}{2}, \frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$     | $\cos n z \cos^n z$                      | $\cos n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta} \cos^n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}$                                                      | $k = -n, m = 1/4,$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta},$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta}$      |
| 6 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; 2; 4z(1-z)\right)$                                          | $\frac{1}{(1-z)}$                        | $\frac{2}{(1 \pm \sqrt{\eta})}$                                                                                                          | $k = -1, m = -1/2,$<br>$\eta = 4z(1-z),$<br>$z = (1 \pm \sqrt{1-\eta})/2.$                                  |
| 7 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; 1; \sin^2 z\right)$                                         | $\sec z$                                 | $\sec \arg \sin \sqrt{\eta}$                                                                                                             | $k = -1, m = 0,$<br>$z = \arcsin \sqrt{\eta}.$                                                              |
| 8 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2}; -z^2\right)$                                   | $\frac{\operatorname{arctg} z}{z}$       | $\frac{\operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{i\sqrt{\eta}}$                                                                                 | $k = -1, m = -1/4,$<br>$z^2 = -\eta, z = i\sqrt{\eta}.$                                                     |

Б. Для второго решения  $F_2((-k + 4m)/2, (-k + 4m + 1)/2; 1 + 2m; \eta)$  гипергеометрического уравнения приведем примеры их записей в элементарных функциях при других значениях коэффициентов  $k$  и  $m$ .  
Таблица 2.

| № | Решение гипергеометрической функции                                                 | Представлен элемент. функция             | Представленная функция в переменных $\eta$                                                                                               | Значения коэффициентов $k, m$ и значения $z$                                                                |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$                 | $\frac{z}{\operatorname{tg} z}$          | $\operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}$                                                                                                      | $k = -0, m = 1/4,$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}.$                                              |
| 2 | $F\left(\frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}; \frac{3}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$   | $\frac{\sin n z \cos^{n+1} z}{n \sin z}$ | $i \frac{\sin n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta} \cos^n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{n}$                                          | $k = -n, m = 1/4,$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}.$                                              |
| 3 | $F\left(\frac{-n+1}{2}, \frac{-n+2}{2}; \frac{3}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$ | $\frac{\sin n z}{n \sin z \cos^{n-1} z}$ | $i \frac{\sin n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{n \cos^n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}$                                          | $k = n, m = 1/4,$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta},$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}.$      |
| 4 | $F\left(-\frac{n}{2}, \frac{-n+1}{2}; \frac{1}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$   | $\frac{\cos n z}{\cos^n z}$              | $i \frac{\cos n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{\sin \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta} \cos \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}$       | $k = n - 1, m = -1/4,$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta},$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}.$ |
| 5 | $F\left(\frac{n}{2}, \frac{n+1}{2}; \frac{1}{2}; -\operatorname{tg}^2 z\right)$     | $\cos n z \cos^n z$                      | $i \frac{\cos n \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta} \cos^{n-1} \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}{\sin \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}}$ | $k = -n, m = 1/4,$<br>$\operatorname{tg} z = i\sqrt{\eta},$<br>$z = \operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}.$     |
| 6 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; 2; 4z(1-z)\right)$                                          | $\frac{1}{(1-z)}$                        | $\frac{2\eta}{(1 \pm \sqrt{\eta})}$                                                                                                      | $k = -1, m = -1/2,$<br>$\eta = 4z(1-z),$<br>$z_{1,2} = (1 \pm \sqrt{1-\eta})/2.$                            |
| 7 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; 1; \sin^2 z\right)$                                         | $\sec z$                                 | $\sec \operatorname{arcsin} \sqrt{\eta}$                                                                                                 | $k = -1, m = 0,$<br>$z = \operatorname{arcsin} \sqrt{\eta}.$                                                |
| 8 | $F\left(\frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2}; -z^2\right)$                                   | $\frac{\operatorname{arctg} z}{z}$       | $\operatorname{arctg} i\sqrt{\eta}$                                                                                                      | $k = 0, m = 1/4,$<br>$z^2 = -\eta,$<br>$z = i\sqrt{\eta}.$                                                  |

Таким образом, при исследовании нестационарного линейного околозвукового уравнения методом автомодельных решений, а также комбинированным решением, были получены классы новых решений, записанных в виде полинома различных степеней.

При  $k = 2$  получим течение в сопле Лаваля с криволинейной звуковой линией в самом узком месте.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мамонтов Е.В. Некоторые вопросы теории нестационарных околозвуковых течений //Динамика сплошной среды. Новосибирск: Наука, Вып.1. - с.61-74.
2. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. -М.: Наука, 1971.-576с.
3. Meyer T/ Uber zweidimensionale Bewegungsvar-qunge in einem Gas, dasmit Überschallgesch windig keit stromt, Dissertation, Gottingen, 1908.

## **ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ СКЛОНА СЛОЖНОГО СТРОЕНИЯ ПО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМУ СОСТОЯНИЮ**

Куваков С.Ж.

ИГиОН НАН КР

Кыргызстан относится к горноскладчатым областям и более 70% территории занимают горы. При строительстве крупных геотехнических сооружений, таких как горные автомобильные дороги, гидроэлектростанции и карьера проблема оценки устойчивости является первоочередным.

Основными методами оценки устойчивости склонов и откосов является натурные и расчетные. Распространенным методом расчета устойчивости склона относятся метод Маслова-Берера, где рассматривают слабые прослойки склона с пониженной сопротивляемостью сдвигу/1/, кругроцилиндрической поверхности скольжения/2/, Шахунянца/1, 3/, Чугаева/1/ и другие.

На основании оползнеопасного склона сложного строения проектируется построить закладочный комплекс. Горными породами, слагающими данный склон являются амфиболовые сланцы, метасоматиты смешанного состава и покровные образования мощностью от 3 до 10 м (рис.1).

При расчетах устойчивости склона сложного строения учитывать следующие факторы:

- инженерно-геологические (условие залегание горных пород в массиве, структура и текстура горных пород);
- физико-механические свойства (модуль деформации, коэффициент Пуассона, объемный вес, сцепление, угол внутреннего трения, предел прочности при сжатии, предел прочности при растяжении);
- физико-географические (климатические условия);

Оценка устойчивости склона сложного строения по напряженно-деформированному состоянию является наиболее информативными /4/. Расчет напряженно-деформированного состояния производится на методе конечных элементов/5, 6, 7/. На сегодняшний день существуют программные обеспечения по моделированию напряженно-деформированного состояния склонов: программный пакет Geo-Slope, программный комплекс STRESS, Plaxis8.0, программный пакет SCAD, SoilWorks 2013, ANSYS 14.5 и другие.

Расчет напряженного состояния производится на основе разработанной структурно-механической модели склона сложного строения (рис.2) Используются физико-механические свойства горных пород (табл.1) и геометрических параметров склона ( $H = 146\text{м}$

- высота борта карьера; длина основания 281м; общая крутизна склона  $\alpha=27^\circ$ ).



Рис. 1 – Инженерно-геологический разрез исследуемого склона сложного строения с нанесенным контуром.

Таблица 1. Физико-механические свойства горных пород (1 – амфиболовые сланцы; 2 – метасоматиты смешанного состава; 3 – покровные образования)

| горной породы | Модуль деформации, МПа | Коэффициент Пуассона | Объемный вес, кг/м <sup>3</sup> | Сцепление, МПа | Угол внутреннего трения, град. | Предел прочности при сжатии, МПа | Предел прочности при растяжении (расчетным путем), МПа |
|---------------|------------------------|----------------------|---------------------------------|----------------|--------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------------------------|
|               | 1778,28                | 0,35                 | 2600                            | 3,00           | 43                             | 154                              | 15,4                                                   |
|               | 2540,14                | 0,35                 | 2325                            | 4,83           | 43                             | 140                              | 14,0                                                   |
|               |                        |                      | 1900                            | 3,00           | 26                             |                                  |                                                        |

Расчеты устойчивости склона по оценке НДС, будет проводиться по разработанной структурно-механической модели склона сложного строения, которая включает следующие параметры (рис. 2):

- Физико-механические свойства: объемный вес, модуль деформации, коэффициент Пуассона, предел прочности при сжатии, предел прочности при растяжении, сцепление, угол внутреннего трения;
- Геометрические параметры: высота, крутизна и длина основания склона;
- Инженерно-геологический разрез: топосъемка, маракшейдерская съемка, форма залегание горных пород склона;
- Формирование матрицы жесткости, решение алгебраических систем уравнения, расчет деформационных характеристик, расчет поля напряжении производится автоматически;

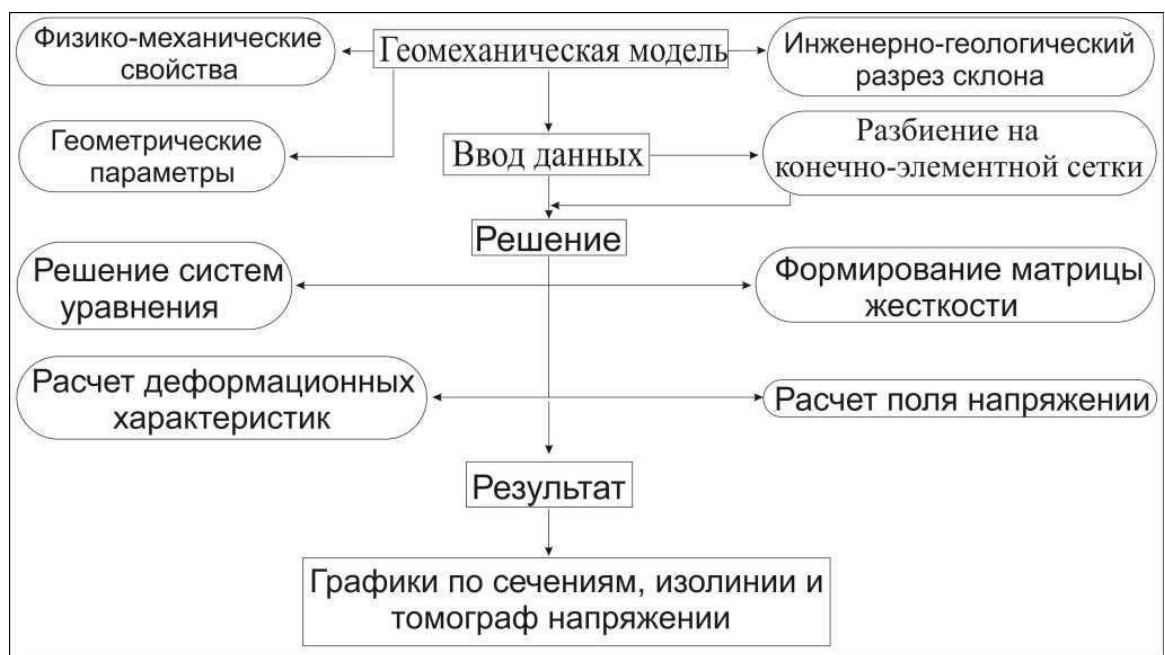


Рис. 2 – Структурно-механическая модель склона сложного строения.

Согласна методу конечных элементов, разбиение на конечно-элементные сетки осуществляется следующим образом /5, 6/:

- Узлы должны располагать так, что количество узлов в противоположных сторонах прямоугольной области должны иметь равное количество, а на смежных - разное количество;

- Узлы в треугольной области следует расставить так, что бы было равное количество узлов во всех сторонах ( рис.3);

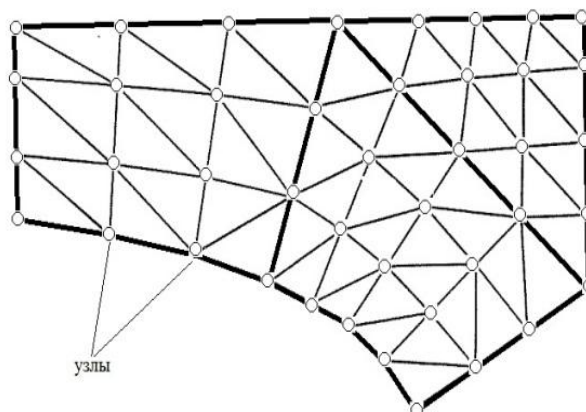


Рис.3 – Деление области на четырехугольные зоны с правильным разбиением на линейные треугольные элементы.

Контур, нанесенный на инженерно-геологическом разрезе был разбит на 8 больших блоков, в которых зафиксировали 681 узлов, 200 четырехугольных элементов заданы граничные условия (рис 4).

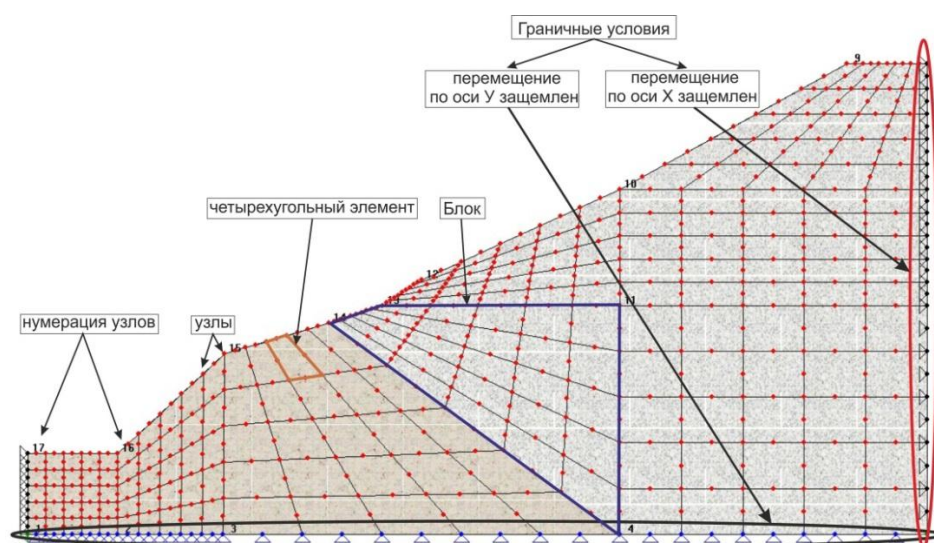


Рис. 4 – Разбиение контура на конечно-элементные сетки.

По результатам расчета напряжений склона отстроены изолинии вертикальных напряжений и показаны зоны концентрации (рис.2). Максимальные значения напряжений наблюдается в основании склона и на склоне. На основании склона в зоне концентрации значение вертикальных напряжений составил  $\sigma_{\text{верт}}=18,5\text{МПа}$ , а на

склоне в зоне концентрации 2 -  $\sigma_{\text{верт}} = 10,6 \text{ МПа}$ . Из этих данных следует, что вертикальные напряжения в зоне концентрации 1 в 1,7 раза больше чем, в зоне концентрации 2.

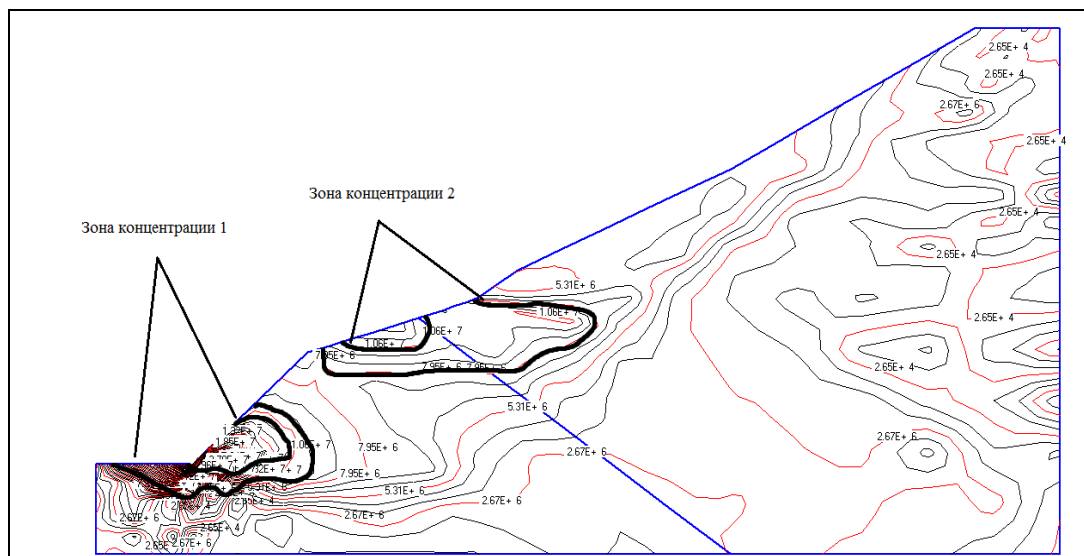


Рис. 5 – Изолинии вертикальных напряжений и зоны концентрации.

По результатам расчетов были получены деформационные характеристики. Установлены деформационные характеристики склона: 1) просадка в верхней части склона 80мм; 2) сдвиг в зоне контакта до 25мм; 3) в основании склона сдвиг составил 8мм.

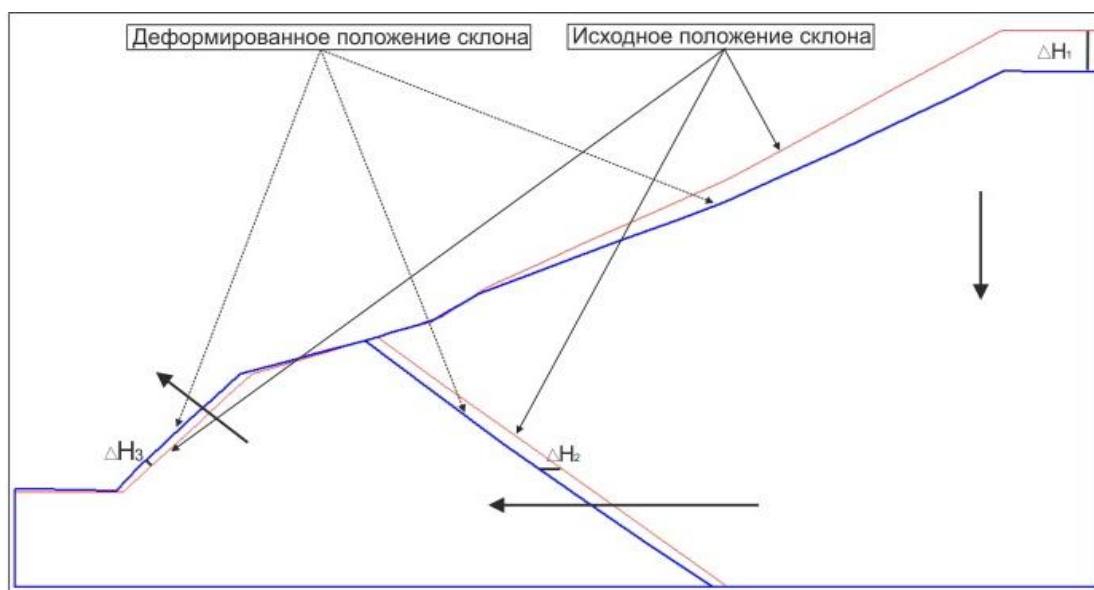


Рис. 6 – Деформация склона (сдвиг и смещение) STRESS

Установлены следующие напряженные и деформационные характеристики:

- Из теории прочности горных пород  $\sigma_1 \leq [\sigma]$  или  $\sigma_2 \leq [\sigma]$ , сравнивая значение вертикальных напряжений с предельно допустимым значением выявили, что основания склона по зоне концентрации<sup>1</sup> в не устойчивом, а по зоне концентрации<sup>2</sup> – в предельном состоянии:  $15,4\text{МПа}/18,5\text{МПа}=0,8 \geq 1$  – условие не выполняется;
- $14,0\text{МПа}/10,6\text{МПа}=1,3 \geq 1$  – условие выполняется;
- Как показана на рис.6 по деформационным характеристикам видим, что происходит просадка и сдвиги  $\Delta H_1$ ,  $\Delta H_2$ ,  $\Delta H_3$  в сторону борта склона, что и обуславливает неустойчивое состояние нижнего борта склона.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Предложения по расчету устойчивости откосов высоких насыпей и глубоких выемок, Москва 1966г.
2. Bishop F.W. The use of the circle in the stability analysis of slopes //Geotechnique, London, 1999
3. Г.Л. Фисенко Устойчивость бортов карьеров и отвалов, Изд. «Недра», Москва 1965г.
4. О.В.Никольская, Прогноз устойчивости откосов горных дорог в скальных и полускальных обнажениях склонов – напряженно-деформированное состояние массивов пород в районах с горным рельефом, изд. «Илим», Фрунзе 1987 (стр. 31-36)
5. Л. Сегерлинд, Применение метода конечных элементов, изд. МИР, Москва 1979 (стр. 10-15);
6. С. Усманов, Использование программного комплекса STRESS для оценки устойчивости бортов карьеров, Вестник КРСУ, том 8 №1, 2008 (стр. 85-88);
7. Абдылдаев Э.К., Напряженно-деформированное состояние массива горных пород вблизи выработок, изд. «Илим», Фрунзе 1990г.

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗОН ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГРУНТОВ СКЛОНОВ

Рахымбаева Г.С, Баймахан Р.Б.

КазГосЖенПУ, Алматы,  
Институт механики и машиноведения Национальной академии наук  
Казахстана

После интенсивных дождливых дней ранней весной и в начале лето 2004г. на восточной окраине города Алматы со северного склона «Верблюжьих гор» сошел оползень и накрыл хозяйственные постройки, складские помещения и двухэтажного дома. Погибли все проживающие жители в количестве 29 человек. Затем такие оползни сошли из других горных склонов. Вопросы научного исследования этой проблемы в Казахстане сильно отстают, чем скажем в Кыргызстане.

Оползням на склонах гор или холмов предшествуют процессы влажности и водонасыщенности грунта из-за дождевой инфильтрации. Приводим краткий алгоритм математическое описание сказанного механизма.

Краткий алгоритм МКЭ. Основное разрешающее уравнение МКЭ записывается в виде /1/

$$[K]\{U\} = \{P\}. \quad (1)$$

где  $[K]$ —матрица жесткости системы;  $\{U\}, \{P\}$ — вектора неизвестных перемещений и известных сил, которые формируются для рассматриваемого конечного элемента от весов вышележащих элементов.

После решения системы уравнений (1) становятся известными составляющих вектора перемещений  $\{U\}$ . Компоненты деформации и напряжения вычисляются с помощью следующих известных соотношений МКЭ

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}, \quad (2)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (3)$$

где  $\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xz}\}$ —составляющие деформаций;  $[B]$ —градиентная матрица;  $\{U\} = \{u, g\}$ —вектор составляющих перемещений;  $\{\sigma\}^T = \{\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}\}$ —вектор составляющих напряжений;  $[D]$ —матрица упругих характеристик.

После решения системы алгебраических уравнений (1), вычисляются компоненты напряжений по (3) в каждом конечном элементе. С помощью этих компонент напряжений вычисляются главные напряжения в элементе  $\sigma_{\max, \min}$  и направления главных площадок  $\bar{\alpha}$

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z) \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_z)^2}{4} + \tau_{xz}^2}, \quad \tau_{\max, \min} = \pm \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \cdot \operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z} \quad (4)$$

2. Алгоритм определения потери устойчивости грунта. Для определения предельного равновесия воспользуемся критерием Кулона–Мора, для несвязного грунта который имеет вид /2/

$$\tau_{\text{пред}} = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi, \quad (5)$$

где  $\varphi$  – угол внутреннего трения,  $c$  – коэффициент сцепления,  $\sigma$  – нормальная компонента напряжений. Для оценки устойчивости грунта вокруг подземного сооружения удобной мерой критерия является  $\varphi$ . Такие критерии записываются следующими выражениями/2/.

$$\frac{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xz}^2}{(\sigma_z + \sigma_x)^2} = \sin^2 \varphi. \quad (6)$$

Для связного грунта

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min} + 2C \operatorname{ctg} \varphi} = \sin \varphi. \quad (7)$$

На практике часто применяется критерий наступления предельного равновесия в форме условия Кулона–Мора в следующем виде

$$C = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min} - \sin \varphi (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})) / 2 \cos \varphi \quad (8)$$

3. Методика определения предельного состояния склона от упругого в пластическое. Закономерности изменения упругих свойств водонасыщенного грунта можно получить из экспериментальных кривых  $(G_0, K_0, C, \varphi)$ . Значений приведенных упругих свойств можно вычислить также и по формулам работы /4/ в виде

$$E^p = \frac{9\beta K^*}{3\beta K^* + G}, \quad \nu^p = \frac{3\beta K^* - 2G}{2(3\beta K^* + G)} \quad (9)$$

В этих выражениях  $E^p, \nu^p$  – являются приведенными значениями модуля Юнга и коэффициента Пуассона, а  $n$  – объемное содержание водонасыщенного грунта. Значение коэффициента сцепления  $C$ , который входит в правой части (5), также можно снимать из экспериментального графика /3/.

Заключение. По приведенным алгоритмам МКЭ определяется напряженно-деформированное состояние всего склона вместе с

покровными грунтами. Напряженно-деформированного состояния склона горы или холма со склонами. С учетом изложенного алгоритма понижения механических свойств, опасные предоползневые пластические зоны находятся по алгоритмам предельного состояния.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в неоднородной толще методом конечных элементов. Алматы, 2002. – 232с.
2. Цытович Н.А. Механика грунтов –М.: 1979. –272 с.
1. Тер–Мартirosян З.Г. Прогноз механических процессов в массивах многофазных грунтов.– М., Недра, 1986. –292 с.
2. Красников Н.Д. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов. –М.: Энергоиздат, 1981. –240с

## РАЗЖИЖЕНИЕ ГРУНТОВ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Чукин Р.Б.

ИГиОН НАН КР

Одной из основных причин обрушения грунтовых дамб является снижение прочностных свойств водонасыщенных грунтов во время циклических нагрузок, возникающих при землетрясении, проезда тяжелой техники и т.д. В этих грунтах возникает избыточное поровое давление, приводящее к так называемому явлению разжижения грунтов. Последствия разжижения могут быть следующими:

- осадка, однородная по характеру в некоторых случаях, чаще неожиданная и неоднородная;
- ограниченное горизонтальное смещение;
- обширное горизонтальное смещение, разрушение.

Когда водонасыщенный грунт подвергается вибрации, он начинает уплотняться и как следствие уменьшаться в объеме. Если нет возможности для воды дренировать в порах грунта, то тенденция уменьшения объема приводит к увеличению порового давления, что за собой ведет к уменьшению эффективных сдерживающих напряжений. Подобный процесс является основной причиной разжижения в несвязных водонасыщенных грунтах во время сейсмической нагрузки. Впоследствии структура несвязанного грунта

стремится уплотниться и передать напряжение воде, уменьшая эффективное напряжение между частицами грунта.

Как только поровое давление приближается к значению первоначального эффективного сдерживающего напряжения, грунт начинает деформироваться. Если грунт рыхлый, то значение порового давления очень быстро возрастает до значения первоначального эффективного напряжения. Грунт сразу начинает испытывать деформации, амплитуда которых может достигать 20% /1/. Если грунт испытывает неограниченные деформации без мобилизации значительного сопротивления деформациям, то он становится разжиженным.

С другой стороны, если грунт относительно плотный, то циклические нагрузки вызывают развитие остаточного порового давления при завершении цикла напряжений, это остаточное поровое давление становится равным первоначальному эффективному напряжению. Когда циклическое напряжение прикладывается заново, на следующем цикле, грунт стремится расшириться и поровое давление падает, если грунт дренированный, тогда он может развить достаточное сопротивление для того чтобы выдержать прикладываемое напряжение и не разжижиться. Однако грунт будет иметь некую степень деформации для развития сопротивления и если циклическая нагрузка продолжается достаточно долго, то данные деформации сопротивления могут увеличиться, что может привести к разжижению /2/.

Разжижение может возникнуть в любой зоне дамбы или ее основания, если возникает комбинация необходимых условий для возникновения вибрационных деформаций. Подобные зоны могут быть на поверхности грунта или на какой-то глубине от нее. Все зависит от состояния грунта и индуцируемого напряжения. Разжижение поверхностных слоев грунта также может возникать не в

результате циклической нагрузки, которой они подвергаются, а из-за разжижения ниже лежащих слоев. Как только разжижение возникает на какой-то глубине, например песчаного массива, избыточное гидростатическое давление разжижает другие зоны через поток воды по направлению вверх. Если гидравлический градиент становится очень большим, то он создает гидравлический напор, который очень быстро влияет на состояние разжижения поверхностных грунтов. Подобным образом разжижение насыпных дамб может начаться в какой-то локалии, затем распространится на другие части по направлению потока от первоначально-разжиженной зоны. Разжижение такого типа будет зависеть от распространения необходимого гидравлического градиента, который должен вначале возникнуть, а затем поддерживаться продолжающейся циклической нагрузкой /3/.

Для изучения данного явления проводятся специальные испытания поведения образцов песка при приложении циклической нагрузки различных величин. Результат типичного теста показан на рисунке 1 для рыхлого песка монтерей с относительной уплотненностью 50%. Необходимо отметить, что до тех пор, пока значение избыточного порового давления не достигает первоначального эффективного напряжения и их отношение не единица (100%) деформации незначительны. Как только поровое давление становится равным первоначальному эффективному напряжению, деформации начинают очень быстро увеличиваться /4/. В тесте данного образца это соотношение вызывает очень большие деформации, что типично для морского песка.

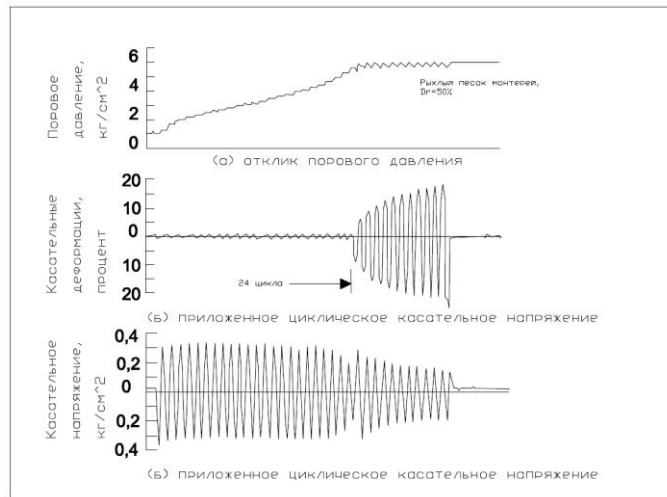


Рис. 1 - Результат теста для рыхлого песка монтерей.

Образцы песка, с различными степенями уплотненности имеют очень разное поведение при циклических нагрузках как это показано на рисунке 2. Уплотненный песок может выдерживать нагрузки, даже если соотношение напряжений в 100% было достигнуто. Обычно, если соотношение напряжений превышает 100%, в связных грунтах это вызывает деформации в 2 – 3%. Достижение соотношения напряжений в 100% является началом процесса разжижения несвязного грунта.

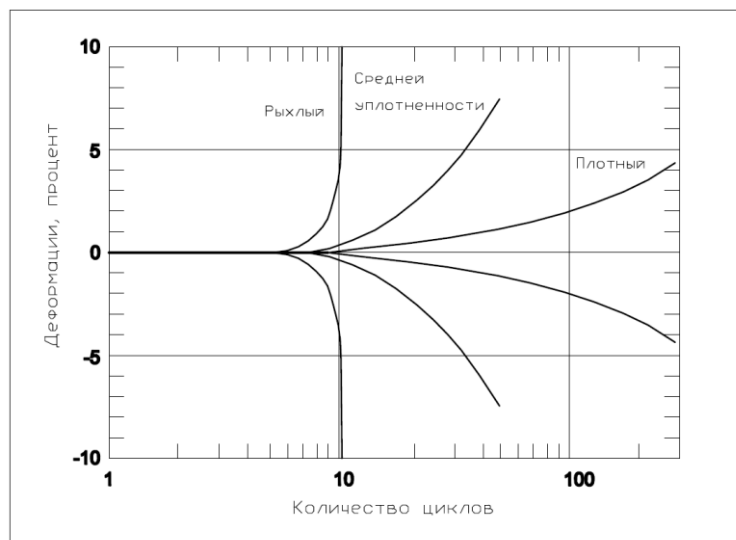


Рис. 2 - Поведение песков различной уплотненности при циклических нагрузках.

Опыт за последние 25 лет показал, что разжижение грунтов зависит от следующих факторов:

- низкой уплотненности или относительного уплотнения;
- низкого эффективного удерживающего напряжения;
- высокого уровня тряски (прикладываемые касательные напряжения, выраженные циклическими касательными напряжениями, деленными на первоначальное эффективное нормальное напряжения на поверхности обрушения);
- продолжительность тряски или количество циклов;
- тип грунта и структура грунта, его строение;
- напряженное состояние грунта до приложения тряски;
- другие факторы, такие как сейсмическая история, геологическая история, т.е. дисперсионное твердение и цементирование.

Рисунок 3 показывает вариацию соотношения циклических напряжений к количеству циклов необходимых для возникновения первоначального разжижения в зависимости от относительного уплотнения песка /5/.

Чем больше уплотнение (плотность), тем больше должно быть напряжение для возникновения разжижения водонасыщенного песка.

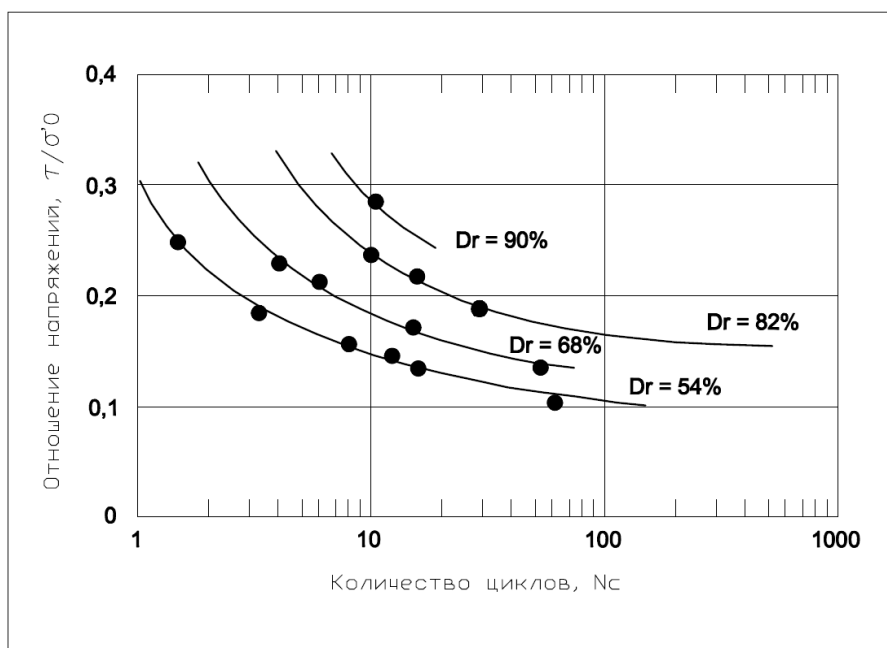


Рис. 3 -Соотношения циклических напряжений к количеству циклов.

Данные натурных наблюдений разжижений в Японии, Калифорнии и других частях планеты также используются для установления связи между циклическими напряжениями и разжижением. Первоначальное уплотнение использовалось как индекс, который был быстро отброшен, потому что он не отражал многие ключевые параметры, такие как строение и генезис. Количество ударов SPT (стандартный тест на проникновение (N<sub>1</sub>)<sub>60</sub>) и CPT (сопротивление проникновению конуса) могут отразить наибольшую часть параметров, которые влияют на устойчивость к разжижению грунта. Стандартный тест на проникновение (N<sub>1</sub>)<sub>60</sub> – тест на динамическое проникновение для получения информации о динамических свойствах грунта, его уплотненности, т.е. способности сопротивления разжижению. Процедура теста описана Британским стандартом BSENISO 22476-3 и Австралийским стандартом ASTM 1289.6.3.1 /6/. В данном тесте используется тонкостенная труба с внешним диаметром 50 мм, внутренний диаметр 35 мм, длиной примерно 650 мм. Данная труба проникает в грунт с помощью ударов молота весом 63,5 кг падающего с высоты 760 мм. На первом этапе труба вводится в грунт на глубину 150 мм, затем по ней начинают стучать молотом, так чтобы труба проникла на 450 мм, с шагом по 150 мм. Считают количество ударов каждые 150 мм проникновения. Сумма количества ударов необходимых для второго (300 мм) и третьего (450 мм) проникновения называется «стандартным сопротивлением проникновению» или количеством N ударов.

Рисунок 4 обобщает натурные данные разжижения и не разжижения чистого песка с содержанием мелкой фракции < 5%. Над линией расположены данные, где разжижение произошло, под линией нет. Кривая показывает отношение касательного циклического напряжения к первоначальному сдерживающему напряжению (CSR) и модифицированным количеством ударов (N<sub>1</sub>)<sub>60</sub>.

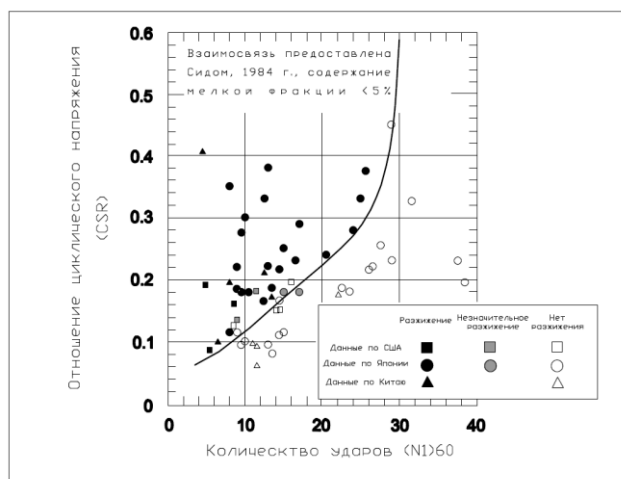


Рис. 4 - Натурные данные разжижения и не разжижения чистого песка.

Аналогичные натурные наблюдения для илистых песков с очень мелкой фракцией так же доступны и используется и показаны на рисунке 5. Нижняя кривая на данном рисунке показывает соотношение CSR к модифицированному SPT количеству ударов для чистого песка, средняя кривая для песка который содержит 15% мелких фракций, верхняя кривая для песка с содержанием мелких фракций равным или больше 35%.

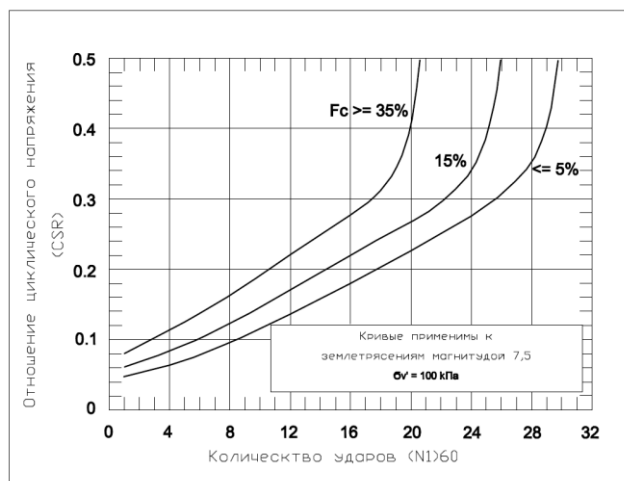


Рис. 5 - Натурные данные разжижения и не разжижения чистого песка, с различным содержанием мелкой фракции, с первоначальным эффективным напряжением 100 кПа.

Аналогичные кривые, показывающие соотношение CSR и CPT (сопротивлению проникновению конуса), а также кривые соотношения

CSR к скорости проникновения касательных волн могут быть использованы во многих случаях. Циклическое сопротивление грунта на основе подобных кривых лучше находить при использовании SPT, так как данный метод сам по себе достаточный, это связано с тем, что SPT тест лучше получается на образцах грунта. Если это необходимо, затем можно определить тип грунта и процент мелкой фракции для уточнения необходимых параметров. Подобная информация неточно получается при тестах CPT или методе определения скорости проникновения касательных волн. Это очень важный аргумент в пользу использования SPT метода на образцах. В численных моделях, использующихся для расчета сейсмической устойчивости, имеющих грунты с потенциальной возможностью разжижения чаще всего используется параметр N. Например, в программе FLAC для потенциально разжижаемых грунтов свойства задаются через модель Финна-Бирна основывающейся на количестве ударов N теста SPT.

Когда используются лабораторные данные, такие как показанные на рисунке 3 необходимо выбрать количество циклов для определения сопротивления разжижению. Количество циклов соотносится с магнитудой землетрясения как показано в таблице 1.

Таблица 1

| Магнитуда | Количество циклов |
|-----------|-------------------|
| 6,5       | 7                 |
| 7,5       | 15                |
| 8,5       | 33                |

Для землетрясений других магнитуд кривые могут быть модифицированы с применением фактора шкалирования магнитуды MSF, который определяется по формуле.

$$MSF = 6.9 \exp\left(\frac{-M}{4}\right) - 0.058$$

Определяя соотношение касательного циклического напряжения к первоначальному сдерживающему напряжению (CSR), которое имеет значение больше чем 100 кПа, CSR необходимо умножать на фактор  $K_\sigma$ , который зависит от значения эффективного напряжения как показано на рисунке 6/7/.

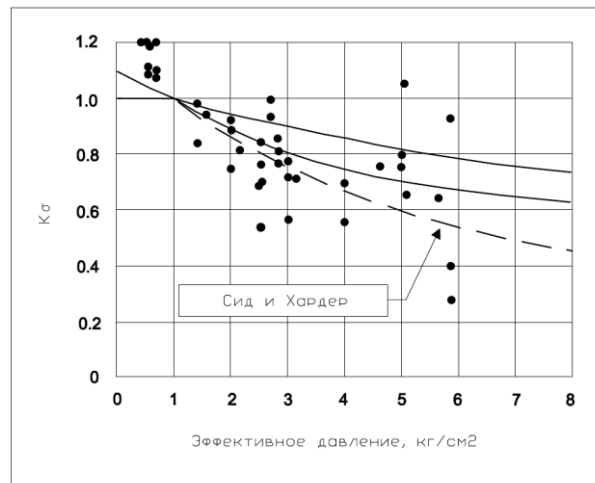


Рис. 6 - График для определения  $K_\sigma$  в зависимости от значения эффективного первоначального напряжения.

Данные на этом рисунке представляют результаты циклических тестов. Значения, показанные кривой рекомендованы многими исследованиями и проектами. Последние исследования данного вопроса, выявили что вариация  $K_\sigma$  зависит не только от значения эффективного напряжения, но так же от уплотненности грунта и статических касательных напряжений на потенциальной поверхности обрушения. Все это влияет на сопротивление грунта к разжижению. Соотношение этого статического касательного напряжения, разделенное на первоначальное эффективное вертикальное напряжение на поверхности обрушения определяется как  $\alpha$  (Рисунок 7).

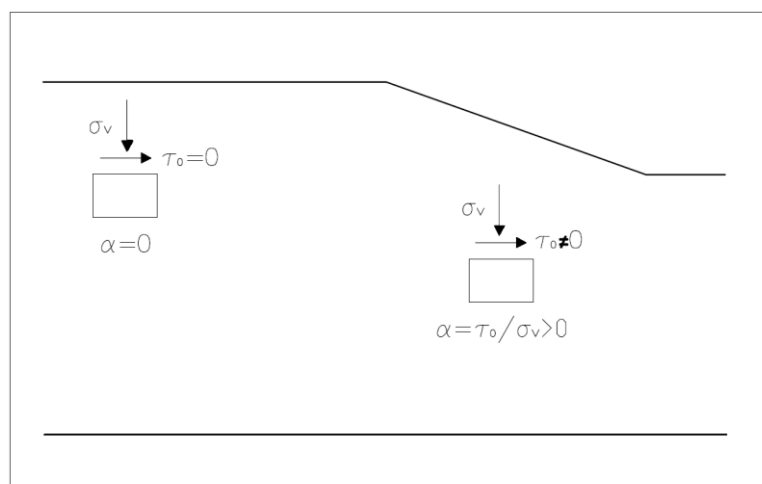


Рис. 7 - Объяснение параметра  $\alpha$ .

Корректировка эффекта первоначального касательного напряжения на потенциальную поверхность обрушения, т.е. когда  $\alpha$  не равна нулю, обеспечивается умножением CSR при состоянии когда  $\alpha$  равна нулю на коэффициент  $K_\alpha$ , который зависит от  $\alpha$  и уплотненности грунта как показано на рисунке 8. Необходимо отметить, что соотношение, показанное на рисунке 8 для грунтов имеющих первоначальное эффективное напряжение меньше чем 300кПа/8/.

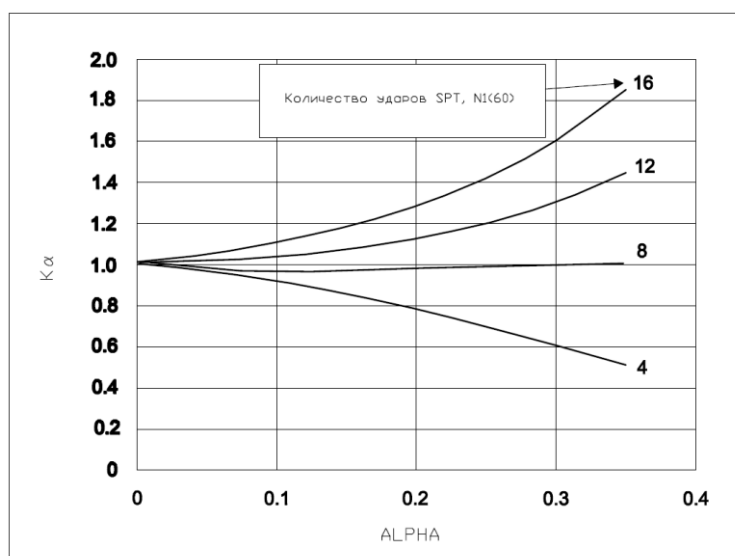


Рис 8 - Определение значения коэффициента  $K_\alpha$ , зависящего от  $\alpha$  и уплотненности грунта.

Значения  $K_\alpha$  показанные на рисунке 8 будут отличаться для других значений эффективного первоначального напряжения, например для значения больше 300 кПа кривые должны быть повернуты по часовой стрелке, что дает уменьшение значения для  $K_\alpha$ . Вариация  $K_\alpha$  и  $(N1)_{60}$  и других показателей уплотненности влияют на эффективное первоначальное напряжение.

Соотношение напряжений CSR для части дамбы или фундамента при заданных: эффективном вертикальном напряжении,  $\alpha$ , количестве ударов теста SPT определяется по следующей формуле.

$$\begin{aligned} \text{CSR} \left( \text{для } M = 7\frac{1}{2}; \sigma_v; \alpha \right) = \\ = K_\sigma K_\alpha \text{CSR} \left( \text{для } M = 7\frac{1}{2}; \sigma_v = 1 \text{ кг/см}^2; \alpha = 0 \right) \end{aligned}$$

Данное значение соотношения напряжений CSR будет умножаться на эффективное вертикальное напряжение для определения циклической устойчивости в какой-то локации, если продолжительная тряска представлена землетрясением магнитудой 7,5. Обычно значение циклической устойчивости сравнивается с напряжениями индуцированными землетрясением в заданной локации дамбы или фундамента. Значение индуцированного напряжения землетрясением в дамбе или фундаменте определяется в динамическом анализе. В некоторых программах оно может быть присвоено через упрощенную процедуру Сиды и Идрисса которая определяет усредненное значение индуцированного напряжения. Если землетрясение не магнитудой 7,5 то индуцированное напряжение умножается на MSF. Это приведет к значениям индуцированного напряжения равному индуцированному напряжению при землетрясении магнитудой 7,5. Эквивалентное индуцированное напряжение определяется из выражения Сиды и Идрисса.

$$\text{Эквивалентное } \tau_{\text{инд-е}} \left( \text{для } M = 7 \frac{1}{2} \right) = \frac{\tau_{\text{инд-е}} (\text{для какой-то } M)}{MSF}$$

Данное индуцированное напряжение затем сравнивается с циклическим сопротивлением определенным для магнитуды 7,5 для оценки потенциального разжижения в определенной локации дамбы или фундамента. Соотношение циклического сопротивления к индуцированному напряжению можно назвать коэффициентом устойчивости к разжижению. Если он равен или меньше 1, то в данной зоне происходит разжижение. Актуальная устойчивость дамбы и фундамента зависит от места и размера области, которая подверглась разжижению и прочности грунта, который разжижился.

Сопротивление разжижению грунта было определено на основе обратного анализа исторических данных. Остаточная прочность, относящаяся к эквивалентному чистому песку, показана на рисунке 9.

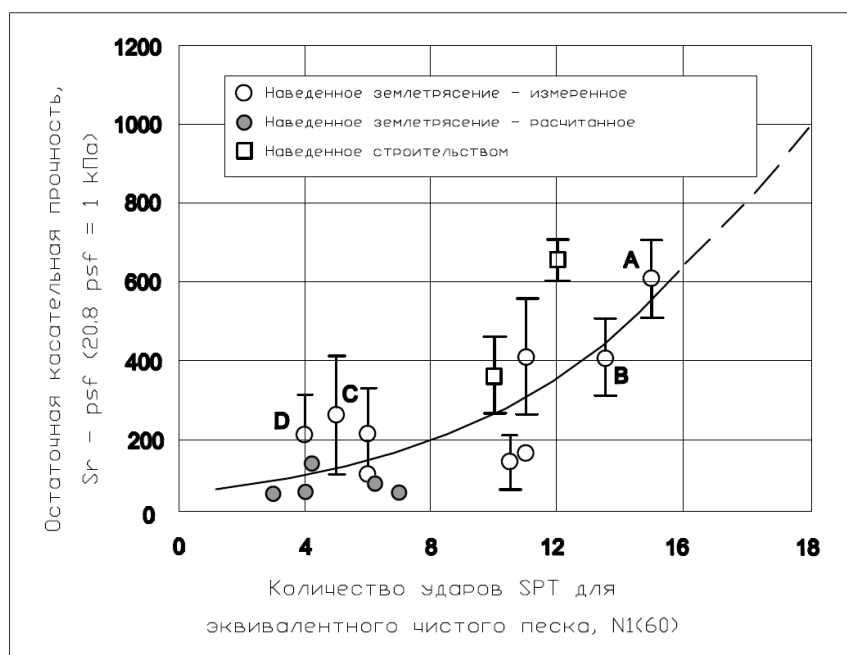


Рис 9 -Остаточная прочность, относящаяся к эквивалентному чистому песку.

Точки А и В соответствуют верхней и нижней дамбе Сан Фернандо, которая была разрушена из-за разжижения под воздействием

землетрясения в 1971 году. Реальные данные обрушений для эквивалентного чистого песка показаны до значения  $N1(60)$  равного 15. Кривая продолжена до остаточной прочности 1000 psf (20,8 psf = 1 кПа) и до  $N1(60)$  равного 20.

Значение  $N1(60)$  эквивалентного чистого песка с различным содержанием мелкой фракции был подсчитан из значения  $N1(60)$  с дополнением коэффициента  $\Delta N1$ , который зависит от содержания мелкой фракции (FC) как показано в таблице 2. Данные значения  $\Delta N1$  разработаны профессором Сидом.

Таблица 2

|          |                 |
|----------|-----------------|
| FC = 10% | $\Delta N1 = 1$ |
| FC = 25% | $\Delta N1 = 2$ |
| FC = 50% | $\Delta N1 = 4$ |
| FC = 75% | $\Delta N1 = 5$ |

Для связных грунтов, где содержание мелких частиц больше чем 25% следует переделать график без приложения  $\Delta N1$  и использовать полученный результат для специальных случаев, которые включают связные грунты, содержащие данный процент/1/.

Присутствие слабопроницаемого слоя грунта над разжиженными грунтами может препятствовать дренажу, что невозможно проанализировать в статическом анализе. Данная ситуация показана на рисунке 10 и изображает как во время тряски верхняя часть песчаного слоя становится рыхлой в то время как нижняя становится уплотненнее.

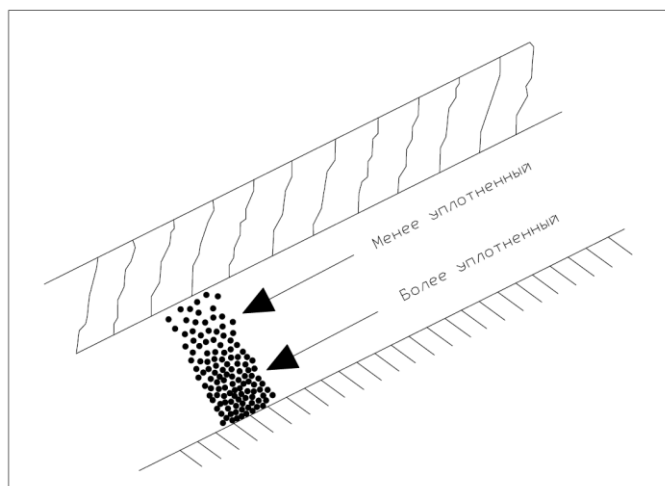


Рис 10 - Уплотнение песка во время тряски.

Статическая прочность верхней части намного ниже, чем нижней. В этом случае предпочтительнее использовать остаточную прочность, основанную на исторических данных, чем на лабораторных тестах в связи со сложностью получения необходимых значений.

Поведение грунта в зависимости от уплотнения показано на рисунке 11.

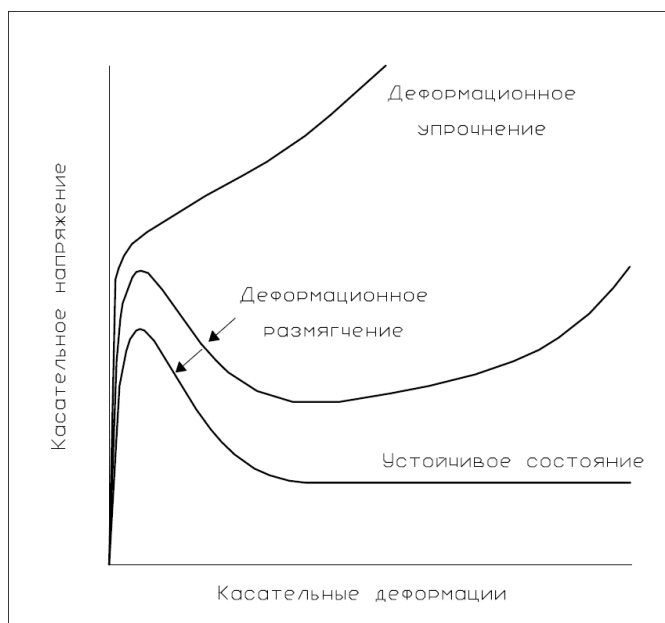


Рис 11 - Поведение грунта в зависимости от уплотнения.

Нижняя кривая для образца рыхлого песка, который сжимается в попытке стабилизироваться и его остаточная прочность на много меньше чем пиковая прочность. Верхняя кривая для очень

уплотненного песка, касательные деформации увеличиваются с увеличением касательного напряжения. Средняя кривая для средне уплотненного песка/9/.

Используя остаточную прочность в расчетах устойчивости после землетрясения необходимо помнить, что рыхлый песок должен достичь больших деформаций для остаточной прочности. Поэтому более важно определять деформации, которые возникали во время землетрясения, чем рассчитывать коэффициент устойчивости.

Существуют случаи разжижения связных глинистых грунтов, хотя их большая часть не теряет прочности во время циклической нагрузки. Обычно снижение прочности происходит от 10 до 20 % и может быть вызвано, предположительно, интенсивностью тряски. Но необходимо помнить, что некоторые связные глинистые грунты с высоким содержанием воды подвержены разжижению и значительной потери своей прочности во время тряски.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Seed and Lee. A Method for Earthquake-Resistant Design of Earth Dams. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division. ASCE, Vol. 92, No. SM1, Proc. Paper 4616, pp. 13-41, 1966.
2. Castro G. Liquefaction and Cyclic Mobility of Saturated Sands. Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE, Vol. 101, No. GT6, pp. 551-569, 1969.
3. Peacock and Seed. Design Problems in Soil Liquefaction. Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE, Vol. 113, No. 8, pp. 827-845, 1968.

4. Seed and Chan. Number of Equivalent Significant Cycles in Strong Motion Earthquakes. International Conference on Microzonation, Seattle, WA, Vol. II, pp. 609-627, 1966.
5. Ishihara and Li. Dynamic Strength of Anisotropically Consolidated Sand. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. ASCE, Vol. 93, No. SM5, Proc. Paper 5451, pp. 169-190, 1972.
6. Sanglerat. Earthquake Considerations in Earth Dam Design. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. ASCE, Vol. 93, No. SM4, pp. 377-401, 1972.
7. Seed and Idriss. Ground Motions and Soil Liquefaction During Earthquakes. Monograph Series No. 5, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, CA, 1970.
8. Seed. Analysis of the Slides in the San Fernando Dams During the Earthquake of February 9, 1971. Report No. EERC 73-2, Earthquake Engineering Research Centre, University of California, Berkeley, 1970.
9. Finn. Cyclic Pore Pressures under Anisotropic Conditions. Proceedings, ASCE Geotechnical Engineering Division Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Pasadena, CA, June 19-21, 1969.

## **КОМПЬЮТЕРНО-КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ**

Олжабаева Ж.Н., Беккожаева Ж.Н., Баймахан Р.Б.

КазГосЖенПУ, Алматы

Институт механики и машиноведения НАН Казахстана

Современное общество развивается на фоне развития инженерных сооружений различного назначения. Многие этапы связаны с проектированием инженерных сооружений различного назначения. Одним из них являются подземные сооружения.

В толщах грунта при прохождении подземных инженерных сооружений и коммуникации различного назначения встречаются самые разнообразные разрезы. Например, глины, переуплотненные с гравием, галькой, песком и т.д. в зависимости от степени связности относятся к категориям текучепластической и мягкопластической. В свое время возникла проблема обрушения свода. В практике строительства метрополитена Алматы такие слабоустойчивые грунты встречаются нередко. Например, опытный участок подходной выработки и шахтном стволе ст. "Достык" сложен галечниковым грунтом с песчаным и супесчаным заполнителем с включениями валунов и прослоями супеси; водонасыщенный; плотность до 2,22 г/куб.см, с коэффициентом пористости 0,71; модулем деформации 30 МПа; коэффициентом Пуассона 0,27; коэффициентом крепости по шкале М.М. Протоdjяконова 1,2- 1,7 [91].

По данным ОАО "Алматыметрокурылыс" требуется искусственное упрочнение неустойчивых грунтов. Здесь для сооружения перегонных тоннелей диаметром 5,5 м принят способ проходки сплошного забоя, а в станционных тоннелях и выработок аналогичного сечения способ пилоттоннеля с предварительным химическим закреплением кровли. Установлено, что для глубины заложения выработки 30-40 м максимальным безопасным давлением нагнетания инъекционных растворов являлся в свое время давление 4,0-4,5 МПа, и скорость нагнетания 5-3 л/мин. Оптимальное расстояние между соседними скважинами равнялся 1,5-2,0 м. Район трассы метрополитена повсеместно сложен маловлажными несвязными галечниковыми (рисунок 1), валуногалечниковыми (рисунок 2) грунтами.

При применении данной технологии необходимо знать напряженное состояние грунтового массива в трех положениях: начальное состояние подземной выработки, когда ее поперечное состояние полностью вскрывается; промежуточное состояние, когда в целях упрочнения массива поперек сечения выработки в глубь массива выбуриваются шпуры (скважины) которые затем заполняются цементирующим раствором; окончательное состояние, которое

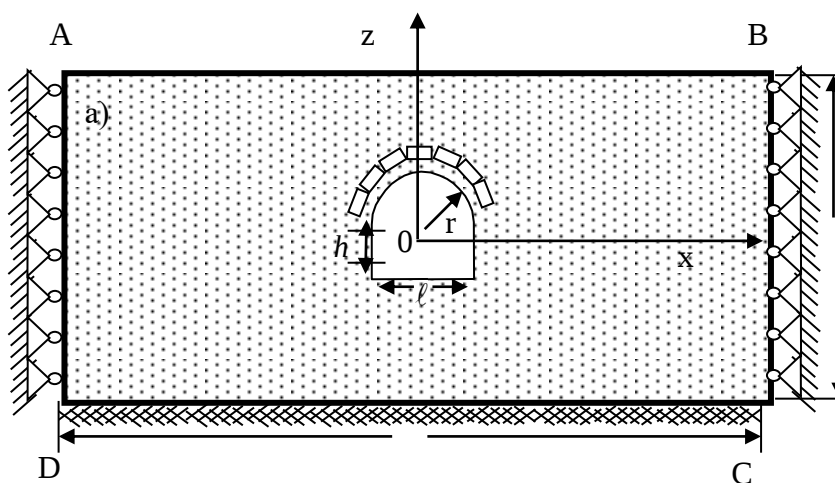


Рис.1. Подземное сооружение заложено в несвязном грунте с укреплениями сводовой части.

соответствует упрочненному положению, когда шпур (скважина) цементируется и непосредственная окрестность подземной выработки как упрочненная зона входит в совместную работу с массивом.

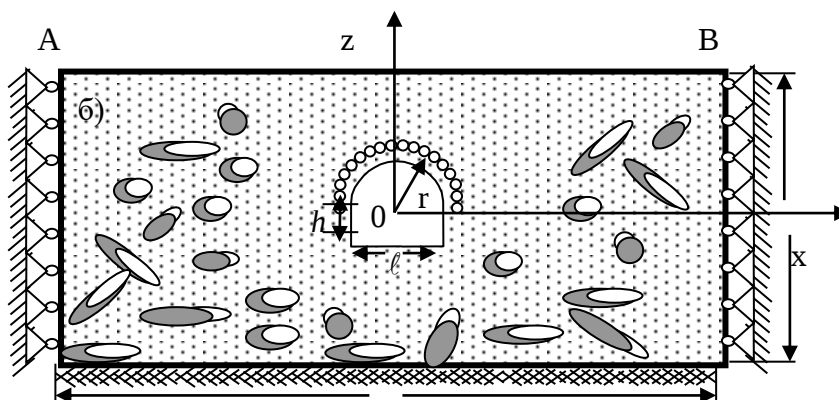


Рис 2. Тоннельная выработка в валунно-галечном грунте, укрепленные шпурами.

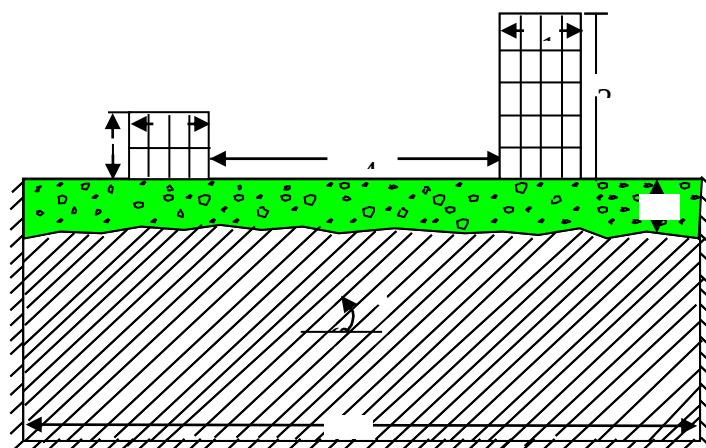


Рис 2. Наземные сооружения, построенные на валунно-галечном грунте с подстилающим скальным основанием

Нами рассматривались схемы слабосвязного массива при технологии упрочнения окрестности подземной выработки: в слабосвязном, валунно-галечном грунтах укрепленные шпурами и наземные сооружения построенные на грунте со сложным строением.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в неоднородной толще методом конечных элементов. (под редакцией академика Ш.М. Айталиева) Алматы, 2002. –230 с.

## **ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВНУТРИ РЕАКТОРА НА ПОЛУЧЕНИЯ БИОГАЗА**

Лаврентьев А.В.

Кыргызский Государственный Университет Строительства Транспорта  
и Архитектуры им. Н.Исанова

В связи с истощением запасов ископаемого топлива и ухудшение экологической ситуации, вызванной их использованием, в мире увеличивается повышенный интерес к альтернативным источникам энергии. Одним из таких источников является биогаз топливный газ, полученный в результате анаэробной ферментации органического сырья. Биогаз в основном состоит из метана и углекислого газа. Данный процесс осуществляется в специальных резервуарах (реакторах).

Существует три типа метаногенеза: метаногенез в психофильной, мезофильной и термофильной среде. Каждой среде соответствует определенный температурный диапазон и бактерии. Как было выше сказано существует три режима температуры:

- Психофильный температурный режим определяется температурами от 20 - 25°C,
- Мезофильный температурный режим определяется от 25 – 40 °C,
- Термофильный температурный режим определяется температурами свыше 40°C.

На практике широкое распространение получил метанез в мезофильной среде. Поскольку для данной среды интенсивность получения биогаза не так чувствительна к колебаниям температуры субстрата, как для термофильной среды. Кроме того скорость выходы биогаза при мезофильной среде существенно выше, чем при психофильной. В дальнейшем будет рассмотрен мезофильный режим температуры в реакторе. Данный режим устанавливается на биогазовых установках в Кыргызстане, если имеется система подогрева [3,4]. Температура процесса является одним из важнейших факторов , влияющих на процесс метанеза. В природе метан образуется при широком диапазоне температур от 0 до 97 °C.

Для регулирования температурой используют температурные датчики, которые показывают температуру в реакторах. Температурный датчик устанавливается на реакторе БГУ, он выполняет функцию немало важную. От регулирования температурой подогрева сырью зависит получения биогаза. На рис.1 показан встроенный температурный датчик OLG -9402-0.



Рис.1. Биогазовая установка с температурным датчиком регулирования

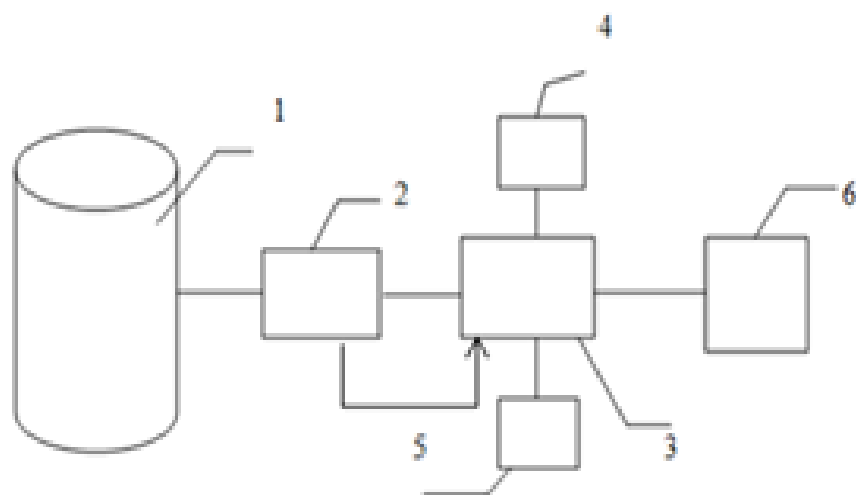


Рис. 2. Структурная схема работы термодатчика OLG -9402-0  
 1-реактор; 2-термодатчик; 3- Реле; 4- максимальное значение температуры; 5- минимальное значение температуры; 6- электрический щит включения и выключения электрического подогрева.

Проведение любого микробиологического процесса при оптимальной температуре для используемой ассоциации микроорганизмов обеспечивают максимальную эффективность его. Имеются замеры продуктивности анаэробного сбраживания при кратко временных и длительных отклонений температуры. Во всех случаях изменение температуры негативно влияет на производство метаногинеза [5,6]. Понижение температуры от 50°C до 40°C с поддержанием ее на этом уровне в течении 2 суток с последующим восстановлением температурного уровня уменьшало выход биогаза на 11%, а при выдержки пониженной температуры на уровне 40°C в течении 5 суток снижение газовыделения происходило на 37%. Изменение температуры в реакторе также зависит от дозы загрузки сырья. В целом исследование по воздействию перепада температурного процесс переработки свидетельствуют , что значительные колебания температуры при различных по величине и

продолжительности температурных импульсах для системы анаэробной переработки не желательны[1,2].

Процесс, проходящий внутри биогазовой установки, можно описать следующей математической моделью:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \left( \frac{\mu_1 L}{a + L} - \frac{\mu_2 b}{b + L} - P \right) * X \\ \frac{dL}{dt} = PL_0 - PL - \frac{\beta \mu_1}{a + L} * X \\ \frac{dV}{dt} = \gamma X(t) \end{cases}$$

с начальными условиями

$$X(0) = X_0, L(0) = L_0, V(0) = X_0 = 0$$

где  $X$  – концентрация бактерий, кг/м<sup>3</sup>;  $L$  – концентрация питательных веществ субстрата, усваиваемых бактериями, кг/м<sup>3</sup>;  $V$  – выход биогаза, м<sup>3</sup>;  $\mu_1$  и  $\mu_2$  – максимально возможные относительные скорости, соответственно прироста и отмирания бактерий;  $\beta$  – безразмерный коэффициент усвоения субстрата;  $p$  – относительная скорость поступления субстрата;  $\gamma$  – коэффициент скорости преобразования питательных веществ субстрата в биогазе, м<sup>3</sup>/(сут·кг/м<sup>3</sup>);  $a$  и  $b$  – эмпирические коэффициенты, м<sup>3</sup>/кг.[7].

Решение, данной математической модели аналитическим методом, будет приведен в следующей работе.

**Вывод.** Важность и регулирования температурным диапазоном внутри реактора играет немало важную роль в производстве биогаза.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сеитбеков Л.С. " Микробиологические анаэробная конверсия биомассы" .- Алматы.: Эверо, 2005.-279с.

2. В. Бадеев, Е. Доне, М. Брендорфер “Биогаз. Теория и практика// пер. с немецкого”.-М.:Колос,1982.-148с.
3. Бойлс Д.”Биоэнергия: технология, термодинамика, издержки // пер. с англ”.-М.: 1987.-154с.
4. Саплин Л.А. “Методика определения рациональной структуры энергопотребления//техника в сельском хозяйстве” .- 2000№1.-24-28с.
5. Обозов А.Д. Асанкулова А.“ Особенности технологии и процесса брожения в биогазовых установках”.-Бишкек, Известия КГТУ№10,2006.-302с.
6. Асакунова А. “Анализ факторов , влияющих на выход биогаза”.-Бишкек НАН КР №1, 2009.-126-130с.
7. Королев С.А., Майков Д.В., Русяк И.Г. “Исследование стационарных решений и оптимизация параметров математической модели метаногинеза”. Томск, Вестник ТГУ№3.:2012г.-15-21с.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРУНТА СКЛОНА АНИЗОТРОПНОГО СТРОЕНИЯ**

Рысбаева А.К.

Институт геомеханики и освоения недр НАН КР

В связи с изменением климатических условий на планете (на 0.8 градусов), в последние годы во всем земном шаре участились, наводнений и оползни. Только в феврале и марте 2006г. оползни унесли жизни в Китае, Иемене, Иране, Египте, Филиппине и в других странах около 10 000 человеческих жизни. Особенно в Филиппинах заживо были похоронены целые деревни, школы во время занятия и т.д.

Такие трагедии многократно имели место в последние годы и в Алае и Оше Киргизии. В марте месяце 2004г. на Восточной окраине г.Алматы, в санаторий «Березка» два жилых дома были погребены под внезапной оползни. Здесь оползни за считанные месяцы повторялись четырежды. Во время одного из этих оползней имевшей место 14-марта, заживо были погребены 29 человек. Ниже на рисунке 1 показан этот такой же оползень имевший место в соседнем санатории «Акбулак» на восточной окраине города Алматы.

Для прогноза надвигающихся катастроф от оползней, необходимо провести научные исследования и разработать эффективные защитные меры по защите жизни населения, населенных пунктов, городского строительства и гражданских и инженерных сооружений.



Рис 1. следы свежих оползней, имевшие места в верблюжьих горах на восточной окраине города Алматы.

Уравнения обобщенного закона Гука для наклоннослоистой транстропной среды относительно компонентов тензора напряжений запишется в виде[1]

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= b_{11}\varepsilon_x + b_{12}\varepsilon_y + b_{13}\varepsilon_z + b_{15}\gamma_{xz}, \\
 \sigma_y &= b_{12}\varepsilon_x + b_{22}\varepsilon_y + b_{23}\varepsilon_z + b_{25}\gamma_{xz}, \\
 \sigma_z &= b_{13}\varepsilon_x + b_{23}\varepsilon_y + b_{33}\varepsilon_z + b_{35}\gamma_{xz}, \\
 \tau_{yz} &= b_{44}\gamma_{yz} + b_{46}\gamma_{xy}, \\
 \tau_{xz} &= b_{15}\varepsilon_x + b_{25}\varepsilon_y + b_{35}\varepsilon_z + b_{55}\gamma_{xz}, \\
 \tau_{xy} &= b_{46}\gamma_{yz} + b_{66}\gamma_{xy}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Основное разрешающее уравнение МКЭ для геостатического поля напряжений для неоднородной среды запишется в виде [2]

$$[R]\{U\} = \{H\}, \tag{2}$$

где  $[R]$ —матрица жесткости системы,  $\{U\}$ —вектор неизвестных перемещений,  $\{H\}$ —вектор нагрузок геостатического давления.

Компоненты деформации после решения системы (2) вычисляется с помощью выражении:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}, \tag{3}$$

где  $[B]$ —матрица базисных функций МКЭ. Компоненты напряжений во внутренних точках интегрирования конечных элементов вычисляются по формуле (1).

Область, показанная на рисунке (2), разбита на 1260 изопараметрические элементы четырехугольной формы с общим количеством узлов разбивки –1334.

В зависимости от действующих напряжений сдвиг может произойти на линии скольжения между наклонными слоями II и III с нормалью  $n$  в соответствии с условием прочности Кулона–Мора [3]

$$|\tau_n| < \sigma_n \operatorname{tg} \rho + C, \quad (4)$$

где  $\rho$  и  $C$ — угол внутреннего трения и коэффициент сцепления.

Из-за ограниченности объема статьи на рисунке 3 показаны эпюры нормальных касательных напряжений  $|\tau_n|$  для контактных узлов на бывшей линии скольжения, вычисленные формулами работы [3]

$$\tau_n = 0.5(\sigma_z - \sigma_x) \sin 2\varphi + \tau_{xz} \cos 2\varphi, \quad (5)$$

где  $\varphi$  – угол наклона плоскости изотропии.

Новизна предлагаемого способа заключается в том, что для обеспечения устойчивости подпорной стенки необходимо соорудить ее с заранее наведенной анизотропией. Начальные расчеты показали, что можно достигать оптимального угла наклона плоскости изотропии  $\varphi_1$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К. Сейсмонапряженное состояние подземных сооружений в слоистом анизотропном массиве. – Алма-Ата: Наука, 1980. –206 с.
2. Баймахан Р.Б. Расчет сейсмонапряженного состояния подземных сооружений в неоднородной толще методом конечных элементов. (под ред. Айталиева Ш.М.).– Алматы, 2002., – 232с

### ТУГАНБАЕВУ У.М. – 60 ЛЕТ



доктору физико-математических наук,  
заведующему кафедрой «Высшей и прикладной  
математики», профессору КНАУ им. К.И. Скрябина

Туганбаев Уланбек Мансурович родился 7 июля 1953 года в г. Фрунзе Киргизской ССР в семье служащих. В 1970 году после окончания средней школы, он поступает на механико– математический факультет КГУ им. 50–летия СССР по специальности «Теоретическая механика». После окончания IV – курса был направлен в Институт механики при МГУ им. М.Ломоносова для прохождения производственной практики и подготовки дипломной работы в лабораторию академика Черного Г.Г. После завершения учебы работал во ВНИИКА мелиоративных систем, затем поступил в очную аспирантуру Института автоматики Академии наук Киргизской ССР в лабораторию аэрогидродинамики профессора, член – корреспондента НАН КР Бийбосунова И.Б. Здесь он продолжил свою дипломную работу и защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Механика жидкости, газа и плазмы». Затем он был приглашен в КГПИ им. И. Арабаева на должность проректора по научной работе, а позже поступил в докторантуру по этой же специальности. Во время учебы он находился на годичной научной стажировке в г.Стамбуле, Турецкой Республики. В 1996 году он был принят доцентом кафедры «Высшей математики» КАА.

Туганбаев У.М. специализируется в области механики жидкости и газа, аэродинамики, гидродинамики, мелиорации и орошения, методики преподавания математики, по математическим методам в

экологии, экономики и эпизоотических процессов. В области аэродинамики им впервые предложена математическая модель течения сжимаемой жидкости в некоторой плоскости годографы, которая наиболее практична и удобна при решении задач обтекания различных тел (крыло самолета) и течений внутри криволинейных каналов (сопел Лавалю). Им также разработан новый метод – метод коэффициентов и степеней – на базе которых можно сразу указать решения «неопределенностей» - пределов, а также обыкновенных дифференциальных уравнений I и II порядков.

Уланбеком Мансуровичем были разработаны некоторые математические модели в экологии (проблема чистой воды), засоления и деградации почв, причины наступления селевых и оползневых процессов гидродинамического происхождения, в распространении эпизоотических болезней (бруцеллез, сибирская язва). Последние годы он активно занимается вопросами мелиорации и орошения, распространению тепла, влаги и солевых процессов в почвогрунтах, применяя сложный аппарат современной математики.

В настоящее время Туганбаев У.М. подготовил двух кандидатов физико–математических наук, научный консультант одного докторанта, научный руководитель одного аспиранта и шести соискателей, им опубликованы более 160 учебно–методических пособий и научных работ, в том числе: один учебник, одну монографию, четыре учебных пособия и одиннадцать методических указаний, разработок и рекомендаций. Все эти научные и учебно–методические труды были опубликованы в различных периодических изданиях - журналах Кыргызской Республики, Республик Казахстана, Узбекистана и России.

Он является членом Межвузовского диссертационного совета по защите диссертаций на соискания ученой степени доктора (кандидата) наук при КГТУ им. И. Раззакова и КГУСТА им. Н. Исанова.

На защите четырех докторских и пяти кандидатских диссертаций был назначен официальным оппонентом, в более десяти докторских и кандидатских диссертаций был членом экспертной комиссии, которые успешно защищены и утверждены НАКом КР. Неоднократно был председателем ГЭК по защите магистерских диссертаций в КНУ им. Ж.Баласагына председателем ГЭК КГУ им. И. Арабаева, КНУ им. Ж. Баласагына, КЭУ им. М.Рыскулова. В настоящее время он является членом президиума Комитета по теоретической и прикладной механике Кыргызстана, член редакционной коллегии рецензируемого сборника научных трудов «Современные проблемы механики сплошных сред», членом экспертной комиссии по НИР МОиН КР.

Успехи в научной и научно – педагогической деятельности У.М. Туганбаева были оценены Министерством образования и науки КР, ректоратом КНАУ им. К.И. Скрябина. Он неоднократно награждался Почетными грамотами и значком «Отличник образования КР».

Туганбаев У.М. зарекомендовал себя как педагог, глубоко знающий свой предмет, инициативный организатор учебно – вспомогательного процесса, лекции и практические занятия проводит на высоком теоретическом и методическом уровне, постоянно внедряет активные методы обучения и ведет большую воспитательную работу со студентами, являясь заведующим кафедрой «Высшей и прикладной математики», членом Ученого совета ЕАФИТ, а возглавляемая им кафедра является как обслуживающая весь Университет, так и выпускающая студентов по специальности «Математические методы в экономике» с присвоением квалификации «Экономист - математик». Особое уважение к Вам вызывает Ваша деятельность и немалый вклад в совершенствование системы образования и повышение ее качества. Многие годы Ваша кафедра являлась одной из лучших кафедр Университета, а Вы были признаны одним из лучших его сотрудников.

Мы знаем Вашу жизненную позицию, принципиальность и честность, уравновешенность и отзывчивость, которые позволяют сохранить и приумножить научный потенциал в области фундаментальных и прикладных исследований.

В день Вашего юбилея мы от всей души желаем Вам, уважаемый Уланбек Мансурович, крепкого здоровья, активного долголетия, больших творческих и научных успехов в работе, счастья и благополучия Вам и Вашим близким.

Кожогулов К.Ч., председатель  
Комитета по теоретической и  
прикладной механике Кыргызстана,  
член-корр. НАН КР, д.т.н., профессор



### **Токтакунову Т.Т. – 60 ЛЕТ**

кандидату физико-математических наук,  
заведующему кафедрой «Прикладной  
информатики», профессору  
КЭУ им. М. Рыскулбекова

Токтакунов Токтобек, Токтакунович родился 10 декабря 1953 г. В 1971 г. после окончания сш. Оттук Тянь-Шанского района Нарынской области, поступает на механико-математический факультет Киргизского государственного университета по специальности «Прикладная математика».

Трудовую деятельность начал в должности младшего научного сотрудника отдела АСОИДО Научно-исследовательского института экономическо-математических методов планирования (НИИЭМП) Госплана Киргизской ССР.

1979-1986 гг. работает в должности младшего научного сотрудника лаборатории гидроаэродинамики Института автоматики АН Киргизской Республики. Занимался научно-исследовательской работой по решению краевых задач гидроаэродинамики.

1986- 1993гг. работает на преподавательской должности физико-математического факультета КЖПИ им. В. Маяковского.

В 1993-1995 годы работает начальником отдела разработки АСУ, начальником Управления автоматизации банковских работ Правления Кыргызэлбанка.

1995-1996 гг. работает заместителем директора Информационно-вычислительного центра Министерства труда и

социальной защиты Кыргызской Республики, где работал по проекту Всемирного банка «Сеть социальной защиты», был ответственным исполнителем за задачу компьютеризации структурных подразделений министерства.

В 1996 г. по приглашению руководства Бишкекского коммерческого колледжа, перешел на педагогическую работу, создает и заведует кафедрой «Высшая математика и информатика». В дальнейшем, для усиленного приобщения и обучения студентов к новым информационным технологиям, по поручению руководства учебного заведения, им была организована кафедра «Прикладная информатика», где был назначен заведующим этой кафедры.

С 2003 года по 2008 год работает деканом Факультета дистанционного и непрерывного обучения Кыргызского экономического университета. В настоящее время трудится в должности заведующего кафедрой «Прикладная информатика». Читает лекции студентам на старших курсах и магистрантам по современным методам информационных технологий, приучая новые методы и средства информационных систем в экономике и менеджменте, а так же в научных исследованиях. Под его научным руководством в 2002 г. успешно защищена одна кандидатская диссертация на тему «Механико-математическое моделирование влияния природных факторов на возникновение и развитие селевых и оползневых процессов в горных районах юга Кыргызстана».

Токтакунов Т. опубликовал более 50 научных и учебно-методических работ, в том числе в научных журналах ближнего и дальнего зарубежья на английском и турецком языках. За успехи в научно-педагогической деятельности награжден Почетной Грамотой Министерства образования, науки и культуры Кыргызской Республики в 1998 г., и нагрудным знаком «Отличник образования» в 2000 г.

Принимает активное участие в работах с международными организациями по проектам Tacis-Tempus, проходил стажировку в Бельгии и Италии. Принимал активное участие в проектах совместно с Бельгией и Великобританией, IAE –Университетом Экс-Марсель Франции, университетом г. Турин из Италии.

Юбиляру желаем крепкого здоровья, счастья и успехов в научно-педагогической деятельности.

Кожогулов К.Ч., председатель  
Комитета по теоретической и  
прикладной механике Кыргызстана,  
член-корр. НАН КР, д.т.н., профессор

ISSN 1694-6065

